



СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
SIBERIAN FEDERAL UNIVERSITY

# МЕТОДЫ САМОНАВЕДЕНИЯ ИСТРЕБИТЕЛЕЙ И РАКЕТ КЛАССА «ВОЗДУХ-ВОЗДУХ» НА ГРУППОВУЮ ВОЗДУШНУЮ ЦЕЛЬ

Монография



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**МЕТОДЫ САМОНАВЕДЕНИЯ  
ИСТРЕБИТЕЛЕЙ И РАКЕТ  
КЛАССА «ВОЗДУХ-ВОЗДУХ»  
НА ГРУППОВУЮ ВОЗДУШНУЮ ЦЕЛЬ**

Монография

Красноярск  
СФУ  
2014

УДК 623.46  
ББК 68.541  
М545

**Авторы:**

*А. В. Богданов*, доктор технических наук, профессор;  
*А. А. Филонов*, доктор технических наук, доцент;  
*А. А. Ковалёв*, кандидат технических наук;  
*А. А. Кучин*, кандидат технических наук (руководитель авторского коллектива);  
*И. В. Лютиков*, кандидат технических наук

**Рецензенты:**

*О. В. Васильев*, доктор технических наук, профессор ВА ВКО им. Г. К. Жукова;  
*Д. С. Викторов*, доктор технических наук, ведущий конструктор ОАО «БАНС»

М545      **Методы самонаведения истребителей и ракет класса «воздух–воздух» на групповую воздушную цель:** монография / под ред. А. А. Кучина. – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2014. – 168 с. ISBN 978-5-7638-3079-8

Рассмотрены методы самонаведения истребителя и управляемой ракеты класса «воздух–воздух» на элемент групповой воздушной цели. Приведены алгоритмы распознавания направления полета пущенной противником управляемой ракеты класса «воздух–воздух» в бортовой РЛС истребителя.

Предназначена инженерам и научным работникам, занимающимся исследованиями в области радиолокации. Может быть полезна студентам и аспирантам.

**Электронный вариант издания см.:**  
<http://catalog.sfu-kras.ru>

**УДК 623.46**  
**ББК 68.541**

ISBN 978-5-7638-3079-8

© Сибирский федеральный университет, 2014

## ВВЕДЕНИЕ

Анализ военно-политической обстановки в мире свидетельствует о значительном повышении роли ВВС в вооруженных конфликтах [1–13]. Это обусловлено в основном тем, что они способны оказывать внезапное силовое воздействие на важнейшие элементы военного и экономического потенциала противника, оперативно перенацеливать, сосредоточивать ударную мощь и существенно влиять на характер вооруженного конфликта на театре военных действий. При этом основной акцент делается на групповой характер применения авиации, когда ее разнородные силы будут действовать в едином оперативно-тактическом построении. При решении боевых задач применяются сомкнутые, разомкнутые и рассредоточенные БП истребителей, за основу которых принимается их пара.

Сомкнутые БП характеризуются взаимным расположением самолётов в паре или пар в звене с интервалами и дистанциями 20–500 м [1, 2].

Разомкнутый БП отличается увеличенными дистанциями и интервалами (до единиц километров) между самолётами (звеньями) в пределах визуальной или приборной видимости [1, 2].

В рассредоточенном БП самолёты (звенья) расположены друг относительно друга за пределами визуальной видимости.

Определённым образом функционально связанное в пространстве расположение самолётов тактической авиации, объединённых в группу и действующих по единому замыслу, представляет собой ГВЦ, которую с точки зрения ракетного воздействия на неё можно классифицировать [14–25] по численному и типовому составу, функциональному назначению самолётов в группе по принципу «ведущий–ведомый» и характеру полёта по принципу «стационарный полёт–манёвр в группе–манёвр составом группы».

Основным способом уничтожения авиации противника [1, 2] в воздухе является воздушный бой. Наличие в составе авиационных эшелонов ударных тактических истребителей с увеличенным боевым радиусом, оснащённых управляемым оружием класса «воздух–поверхность» большой дальности, создает угрозу их массового проникновения к объектам оперативно-стратегического назначения, что обуславливает необходимость первоочередной борьбы с воздушным противником на дальних подступах путем ведения дальних групповых воздушных боев с применением ракет класса «воздух–воздух» большой и средней дальности.

Из анализа проведенных имитационных, полунатурных и натуральных [7] воздушных боев следует, что если они начинаются с взаимного применения ракет класса «воздух–воздух» большой и средней дальности, то не более 30 % из них завершаются на ближних дистанциях.

Одним из приоритетных направлений развития парка УР средней и большой дальности следует считать использование в них АРГС [26–29]. Так, например, самолёт F-14 может быть оснащён шестью ракетами класса «воздух–воздух» с АРГС типа AIM–54 (большой дальности) [21], на самолёте F-15 может находиться до восьми ракет с АРГС типа Хьюз AMRAM AIM-120A (средней дальности) [30, 31], а на самолёте F/A-18 – до десяти таких ракет [21]. На отечественных истребителях типа Су-34 могут также находиться до восьми УР средней дальности типа РВВ-АЕ с АРГС, а на самолётах типа Су-35 и Су-37 – до десяти таких ракет [32]. Самолет F-22 при выполнении функции противовоздушной обороны также может нести до 4 ракет AMRAAM AIM-120 с АРГС [33, 34]. Кроме ракет AMRAAM AIM-120 различных модификаций разрабатываются перспективные УР с АРГС Meteor и FMRAAM.

Перспективным приемом применения УР с АРГС класса «воздух–воздух» по ГВЦ является практически одновременное наведение нескольких ракет на несколько воздушных целей из состава группы по заданному с борта истребителя виду ЦР, т. е. реализация индивидуального наведения ракеты на заданную цель из состава группы. При этом возникает необходимость в обязательном выполнении следующих требований:

- все цели в составе группы должны быть разрешены в БРЛС истребителя для выдачи в АРГС ракет достоверного предстартового ЦУ;
- все цели в составе группы должны быть также разрешены в АРГС ракеты на этапе ее самонаведения на ГВЦ для эффективного индивидуального наведения УР на заданную в соответствии с ЦУ воздушную цель в группе.

При полёте целей в сомкнутом боевом порядке, когда линейное расстояние между самолётами в группе составляет 150–300 м, все они на типичных значениях дальностей обнаружения целей в БРЛС истребителя и АРГС ракеты будут находиться в главном луче ДНА. Данное обстоятельство и обуславливает необходимость в первоочередном решении задачи разрешения целей в группе.

В общем случае БРЛС истребителя и АРГС ракеты как информационно-вычислительные подсистемы входят в состав РЭСУ [27, 28], главным содержанием которой являются:

- совокупность алгоритмов обработки информации, позволяющих осуществлять на борту истребителя или ракеты обнаружение, разрешение, сопровождение и распознавание атакуемых воздушных целей;
- методы самонаведения истребителей и ракет (алгоритмы функционирования соответствующих РЭСУ), которые должны обеспечивать не только полёт ЛА по определённой траектории, но и необходимые условия для эффективной работы алгоритмов обработки информации, позволяю-

щие извлечь её из отражённых от воздушных целей радиолокационных сигналов [27, 28].

В [16–20, 27, 28, 39] показано, что для осуществления эффективной атаки элементов ГВЦ необходимо в первую очередь обеспечить в БРЛС истребителя и АРГС ракеты селекцию целей из состава сомкнутого БП (находящихся в главном луче ДНА) с точки зрения их разрешения и распознавания. Наиболее эффективным путём разрешения воздушных целей, осуществляющих полёт в сомкнутых БП (находящихся в главном луче ДНА БРЛС и АРГС), является использование алгоритмов, основанных на применении узкополосной доплеровской фильтрации (УДФ) отраженных сигналов при их спектральном анализе в БРЛС или АРГС, построенных по импульсно-доплеровскому принципу обработки сигналов. Применение такого принципа построения бортовых радиолокационных систем позволяет использовать в них при обработке сигналов длительное их когерентное накопление или узкополосную доплеровскую фильтрацию отражённых сигналов. В [50] показано, что её применение позволит осуществить на дальностях, в несколько раз превышающих дальности обнаружения целей в БРЛС и АРГС ракеты, разрешение элементов ГВЦ с линейным расстоянием между ними 50–300 м.

Однако из-за имеющейся неоднозначности «угол–доплеровская частота» [50] возможны ситуации, когда скоростные и угловые флюктуации целей в группе взаимно компенсируются, что приводит к неразрешению целей по доплеровской частоте в БРЛС истребителя или АРГС ракеты даже при использовании узкополосной доплеровской фильтрации.

В [69] приведён обзор алгоритмов работы бортовых радиолокационных систем, построенных по импульсно-доплеровскому принципу обработки сигналов, при обеспечении наведения нескольких ракет на несколько элементов ГВЦ (находящихся в главном луче ДНА БРЛС и АРГС) по заданному из БРЛС истребителя целераспределению. При этом селекция целей в АРГС осуществлялась либо только за счёт их разрешения, либо разрешения и распознавания элементов ГВЦ. Данный анализ показал, что разработанные алгоритмы позволяют эффективно осуществить в БРЛС истребителя и АРГС ракеты селекцию элементов ГВЦ путем разрешения целей на основе узкополосной доплеровской фильтрации отражённых от них радиолокационных сигналов и распознавания состояния разрешаемых элементов ГВЦ на этапе их сопровождения.

Информативная ёмкость отражённого сигнала во многом определяется условиями его радиолокационного наблюдения в БРЛС истребителя и АРГС ракеты. **Обеспечить требуемые условия наблюдения отраженных от ГВЦ сигналов в БРЛС и АРГС можно за счет применения соответствующих методов самонаведения ЛА.** Созданию условий, которые

позволили бы обеспечить необходимую информативную ёмкость отражённых радиолокационных сигналов, а алгоритмы их обработки эффективно могли бы извлечь из них необходимую информацию о состоянии ГВЦ, и посвящена данная монография, где основное внимание уделено синтезу методов самонаведения истребителя и ракеты на элементы ГВЦ.

В зоне обзора БРЛС истребителя как основного источника информации может одновременно находиться несколько управляемых ракет противника, пущенных на различные истребители. В зависимости от степени угрозы со стороны каждой из пущенных ракет противника решения, принимаемые летчиком истребителя, могут находиться в следующем диапазоне [1]:

- обеспечение выполнения боевой задачи – ракета наводится «не на меня» – отсутствие угрозы;
- организация защиты самолета – ракета наводится «на меня» – максимальная угроза:
  - ❖ манёвр с обеспечением выполнения боевой задачи (тактический отворот);
  - ❖ манёвр со срывом боевого задания, т. е. выход из атаки (гарантированный отворот).

Вид и эффективность подобного маневрирования напрямую зависят от времени начала манёвра.

***Для организации эффективной защиты самолета от пущенной на него управляемой ракеты на его борту необходима следующая информация: скорость полета пущенной на истребитель управляемой ракеты противника, дальность до нее, направление ее подлета к истребителю.***

Значительное место в данной монографии занимают вопросы разработки метода распознавания направления полёта пущенной ракеты противника по принципу «на меня – не на меня» и синтеза алгоритма, его реализующего, с оценкой времени до встречи ракеты с истребителем при наведении «на меня» в режиме ее сопровождения в БРЛС истребителя.

# 1. АНАЛИЗ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ИСТРЕБИТЕЛЕМ И РАКЕТОЙ

## 1.1. Назначение, состав и алгоритмы функционирования радиоэлектронной системы управления истребителем и ракетой класса «воздух–воздух»

С учетом того, что состав, особенности построения и выполняемые функции РЭСУ истребителя с БРЛС и ракеты с АРГС идентичны, далее будем употреблять аббревиатуру РЭСУ ЛА.

На рис. 1.1. приведена структура РЭСУ ЛА, принцип работы которой пояснён в [27, 28].

В общем случае текущее состояние ЛА характеризуется вектором управляемых фазовых координат  $X_y$ . Вектор требуемых фазовых координат  $X_T$  определяет требуемую фазовую траекторию (метод самонаведения) ЛА.

В процессе управления ЛА векторы требуемых и управляемых фазовых координат, а также вектор  $X_{ВЦ}$  состояния ВЦ преобразуются в параметр рассогласования  $\Delta$ .

Векторы  $\xi_{и}$  (шумы измерений) и  $\xi_y$  (возмущения объекта управления ЛА) на рис. 1.1. показывают воздействие на РЭСУ случайных возмущений. Величина  $\delta_p$  характеризует отклонение рулевых органов ЛА.

Важнейшей частью РЭСУ, её «мозгом», является информационно-вычислительная система – БРЛС для истребителя и АРГС для ракеты, предназначенная для информационного обеспечения процесса управления. В её состав входят [27, 28] датчики информации (измерители) различной физической природы, основными из которых являются радиоэлектронные, осуществляющие формирование параметров рассогласования, непосредственно воздействующих на САУ (СУР).

Так, САУ (СУР) преобразует параметры рассогласования в соответствующие отклонения рулевых органов ЛА, которые должны наилучшим (оптимальным по заданному критерию) образом обеспечивать выполнение цели управления.

На примере АРГС ракеты рассмотрим её обобщённую структурную схему (рис. 1.2.) [27, 28].

Оценка фазовых координат полёта ракеты осуществляется на основе информации от датчиков собственного движения. Так, собственные ускорения ракеты в горизонтальной  $j_T$  и вертикальной  $j_B$  плоскостях управления

оцениваются акселерометрами, ориентированными по соответствующим осям [27, 28].

Информация о фазовых координатах, связанных с полётом цели, формируется на основе радиолокационного контакта с целью.

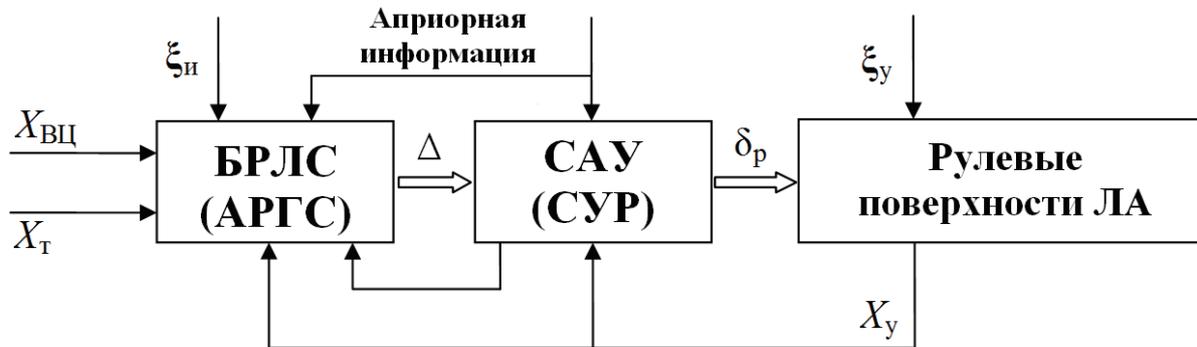


Рис. 1.1. Структура РЭСУ ЛА

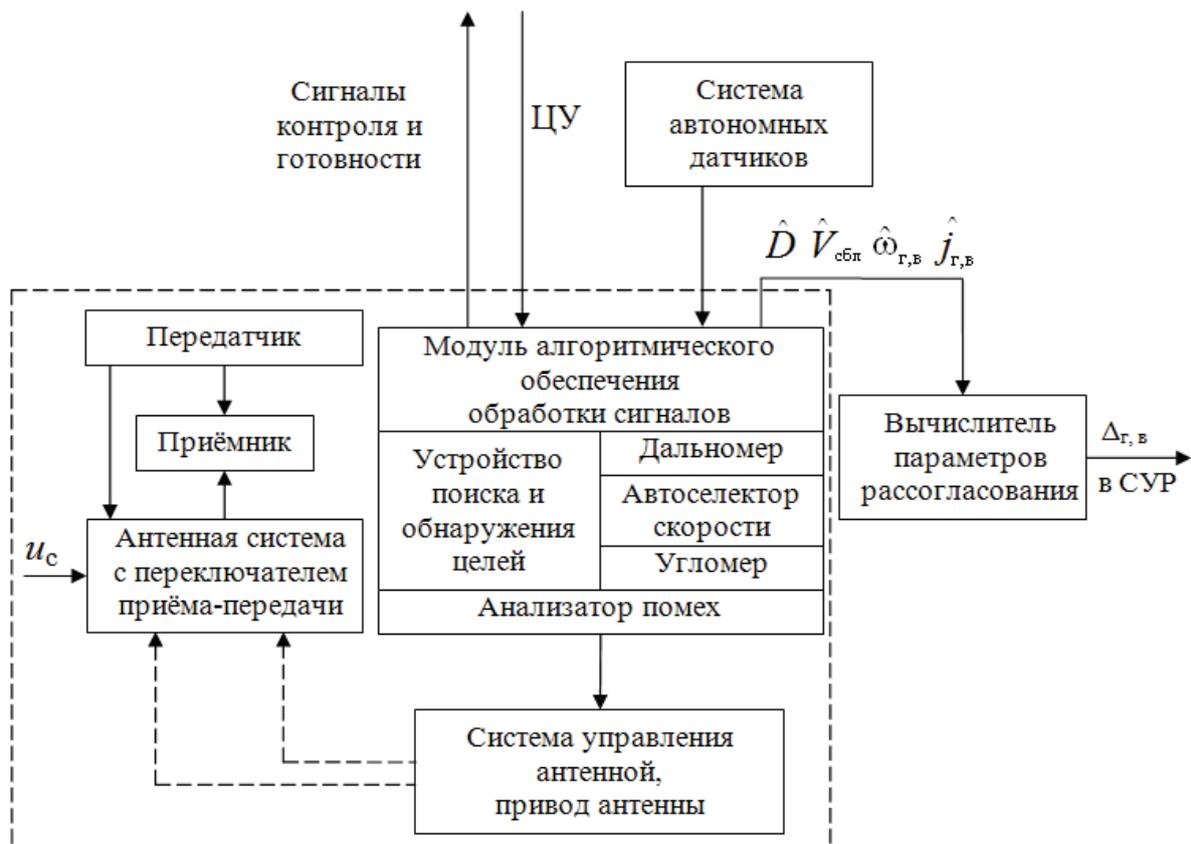


Рис. 1.2. Обобщённая структурная схема АРГС ракеты

Так, в автоселекторе скорости измеряется скорость сближения  $V_{\text{сбл}}$  ракеты с ВЦ, в угломере – углы пеленга  $\varphi_r$ ,  $\varphi_v$  ВЦ и угловые скорости вращения  $\omega_r$ ,  $\omega_v$  линии визирования «ракета–цель» соответственно в горизонтальной и вертикальной плоскостях, в дальномере – дальность  $D$  между ракетой и целью. По данным измерений бортовой вычислитель (входит в состав модуля алгоритмического обеспечения обработки сигналов, на рис. 1.2. не показан) решает следующие задачи [27, 28]:

- на основе априорных сведений формирует оценки необходимых для реализации соответствующего метода самонаведения параметров относительного и абсолютного полётов цели и ракеты, которые определяются косвенно;
- выбирает метод самонаведения ракеты на цель;
- анализирует помеховую обстановку и при необходимости включает определённые средства помехозащиты, подключает нерадиотехнические измерители либо перенацеливает ракеты на другую ВЦ или постановщик помех;
- формирует сигналы подготовки и управления радиовзрывателя.

В вычислителе параметров рассогласования для выбранного метода определяются параметры рассогласования в горизонтальной  $\Delta_r$  и вертикальной  $\Delta_v$  плоскостях управления соответственно, характеризующие степень несоответствия действительных параметров полёта ракеты их требуемым значениям.

В свою очередь, СУР (рис. 1.1) преобразует параметры рассогласования в отклонения рулевых органов ракеты, обеспечивает автоматическое выполнение различных режимов её полёта, решает задачи стабилизации, повышения устойчивости, ограничения по перегрузкам [27, 28].

В [26–28, 35, 36] рассмотрены основные характеристики и особенности функционирования существующих АРГС, а также обоснованы следующие требования, которым должны будут удовлетворять перспективные АРГС 5-го поколения.

1. Использование в качестве зондирующего сигнала когерентных импульсных последовательностей с высокими (при наведении ракеты в переднюю полусферу) и средними (при наведении ракеты в заднюю полусферу) частотами повторения импульсов, что позволит обеспечить максимальные дальности обнаружения воздушных целей на встречных и догонных курсах.

2. Применение в качестве антенны АРГС плоской волноводно-щелевой антенной решетки, а в перспективе – фазированной антенной решетки.

3. Большая дальность обнаружения целей.

4. Высокое разрешение по угловым координатам, скорости и дальности.

5. Высокоинтеллектуальная, адаптивная обработка сигналов и помех, при которой ракета будет способна выбирать заданные ВЦ для их атаки.

6. Комплексование пассивного, полуактивного и активного каналов в интересах повышения точности и помехозащищенности.

7. Высокая скрытность работы и помехозащищенность.

Основные характеристики, особенности функционирования и требования, которым должны удовлетворять перспективные БРЛС, являются практически аналогичными приведенным выше.

Задача управления наведением летательного аппарата на воздушную цель, в процессе которого в его БРЛС или АРГС необходимо дополнительно обеспечить требуемые (наилучшие) условия для радиолокационного наблюдения, может быть решена [27, 28, 55] за счет выбора положений измерителей (БРЛС или АРГС). При этом положение измерителей относительно воздушной цели определяется реализуемым на борту летательного аппарата методом самонаведения.

В данном случае под методом самонаведения истребителя понимается закон формирования требуемой фазовой траектории, при полёте по которой дополнительно создаётся эффект радиолокационного синтеза апертуры антенны [27, 28, 39, 55]. В свою очередь, под методом самонаведения ракеты понимается [27] закон формирования на основе её радиолокационного контакта (посредством АРГС) с атакуемой целью требуемой фазовой траектории, наведение по которой позволит поразить цель.

В настоящее время для наведения истребителей на воздушную цель применяются следующие методы [1, 27, 28]: «кривая атаки»; «параллельное сближение»; «наведение в наивыгоднейшую упрежденную точку встречи»; «комбинированный» на основе методов «прямое сближение» и «кривая атаки»; «наведение на упрежденную зону пуска (прямая атака)».

1. *Кривая атаки.* Наиболее широко применяемый метод наведения. Формирует направление полета в точку встречи ракеты с целью, при этом траектория полёта представляет собой линию непрерывных точек пуска. Применяется на всех этапах атаки с использованием как прямоугольной, так и лучевой систем координат в авиационных комплексах МиГ-25, МиГ-31, Су-27 и ряде других. На борту некоторых истребителей метод «кривая атаки» используется на конечном участке, в зоне пуска. Основными недостатками являются увеличение ракурса в процессе атаки и повышенный расход перегрузки. Применение метода на этапе дальнего самонаведения ведет к некоторому ограничению зоны возможных атак.

2. *Параллельное сближение.* Траектория прямолинейного движения истребителя в точку его встречи с целью с сохранением начального ракурса. Реализован в истребителях МиГ-31Б, МиГ-31М. К особенностям следует

отнести увеличенные потребные пеленги при больших первоначальных ракурсах атаки или скоростях цели, затягивание в связи с этим времени достижения зоны пуска и возможное сокращение ее протяженности в сложных условиях атаки.

3. *Наведение в наивыгоднейшую упрежденную точку встречи* (прямое сближение). Самолет летит прямолинейно в точку пуска, находящуюся на дальности залпа от воздушной цели, определяемой заданием дальности поражения. При этом уменьшается расход перегрузки истребителя и упрощается сопряжение с методами дальнего наведения.

4. *Комбинированный метод самонаведения*. Он объединяет положительные качества методов «прямое сближение» и «кривая атаки». Реализован на борту истребителей МиГ-23, МиГ-29. На начальном участке атаки применяется метод «прямое сближение». На конечном участке (кривая атаки в зоне пуска) обеспечивается последовательный пуск ракет в любой точке участка. Комбинированный метод расширяет зоны возможных атак с передней полусферы.

Однако затруднение условий атаки, изменение характеристик информационных систем, улучшение параметров наведения управляемого оружия, применение групповых действий авиации привело к необходимости разработки нового метода – наведение на упрежденную зону пуска (прямая атака).

5. *Наведение на упрежденную зону пуска* (прямая атака). Сущностью данного метода самонаведения является прицеливание по центру упрежденной зоны пуска управляемой ракеты. Наведение на упрежденную зону пуска используется на этапе дальнего самонаведения, задачей которого является сближение с зоной применения оружия и вход в зону с требуемыми параметрами наведения по реальной цели.

Основные особенности метода наведения на упрежденную зону пуска:

- проведение оценки и учета упрежденного положения зоны разрешенного пуска при формировании траектории наведения;
- сокращение времени сближения истребителя с зоной пуска при любом начальном тактическом состоянии;
- обеспечение при перехвате неманеврирующей цели спрямления траектории наведения, т. е. уменьшение расхода управляющих воздействий и роста текущего ракурса к моменту пуска;
- наведение истребителя на центр упрежденной зоны пуска, что позволяет ему с меньшими затратами компенсировать изменение тактической ситуации и слабее реагировать на возможный маневр цели;
- возможность использования при реализации группового траекторного взаимодействия, когда вместо вычисляемых значений дальности

и ракурса пуска используются установочные параметры: заданная дальность пуска и заданный ракурс пуска.

Таким образом, анализ существующих и перспективных методов самонаведения истребителей позволяет сделать следующие выводы:

- методы «прямая атака» и «наведение в наивыгоднейшую упрежденную точку встречи» (метод «прямое сближение») являются оптимальными (с точки зрения минимизации времени сближения с зоной пуска) для использования в дальнем воздушном бою;

- данные методы обеспечивают практически неизменный ракурс наблюдения групповой воздушной цели и необходимые условия только для пуска управляемых ракет с полуактивной радиолокационной головкой самонаведения и только по одиночной воздушной цели.

Следует особо отметить, что приоритет в области синтеза оптимальных методов самонаведения самолётов и ракет принадлежит таким отечественным учёным, как М. В. Максимов, Г. И. Горгонов, В. И. Меркулов, В. С. Чернов и др. [27, 28, 68]. Однако их работы посвящены синтезу оптимальных методов самонаведения только на одиночные воздушные цели.

В работах В. С. Вербы, В. И. Меркулова, А. И. Шуклина и др. [28, 39, 52] рассмотрены вопросы синтеза оптимальных методов самонаведения самолётов на воздушные цели с созданием эффекта радиолокационного синтезирования апертуры антенны.

В [53, 54] приводятся результаты исследований по вопросам разрешения целей в режиме синтезирования апертуры антенны БРЛС ЛА в процессе его наведения на наземные цели.

В существующих РЭСУ ракет класса «воздух–воздух» наибольшее распространение получил метод ПН [27]. По данному методу требуемое значение бокового ускорения  $j_{\Gamma(\text{В})}$  в соответствующей плоскости управления (горизонтальной – индекс «Г» или вертикальной – индекс «В») должно быть пропорционально угловой скорости вращения  $\omega_{\Gamma(\text{В})}$  линии визирования «ракета–цель» и скорости сближения  $V_{\text{сбл}}$  ракеты с целью, т. е.

$$j_{\Gamma(\text{В})} = N_0 V_{\text{сбл}} \omega_{\Gamma(\text{В})}, \quad (1.1)$$

где  $N_0$  – навигационная постоянная.

При дальнейшем рассмотрении методов самонаведения будем считать, что каналы управления ракетой идентичны и не влияют друг на друга, поэтому все зависимости приводятся применительно к горизонтальной плоскости управления [27].

Согласно (1.1) на борту ракеты формируется параметр рассогласования

$$\Delta_{\Gamma} = N_0 V_{\text{сбл}} \omega_{\Gamma} - j_{\Gamma}, \quad (1.2)$$

характеризующий несоответствие действительного значения бокового ускорения  $j_r$  ракеты в рассматриваемой плоскости управления (в данном случае горизонтальной) его требуемому значению.

Достоинствами метода пропорционального наведения является все-ракурсность, практически прямолинейная траектория наведения ракеты и всевысотность её полёта, а также достаточно хорошее сопряжение со всеми методами самонаведения истребителя, которые могут применяться непосредственно перед пуском ракет. Поэтому он принят в качестве базового при разработке других методов самонаведения ракеты.

Указанные достоинства МПН проявляются при наведении ракеты только на неманеврирующие ВЦ, тогда как при атаке маневрирующей цели появляются значительные промахи [27]. При данных условиях более применим метод пропорционального наведения со смещением, параметр рассогласования для которого в горизонтальной плоскости управления определяется соотношением

$$\Delta_r = N_0 V_{\text{обл}} (\omega_r + \Delta\omega_r) - j_r, \quad (1.3)$$

где  $\omega_r$  – значение угловой скорости вращения линии визирования «ракета–цель», рассчитанное при условии, что цель не маневрирует;

$\Delta\omega_r$  – приращение угловой скорости вращения линии визирования «ракета–цель», обусловленное манёвром цели.

В [55] приводятся результаты исследований, связанные с разрешением по доплеровской частоте в АРГС ракеты воздушных целей, летящих в сомкнутых БП, за счёт учёта с помощью узкополосной доплеровской фильтрации различий траекторных скоростных и угловых флюктуаций ведущих и ведомых самолётов группы, обусловленных необходимостью сохранения последними заданных формы и параметров БП. При этом самонаведение ракеты осуществляется в соответствии с методом (1.1) и алгоритмом (1.2). Однако из-за имеющейся неоднозначности «угол–доплеровская частота» на практике возникают ситуации, когда скоростные и угловые флюктуации целей в группе взаимно компенсируются, что приводит к неразрешению целей по доплеровской частоте в АРГС ракеты даже при использовании узкополосной доплеровской фильтрации. Так, на основе результатов ЛЭИ [50, 56] установлено, что на практике могут быть ситуации, когда интервал времени (в пределах которого элементы ГВЦ разрешаются) либо вообще не существует (соизмерим со временем самонаведения ракеты), либо он таков, что цели разрешаются частично. При этом ГВЦ будет наблюдаться как одиночная цель в АРГС ракеты. Следовательно, ракета будет наводиться на энергетический центр ГВЦ. Таким образом, метод пропорционального наведения не всегда позволяет создать условия для разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ.

В работах [18, 55, 57–60] нашли дальнейшее развитие вопросы, связанные с траекторным управлением ракет при их самонаведении на элементы ГВЦ, летящие в сомкнутом БП. При этом траекторное управление ракетой осуществлялось в интересах совместного обеспечения требуемых условий радиолокационного наблюдения сигналов, отражённых от ГВЦ (с целью обеспечения эффективной работы алгоритмов обработки информации для последующей селекции целей в группе), и минимального промаха каждой ракеты при её самонаведении на заданную цель из состава группы.

В частности, было предложено осуществлять разрешение по доплеровской частоте элементов ГВЦ в АРГС ракеты за счёт её соответствующего траекторного управления, искусственно создавая при этом эффект РСА антенны [59]. Для этого предлагалось отклонить на определенный угол вектор скорости ракеты от опорной траектории, определяемой базовым методом пропорционального наведения. Реализация такого отклонения ракеты от опорной траектории заключается во введении в контур управления ракеты постоянной по величине и не равной нулю требуемой угловой скорости вращения  $\omega_{т.г}$  линии визирования «ракета–цель», определяемой как [59]:

$$\omega_{т.г} = \frac{\lambda}{2\Delta L_{\min}} F_{\Phi}, \quad (1.4)$$

где  $\Delta L_{\min}$  – требуемое минимальное линейное разрешение целей в группе.

Параметр рассогласования для соответствующего метода самонаведения в горизонтальной плоскости формируется по аналогии с (1.3) следующим образом:

$$\Delta_{г} = N_0 V_{сбл} (\omega_{г} \pm \Delta \omega_{т.г}) - j_{г}. \quad (1.5)$$

Однако и в данном случае из-за той же неоднозначности «угло–доплеровская частота» могут возникнуть ситуации неразрешения целей. В [60] приведён алгоритм выбора траектории самонаведения ракеты в соответствии с уравнением (1.2) или (1.5). Выбор траектории самонаведения ракеты при этом осуществляется в зависимости от сложившейся ситуации относительно качества разрешения по доплеровской частоте целей в группе, что, в свою очередь, влияет на результат анализа оцененного количества разрешаемых по доплеровской частоте целей в БРЛС истребителя и введённого в качестве предстартового целеуказания или на этапе радиокоррекции в АРГС ракеты и оцененного количества разрешаемых в ней целей при непосредственном её полёте.

Несмотря на хорошие характеристики метод самонаведения и алгоритм траекторного управления ракетой, описываемые выражением (1.5), не являются в общем случае оптимальными, так как величина угла откло-

нения вектора скорости ракеты от опорной траектории для создания РСА выбирается эмпирически.

Дальнейшим развитием данного метода стала разработка метода самонаведения, который приведён в работах О. В. Викулова [55] и представляет собой разновидность метода пропорционального наведения со смещением. Параметр рассогласования для данного метода самонаведения определяется выражением

$$\Delta_{\Gamma} = N_0 V_{\text{сбл}} (\omega_{\Gamma} + \Delta \omega_{\text{см.}\Gamma}) - j_{\Gamma}, \quad (1.6)$$

где

$$\omega_{\text{см.}\Gamma} = \frac{q_p}{16kV_{\text{сбл}}^2} \frac{\lambda}{\Delta L_{\text{min}}} F_{\Phi},$$

$q_p$  – коэффициент штрафа, характеризующий требования по разрешению элементов ГВЦ;

$k$  – коэффициент штрафа на величину сигнала управления.

Метод самонаведения (1.6), хотя и является оптимальным (по терминальному функционалу качества) с точки зрения радиолокационного разрешения элементов ГВЦ, но не всегда при этом обеспечивает минимальный промах ракеты при её наведении [55].

В дальнейшем этот метод был усовершенствован в работах Ю. В. Нечаева [57], где кроме создания оптимальных условий для разрешения элементов ГВЦ при решении задачи наведения обеспечивается и оптимальное управление шириной полосы пропускания узкополосного доплеровского фильтра в соответствии с локальным функционалом качества. В данном методе параметры рассогласования для соответствующих сигналов управления в горизонтальной плоскости определяются соотношениями:

$$\Delta_1 = \frac{q_1}{k_1 D} \left[ \omega_{\Gamma} - \omega_{\text{т.}\Gamma} + \frac{k_2 U_{\text{д.опт}}}{q_2 B_{\text{д}}} \right] - j_{\Gamma}; \quad (1.7)$$

$$\Delta_2 = \frac{q_2 B_{\text{д}}}{k_2} \left[ \omega_{\text{т.}\Gamma} - \omega_{\text{опт.}\Gamma} + \frac{k_1 D}{q_1} j_{\text{опт.}\Gamma} \right] - U_{\text{д}}, \quad (1.8)$$

где

$$B_{\text{д}} = \frac{\lambda S_{\text{д}}}{2N_{\text{отч}} \Delta L_{\text{min}}};$$

$q_1$  – коэффициент штрафа на точность оценивания текущего значения угловой скорости вращения линии визирования «ракета–цель»;

$k_2$  – коэффициент штрафа на величину сигнала управляющего напряжения  $U_{\text{д}}$  подсистемы управления полосой пропускания узкополосного доплеровского фильтра;

$U_{д.опт}$  – оптимальный сигнал управляющего напряжения;

$k_1$  – коэффициент штрафа на величину сигнала управления боковым ускорением УР;

$q_2$  – коэффициент штрафа на точность оценивания текущего значения ширины полосы пропускания узкополосного доплеровского фильтра;

$B_{д}$  – коэффициент эффективности сигнала управления подсистемы управления полосой пропускания узкополосного доплеровского фильтра;

$\omega_{т.опт.г}$  – оптимальное значение требуемой составляющей угловой скорости вращения линии визирования «ракета–цель» при управлении полосой пропускания узкополосного доплеровского фильтра;

$j_{опт.г}$  – оптимальный сигнал управления боковым ускорением ракеты;

$S_{д}$  – коэффициент передачи блока управления частотой дискретизации алгоритма дискретного преобразования Фурье;

$N_{отч}$  – число отсчетов дискретизации алгоритма дискретного преобразования Фурье;

$\Delta L_{min}$  – требуемое минимальное линейное разрешение целей в группе.

В состав алгоритмического обеспечения АРГС ракеты входит и алгоритм селекции элементов ГВЦ, основанный на их разрешении и распознавании заданного для атаки типа цели из состава группы. В данном алгоритме распознавание заданного для атаки типа цели осуществляется путем использования информации о взаимном частотном расположении сигналов первичной (отражений от планеров самолётов группы) и вторичной модуляций (отражений сигналов от первых ступеней компрессора (турбины) низкого давления силовых установок самолётов). Основная уязвимость такого распознавания типа цели заключается в существенной зависимости информации о частотном расположении сигналов первичной и вторичной модуляций от ракурса радиолокационного наблюдения сигналов в АРГС ракеты. Поэтому был разработан модифицированный метод самонаведения ракеты, позволяющий обеспечить в её АРГС условия для радиолокационного наблюдения отражённых от ГВЦ сигналов вторичной модуляции под требуемым ракурсом в интересах последующего распознавания типа атакующей цели в составе группы. Он предложен в работах А. В. Богданова и А. А. Филонова [69]. Для реализации его в контур самонаведения ракеты вводится требуемое значение угловой скорости вращения  $\omega_{тр.г}$  линии визирования «ракета–цель», изменяющееся по определённому, заранее известному закону. При этом параметр рассогласования формируется по аналогии с (1.3), (1.5) следующим образом:

$$\Delta_{г} = N_0 V_{сбл} (\omega_{г} \pm \Delta \omega_{тр.г}) - j_{г}. \quad (1.9)$$

Рассмотренный метод не является строго оптимальным, так как в качестве априорных законов изменения требуемого значения угловой скоро-

сти вращения линии визирования «ракета–цель» эмпирически предложены простейшие функции (линейная, квадратичная и каноническое уравнение эллипса).

Таким образом, анализ методов самонаведения истребителей и ракет с АРГС позволяет заключить, что в большинстве случаев они разработаны для наведения на одиночные воздушные цели и не всегда дополнительно обеспечивают требуемые условия радиолокационного наблюдения отраженных от целей сигналов в БРЛС ЛА. Кроме того, рассмотренные методы самонаведения не являются оптимальными по критерию минимума промаха при наведении на элементы ГВЦ.

Поэтому в дальнейшем возникает необходимость синтеза новых *методов самонаведения истребителей и ракет с АРГС на элементы ГВЦ, которые вместе с минимальным промахом обеспечивают требуемые условия радиолокационного наблюдения отражённых от ГВЦ сигналов в БРЛС истребителя и АРГС ракеты.*

Из приведённого анализа алгоритмов обработки сигналов в БРЛС истребителя и АРГС ракеты и методов их наведения также следует, что наряду с полосой пропускания узкополосного доплеровского фильтра в скоростном (доплеровском) канале обработки сигналов в БРЛС и автоселекторе скорости АРГС дополнительными, связующими их факторами являются время, в течение которого элементы ГВЦ не разрешаются по доплеровской частоте при использовании узкополосной доплеровской фильтрации отражённых от нее радиолокационных сигналов, и зависимость амплитуды первой компрессорной (турбинной) спектральной составляющей сигналов вторичной модуляции от ракурса радиолокационного наблюдения.

Одним из путей получения параметров, характеризующих данные факторы, является экспериментальный, связанный с регистрацией с помощью импульсно-доплеровского радиолокатора сигналов, отражённых от реальных воздушных целей, и их статистической обработкой.

## **1.2. Анализ тактико-технических требований к БРЛС, АРГС и РЭСУ истребителя и ракеты для обеспечения их индивидуального наведения на воздушную цель из состава группы**

Проанализируем основные тактико-технические требования к БРЛС, АРГС и РЭСУ истребителя и ракеты при обеспечении их индивидуального наведения на воздушную цель из состава группы с точки зрения определения:

- характеристик атакуемых целей;

- класса управляемых ракет, дальности их пуска и носителя;
- базовых методов самонаведения истребителя и ракеты;
- текущих и требуемых условий радиолокационного наблюдения целей;
- технических характеристик алгоритмов обработки сигналов в БРЛС истребителя и АРГС ракеты.

### **Характеристика атакуемых целей**

В качестве атакуемых целей, образующих группу, рассматриваются элементы ГВЦ: самолёты с турбореактивными двигателями (ТРД), выполненные без применения технологии «стелс» (таких типов, как F-14, F-15, F-16), и их модификации. Действия ЛА осуществляются в следующих условиях:

- стационарный полёт и умеренное маневрирование в группе и составом группы в сомкнутых БП, при этом интервалы и дистанции между самолётами составляют соответственно 50–300 м и 10–100 м;
- численный состав ГВЦ – до 4-х самолётов с ТРД;
- типовой состав группы – однотипная или разнотипная;
- одновременное наведение нескольких ракет с АРГС на элементы ГВЦ в соответствии со следующими видами целераспределения:
  - ❖ наведение ракет на разрешаемые по доплеровской частоте элементы ГВЦ без их распознавания;
  - ❖ наведение ракет на разрешаемые по доплеровской частоте элементы ГВЦ с распознаванием их функционального назначения по принципу «ведущий–ведомый»;
  - ❖ наведение ракет на разрешаемые по доплеровской частоте элементы ГВЦ с распознаванием их типов на основе эффекта вторичной модуляции сигнала.

### **Класс управляемых ракет, дальности их пуска и носители**

Рассматриваются ракеты класса «воздух–воздух» с АРГС 5-го поколения средней и большой дальности. Для ракет средней дальности – дальность пуска составляет 70–80 км; для ракет большой дальности – 200 км и более. Носители ракет – различные модификации отечественных самолётов типа Изд.01, Изд.9-12, Т-10. На одном истребителе возможна подвеска 6–10 ракет с АРГС. Максимальная перегрузка ракеты может достигать 25 единиц [16, 17].

### **Базовые методы самонаведения истребителя и ракеты**

Рассматривается система самонаведения истребителя 5-го поколения. **Базовым методом самонаведения истребителя является метод наведения в наивыгоднейшую упрежденную точку встречи.** Самонаведение истребителя осуществляется в горизонтальной плоскости с ошибкой наведения не более  $5^\circ$  и перегрузкой (боковым ускорением) истребителя, не превышающей 2 единиц ( $20 \text{ м/с}^{-2}$ ).

Рассматривается активный этап самонаведения ракеты, подразумевающий, что к этому моменту в АРГС ракеты уже произведён захват цели и дальнейшее управление её полётом осуществляется на основе радиолокационного контакта с атакуемой целью. Дальность перехода на этап самонаведения составляет 10–15 км для ракет средней дальности и до 50 км – для ракет большой дальности. **Базовым методом самонаведения ракеты является метод пропорционального наведения.** Практически одновременное наведение нескольких ракет на отдельные элементы ГВЦ осуществляется на средних и больших дальностях и высотах в переднюю и заднюю полусферы *под ракурсом 0/4-2/4* по заданному из БРЛС истребителя целе-распределению [17, 18].

#### **Текущие и требуемые условия радиолокационного наблюдения целей**

В БРЛС истребителя:

- ГВЦ находится в главном луче ДНА на удалении от истребителя 200–250 км и поставлена на сопровождение по дальности, скорости и угловым координатам;
- цели по дальности и угловым координатам не разрешаются.

В АРГС ракеты элементы ГВЦ находятся на больших и средних дальностях в главном луче ДНА и не разрешаются по дальности и угловым координатам.

В БРЛС требуемый угол отворота истребителя от линии визирования «истребитель–ГВЦ», соответствующей его полёту по опорной траектории при методе «самонаведение в наивыгоднейшую упреждённую точку встречи», не превышает угла поворота ДНА БРЛС истребителя (не более  $60^\circ$ ).

В АРГС ракеты необходимо синтезировать дополнительно к существующему базовому методу пропорционального наведения следующие методы, позволяющие обеспечить требуемые условия радиолокационного наблюдения целей для:

- разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ и наблюдения отражённых сигналов под заданным ракурсом (наведение ракет на разрешаемые по доплеровской частоте элементы ГВЦ с распознаванием их типов на основе эффекта вторичной модуляции сигнала);
- разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ на основе использования узкополосной доплеровской фильтрации и режима синтеза апертуры (РСА) антенны (наведение ракет на элементы ГВЦ без их распознавания или с распознаванием их функционального назначения);
- наблюдения отражённых сигналов под заданным ракурсом (наведение ракет на элементы ГВЦ с распознаванием их типов на основе эффекта

вторичной модуляции сигнала при условии, что цели разрешены по доплеровской частоте).

### **Технические характеристики алгоритмов обработки сигналов в БРЛС истребителя и АРГС ракеты**

В БРЛС истребителя реализована группа алгоритмов обработки отраженных сигналов на базе узкополосной доплеровской фильтрации, которая позволяет определить количество разрешаемых по доплеровской частоте элементов ГВЦ в условиях, когда все цели группы находятся на больших и средних дальностях в главном луче ДНА.

Данные алгоритмы позволяют при обработке сигналов по импульсно-доплеровскому принципу с высокой и средней частотой повторения немодулированных зондирующих импульсов при:

- ❖ длительности импульса – 1 мкс;
- ❖ скважности пачки – 4;
- ❖ ширине полосы пропускания узкополосного доплеровского фильтра 10–20 Гц;
- ❖ дальности захвата цели в БРЛС – до 300 км;
- ❖ длине волны  $\lambda = 4$  см;
- ❖ ширине диаграммы направленности фазированной антенной решётки  $2\theta_{0,5p} = 2-2,5^\circ$ ;
- ❖ количестве целей, находящихся в главном луче диаграммы направленности антенны – не более 4;
- ❖ отношении сигнал/шум 14–24 дБ;

*обеспечить:*

- ❖ СКО оценки дальности до ГВЦ – 10–31 м, скорости (доплеровской частоты) – 0,008–0,03 м/с (0,4–1,5 Гц);
- ❖ вероятность правильного (ложного) распознавания количества разрешаемых по доплеровской частоте воздушных целей порядка 0,7–0,95 (0,008–0,01) при времени распознавания не более 5 с.

В АРГС ракеты на базе использования узкополосной доплеровской фильтрации отражённых от ГВЦ сигналов реализованы алгоритмы обработки отраженных сигналов, которые позволяют:

*разрешить* по доплеровской частоте элементы ГВЦ и определить их количество в условиях, когда они находятся на больших и средних дальностях в главном луче ДНА АРГС;

*распознать* при условии разрешения по доплеровской частоте целей в группе и их стационарном полёте функциональное назначение самолётов по принципу «ведущий–ведомый», а также типовой состав группы на основе использования эффекта вторичной модуляции отражённых от элементов ГВЦ сигналов и импульсно-доплеровском принципе их обработки в

режиме с высокой и средней частотой повторения немодулированных зондирующих импульсов при:

- ❖ длительности импульса – 1 мкс;
- ❖ скважности пачки – 4;
- ❖ ширине полосы пропускания узкополосного доплеровского фильтра 10–20 Гц;
- ❖ дальности захвата цели в АРГС – до 50 км;
- ❖ длине волны  $\lambda = 4$  см;
- ❖ ширине диаграммы направленности целевой антенны  $2\theta_{0,5p} = 5-8^\circ$ ;
- ❖ количестве целей, находящихся в главном луче ДНА, – не более 4;
- ❖ отношении сигнал/шум 14–24 дБ;

*обеспечить:*

- ❖ СКО оценки дальности до ГВЦ (элементы ГВЦ по дальности не разрешаются) – 10–31 м, скорости (доплеровской частоты) – 0,008–0,03 м/с (0,4–1,5 Гц);
- ❖ вероятность правильного (ложного) распознавания функционального назначения самолётов в группе 0,75–0,91 (0,007–0,009), типового состава группы – 0,7–0,95 (0,008–0,01) при времени распознавания не более 5 с.

Приведенные исходные данные примем в качестве основных при разработке методов наведения истребителя и ракеты на элемент ГВЦ. Далее рассмотрим теоретические вопросы синтеза оптимальных методов самонаведения истребителя и ракеты.

### 1.3. Критерии оптимальности при синтезе методов самонаведения

Эффективность функционирования РЭСУ оценивается с помощью показателей и критериев [27, 28, 70]. При этом показатели представляют количественную оценку эффективности, а критерии – правила, по которым определяется степень соответствия РЭСУ своему назначению.

Оценка эффективности РЭСУ необходима для:

- обоснования разработки тактико-технических требований к вновь создаваемым образцам;
- сравнения между собой различных типов;
- определения условий применения, в которых их возможности проявляются наиболее полно;
- разработки мероприятий по их эффективному использованию.

В процессе функционирования РЭСУ используются различные этапы, подсистемы, устройства и режимы работы, операции [27, 28, 70].

Поэтому эффективность РЭСУ может быть оценена достаточно большим числом показателей по различным критериям. В ходе разработки всегда пытаются создать РЭСУ, наилучшим образом соответствующую своему назначению. Любая РЭСУ оптимальна только с точки зрения удовлетворения каким-либо критериям. При этом лучшая по одним критериям она может быть неоптимальной по другим. Наиболее часто используются экстремальные, ограничительные (пороговые), фиксирующие и смешанные критерии [27, 28, 70].

Известно [там же], что среди показателей качества можно выделить три группы: конечные, частные и обобщенные. Конечные позволяют оценить результаты применения РЭСУ с учётом всех этапов и режимов работы. Необходимо отметить, что вычисление конечных показателей требует учёта огромного количества различных факторов, событий, условий. В связи с этим на практике чаще используются частные показатели, которые характеризуют эффективность функционирования подсистем, устройств либо выполнение отдельных операций, но вместе с тем дают возможность судить об эффективности РЭСУ в целом. Существуют трудности сравнения различных РЭСУ по большому количеству частных показателей, так как нередки ситуации, когда для разных систем лучшими являются разные группы частных показателей (например, тактические или технические). Кроме того, некоторые частные показатели зависят от времени, что также затрудняет сравнение по ним различных РЭСУ. По этой причине достаточно часто используют обобщенные показатели, именуемые также свертками, целевыми функциями или функционалами качества [там же]. В общем случае обобщенные показатели представляют монотонные функции от линейных комбинаций либо квадратичных форм частных показателей.

Наиболее часто для оценки качества системы применяют интегральные квадратичные функционалы качества [там же]. Они позволяют оценить эффективность РЭСУ за всё время функционирования и дают возможность сравнивать между собой системы управления с переменными во времени частными показателями.

Среди всех возможных типов интегральных квадратичных функционалов наиболее распространены функционалы качества Летова – Калмана, такие как терминальный и локальный [там же]. Терминальный функционал качества позволяет оценить эффективность РЭСУ за весь интервал функционирования включая момент окончания управления. Он наиболее применим в случаях оптимизации системы управления, когда важна точность наведения в конечный момент времени, независимо от длины траектории наведения. Локальный квадратичный функционал качества позволяет оценить эффективность РЭСУ в любой текущий момент времени.

Преимуществом использования квадратичных функционалов в качестве показателей эффективности РЭСУ является возможность получения её интегральной оценки за всё время функционирования системы. При этом эффективность оценивается по совокупному показателю «точность–экономичность», что очень важно для бортовых систем, обладающих ограниченными источниками энергии [там же].

При использовании интегральных функционалов РЭСУ чаще всего оптимизируются по экстремальному критерию, в соответствии с которым наилучшей считается система, обеспечивающая минимум квадратичного функционала качества.

Для решения задач оптимального управления в настоящее время широко применяются методы и алгоритмы, основанные на СТОУ [27, 28, 70]. Между собой эти методы могут различаться как способом решения задачи оптимального управления, так и видом используемого при этом функционала качества (целевой функции). Основными из них являются:

- метод динамического программирования;
- принцип максимума Понтрягина;
- алгоритм управления, оптимальный по критерию минимума обобщённой работы (метод А. А. Красовского);
- метод обратных задач динамики;
- алгоритм управления, оптимальный в постановке Летова – Калмана;
- алгоритм локальной оптимизации.

Наибольшее распространение при синтезе оптимальных методов самонаведения истребителей и ракет получил метод обратных задач динамики и алгоритм локальной оптимизации, который базируется на принципе оптимальности Беллмана [там же]. Это связано с тем, что указанные подходы удовлетворяют следующим важным требованиям [там же]:

- простота процедуры синтеза закона оптимального управления;
- возможность получения аналитического выражения, определяющего закон оптимального управления;
- адаптивность закона управления к начальным условиям состояния объекта управления;
- учет ограничений на величину сигналов управления.

В работах М. В. Максимова, Г. И. Горгонова, В. И. Меркулова, В. С. Чернова [27, 28, 68, 70] рассмотрены вопросы синтеза оптимальных методов самонаведения только на одиночные воздушные цели, при этом в качестве критерия оптимальности по совокупному показателю «точность–экономичность» применялся, как правило, критерий минимума квадратичного локального функционала качества. Аналогичный критерий использовался и в работах И. В. Забелина, В. И. Меркулова и др. [53, 54] при синтезе методов самонаведения самолётов на наземные цели с созданием эффекта

радиолокационного синтезирования апертуры антенны. Тот же критерий нашёл применение при синтезе методов самонаведения управляемых ракет на элементы ГВЦ с созданием эффекта РСА апертуры антенны [55, 57, 59, 60].

Подход к синтезу методов самонаведения самолётов и ракет по тому же критерию оптимальности, но на основе концепции обратных задач динамики достаточно глубоко развит для других по своему назначению систем управления в работах П. Д. Крутько, В. П. Харькова и их учеников [27, 70–76].

При синтезе методов самонаведения истребителя и ракеты на групповую воздушную цель в основу положили критерий минимума квадратичного локального функционала качества.

#### **1.4. Экспериментальные исходные данные для синтеза методов самонаведения истребителя и ракеты**

Получение экспериментальных исходных данных для синтеза методов самонаведения истребителя и ракеты осуществлялось в процессе проведения ЛЭИ, общая методика которых заключалась в следующем [50, 55, 67]:

- 1) определение цели и задач ЛЭИ;
- 2) планирование ЛЭИ;
- 3) регистрация радиолокационных сигналов, отражённых от реальных воздушных целей и информации СОК;
- 4) экспресс-анализ зарегистрированных радиолокационных сигналов и информации СОК;
- 5) статистическая обработка зарегистрированных радиолокационных сигналов и сигналов СОК;
- 6) анализ результатов обработки радиолокационных сигналов.

В соответствии с такой методикой определялись экспериментальные исходные данные в следующей последовательности:

- ширина спектра сигнала, отражённого от элемента ГВЦ, для обоснования ширины полосы пропускания узкополосного доплеровского фильтра в автоселекторе скорости БРЛС и АРГС;
- интервал времени, в течение которого элементы ГВЦ не разрешаются по доплеровской частоте при использовании узкополосной доплеровской фильтрации отражённых от них радиолокационных сигналов;
- зависимость амплитуды первой компрессорной (турбинной) спектральной составляющей сигнала вторичной модуляции от ракурса радиолокационного наблюдения.

Регистрация радиолокационных сигналов, отражённых от реальных воздушных целей, производилась с помощью специального бортового регистратора, входящего в состав БРЛС 8Б с фазированной антенной решёт-

кой самолета Изд.01. В [50, 55, 67] приведена структура бортового регистратора с описанием режима работы БРЛС 8Б при записи на флэш-накопитель регистратора реальных сигналов с выхода линейной части приёмника БРЛС 8Б. В качестве реальных ГВЦ использовались пары, тройки и звенья (из четырёх самолётов) отечественных типов истребителей Изд.01, Изд.9-12, Т-10, лётно-технические характеристики которых близки по своим значениям к соответствующим характеристикам зарубежных истребителей таких типов, как F-14, F-15, F-16. Параллельно осуществлялась и штатная регистрация сигналов СОК на магнитный накопитель (ленту магнитофона) с целью дальнейшей привязки зарегистрированных сигналов к параметрам выполнения полётных заданий как экипажами истребителя-регистратора, так и истребителей-целей. Координация всех действий экипажей осуществлялась штурманом наведения командного пункта.

После посадки истребителя-регистратора осуществлялся экспресс-анализ зарегистрированной информации. С этой целью из памяти флэш-накопителя бортового регистратора скачивались зарегистрированные радиолокационные сигналы в систему их экспресс-анализа, а также с магнитофонов истребителя-регистратора и истребителей-целей считывалась информация СОК для дальнейшего её преобразования в формат, позволяющий оперативно анализировать качество выполнения полётных заданий (выдерживаемый скоростной режим, ракурс, высоты полёта и т. д.) и режимы работы БРЛС 8Б с бортовым регистратором (дальность обнаружения ГВЦ, дальность постановки на автосопровождение и т. д.).

Детальная обработка зарегистрированных реальных радиолокационных сигналов и информации СОК производилась в лабораторных условиях. При этом использовалось специально разработанное для этой цели программно-алгоритмическое обеспечение, позволяющее исследовать информационные свойства и статистические характеристики реальных сигналов, осуществлять их привязку к информации СОК [67].

Фундаментальное значение при разрешении целей по доплеровской частоте и согласованной обработке сигналов имеет ширина полосы пропускания узкополосного доплеровского фильтра  $F_{\Phi}$ . В [50] показано, что теоретически она может быть определена следующим образом:

$$F_{\Phi} = \sqrt{\frac{2(a_{\text{ц}} + a_{\text{р}})}{\lambda}}, \quad (1.10)$$

где  $a_{\text{ц}}$  и  $a_{\text{р}}$  – собственные радиальные ускорения цели и ракеты соответственно;

$\lambda$  – рабочая длина волны импульсно-доплеровской БРЛС истребителя или АРГС ракеты.

Так, при  $\lambda = 3$  см,  $a_{ц} = 0,15g$  (где  $g$  – ускорение свободного падения),  $a_p = 0$  (собственное ускорение ракеты компенсируется) величина  $F_{\phi}$  будет составлять около 10 Гц, что позволит осуществить на дальностях, в несколько раз превышающих дальности обнаружения цели в АРГС ракеты или БРЛС истребителя, разрешение элементов ГВЦ с линейным расстоянием между ними 50–300 м.

Согласованная обработка в БРЛС истребителя и АРГС ракеты радиолокационных сигналов предполагает, что ширина спектра сигнала, отражённого от каждого элемента ГВЦ, должна быть равна ширине полосы пропускания узкополосного доплеровского фильтра  $F_{\phi}$ . Поэтому оценивалась ширина спектра  $\Delta f_c$  радиолокационного сигнала, отражённого от каждой цели из состава группы, даже несмотря на то, что она могла бы быть определена теоретически согласно формуле (1.10). Данное выражение позволяет определить лишь порядок величины  $F_{\phi}$ , так как не учитывает множество факторов, влияющих на полёт самолётов в группе (например, турбулентность атмосферы, особенности работы системы управления каждого самолёта в группе, характер их пилотирования и т. д.).

Оценка ширины спектра радиолокационных сигналов осуществлялась по СДП, формируемым на выходе системы обработки сигналов (в основу которой положен алгоритм БПФ) на уровне 0,5 от амплитуды спектральной составляющей, соответствующей отражению сигнала от планера самолёта.

На рис. 1.3. приведен спектральный доплеровский портрет, который формируется на выходе системы обработки сигналов, отражённых от пары самолётов типа Изд.1. По таким СДП и оценивалась ширина спектра радиолокационных сигналов.

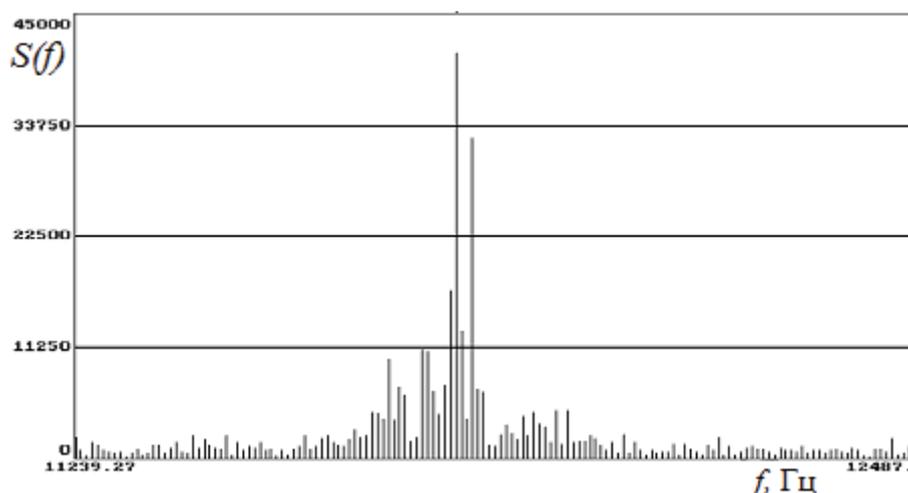


Рис. 1.3. Спектральный доплеровский портрет

В табл. 1.1 [50, 55] представлены результаты статистической обработки СДП при стационарном полёте целей, в табл. 1.2 – при умеренном маневрировании группой и в группе; в табл. 1.3 – обобщённые результаты по экспериментальному и теоретическому (по формуле (1.10) определению ширины спектра сигнала, где кроме ранее принятых даны обозначения:  $M[\Delta f_c]$  – МОЖ ширины спектра планерной составляющей отраженного сигнала на выходе системы обработки РЛ сигналов;  $I_{0,95}$  – доверительный интервал ширины спектра планерной составляющей сигнала, который с доверительной вероятностью 0,95 накрывает истинное значение МОЖ  $M[\Delta f_c]$ ;  $N_{\text{СДП}}$  – количество проанализированных СДП; индексы «т» и «э» – соответственно теоретическая и экспериментальная ширина спектра сигнала.

Таблица 1.1

Результаты статистической обработки СДП  
при стационарном полёте ВЦ

Параметры, ед. изм.	Количество × Тип самолёта		
	2 × Изд.01	2 × Т-10	4 × Изд.01
$N_{\text{СДП}}$	510	255	600
$M[\Delta f_c]$ , Гц	9,5	10,6	11,3
$I_{0,95}$ , Гц	8,4;10,6	9,3; 11,9	10,6; 12,0

Таблица 1.2

Результаты статистической обработки СДП  
при умеренном маневрировании группой и в группе

Параметры, ед. изм.	Количество × Тип самолёта, Тип манёвра		
	2 × Изд.01 «разворот»	2 × Т-10 «змейка»	1 × Изд.01 «догон»
$N_{\text{СДП}}$	230	470	320
$M[\Delta f_c]$ , Гц	16,3	16,7	11,4
$I_{0,95}$ , Гц	15,6;17,0	15,9; 17,5	9,7; 13,1

Таблица 1.3

Обобщённые результаты статистической обработки СДП  
по экспериментальному и теоретическому определению  
ширины спектра сигнала

Характер полёта	$a_{\text{ц}},$ $\text{мс}^{-2}$	$M[\Delta f_{\text{ст}}],$ Гц	$M[\Delta f_{\text{сэ}}],$ Гц	$M[\Delta f_{\text{сэ}}]/M[\Delta f_{\text{ст}}]$
Стационарный	–	9,1	10,5	1,2
Манёвр в группе	1,3	8,1	11,4	1,4
Манёвр составом группы	2,8	11,8	16,5	1,4

Из анализа приведённых результатов вытекают следующие выводы.

1. Ширина спектра сигнала и, следовательно, ширина полосы пропускания узкополосного доплеровского фильтра в системе обработки сигналов в БРЛС и АРГС, может быть принята:

- при стационарном полёте ГВЦ и манёвре самолётов в группе – около 10 Гц;
- при умеренном маневрировании ГВЦ – около 16 Гц.

2. При расчётах по формуле (1.10) теоретически получаемое значение ширины полосы пропускания узкополосного доплеровского фильтра может быть увеличено в 1,2–1,4 раза (табл. 1.3).

Неоднозначность «угол–доплеровская частота (скорость сближения)» может привести к взаимной компенсации траекторных угловых и скоростных флуктуаций элементов ГВЦ. В этом случае возникают ситуации неразрешения (полное или частичное) целей в группе даже в том случае, когда полоса пропускания узкополосного доплеровского фильтра в скоростном канале БРЛС или автоселекторе скорости АРГС согласована с шириной спектра сигнала, отражённого от каждого элемента ГВЦ. При этом под полным разрешением целей в группе понимается ситуация, когда амплитуды спектральных составляющих сигнала, обусловленных его отражениями от планеров самолётов группы, превышают установленный порог обнаружения и количество таких амплитуд равно истинному количеству целей в группе. Если это условие не выполняется, то будем считать, что цели в группе не полностью разрешаются по доплеровской частоте. С целью оценки вероятности такого события, при котором на основе использования узкополосной доплеровской фильтрации имеет место полное разрешение по доплеровской частоте целей в группе, была произведена обработка радиолокационных сигналов, которые соответствовали отражениям от пары, тройки и четвёрки целей при их радиолокационном наблюдении под ракурсом 0/4. В табл. 1.4 [50, 55] приведены результаты обработки СДП, аналогичные виду, представленному на рис. 1.3, где кроме ранее принятых даны обозначения:  $M [\hat{P}_ц]$  – математическое ожидание оценки вероятности полного разрешения по доплеровской частоте целей в группе. При этом ширина полосы пропускания узкополосного доплеровского фильтра в системе обработки сигналов определялась эквивалентной шириной полосы пропускания одного бина алгоритма БПФ и составляла около 10 Гц.

Анализ данных (табл. 1.4) показывает, что вышеуказанная неоднозначность «угол–доплеровская частота» может существенно влиять на качество разрешения элементов ГВЦ. Так, вероятность полного разрешения целей в группе при использовании узкополосной доплеровской фильтрации не высока и в зависимости от численного состава ГВЦ может составлять 0,08–0,27.

Таблица 1.4

Результаты обработки СДП

Количество целей	$N_{\text{СДП}}$	$M[\hat{P}_{\text{ц}}]$
		$I_{0,95}$
2	2 180	0,23 0,22; 0,25
3	2 300	0,21 0,15; 0,27
4	3 100	0,11 0,08; 0,14

Это обстоятельство ещё раз подтверждает необходимость разработки методов самонаведения истребителя и ракеты, обеспечивающих оптимальные условия для эффективного разрешения по доплеровской частоте целей в группе.

Кроме того, было установлено [50, 55], что на практике встречаются ситуации, когда длительность интервалов времени  $\Delta t_p$ , в пределах которых цели в группе полностью не разрешаются, может составлять от долей секунды до нескольких десятков. С целью статистической оценки длительности интервала неразрешения целей  $\Delta t_p$  были обработаны сигналы, полученные в 8 полётах, в которых суммарная длительность реализации составила более 15 мин.

По результатам обработки построена гистограмма, представленная на рис. 1.4., где  $N$  – частота появления соответствующих временных интервалов  $\Delta t_p$  неразрешения целей в группе.

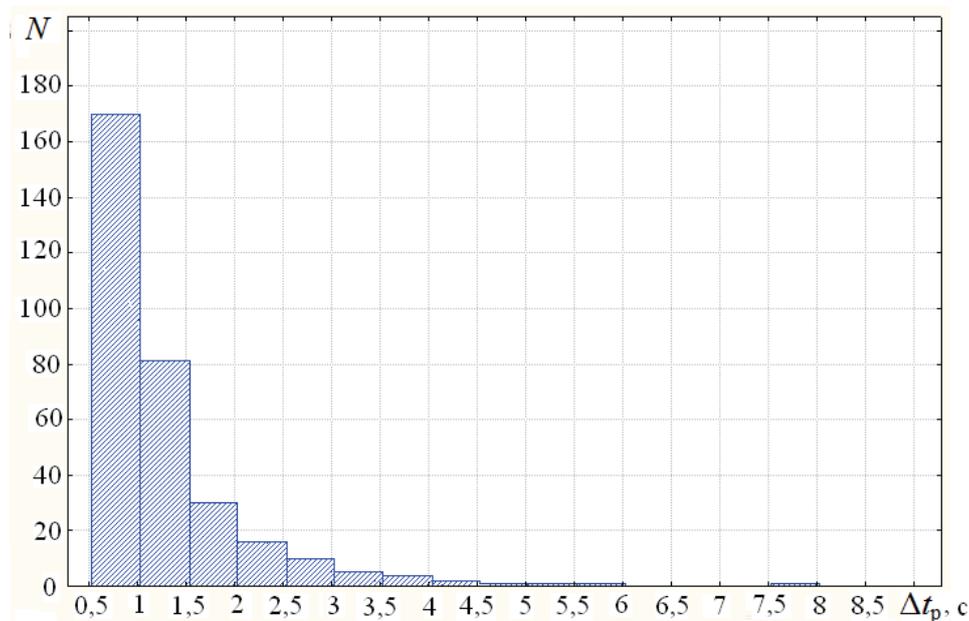


Рис. 1.4. Гистограмма распределения временных интервалов неразрешения по доплеровской частоте целей, летящих в паре

На основе полученного распределения  $\Delta t_p$  точечная (МОЖ) и интервальная оценки ( $I_{0,95}$ ) следующие [64, 65]:  $m_{\Delta t_p} = 2,034$  с и  $I_{0,95} = [1,8; 2,3]$  с.

Экспериментальная оценка ракурсной зависимости первой компрессорной составляющей спектра отраженного от цели сигнала показала, что сигналы вторичной модуляции (отражения от первой ступени компрессора низкого давления) устойчиво наблюдаются при ракурсах  $50\text{--}60^\circ$  на дальностях  $35\text{--}40$  км [63].

Для обеспечения в БРЛС истребителя и АРГС ракеты требуемых условий радиолокационного наблюдения сигналов вторичной модуляции в интересах дальнейшего распознавания типа цели необходимо, чтобы истребитель или ракета в процессе наведения находились в так называемом конусе распознавания цели, который характеризуется углом  $q$  между вектором скорости цели и линией визирования «ракета–цель» в горизонтальной и вертикальной плоскостях управления, определяемым как

$$q \leq 30\text{--}45^\circ, \quad (1.11)$$

другими словами, истребитель или ракета должны наводиться на цель под ракурсами  $0/4\text{--}3/4$ .

## Выводы

Анализ назначения, состава и алгоритмов функционирования радиоэлектронной системы управления (методов самонаведения) истребителем и ракетой класса «воздух–воздух» с АРГС позволяет заключить, что в большинстве случаев методы самонаведения разработаны для наведения на одиночные воздушные цели и не всегда дополнительно обеспечивают требуемые условия радиолокационного наблюдения отраженных от целей сигналов в бортовой РЛС летательного аппарата. Кроме того, они не являются оптимальными и не обеспечивают минимальный промах.

Из анализа алгоритмов обработки сигналов в БРЛС (АРГС) истребителя (ракеты) и методов их наведения также следует, что наряду с полосой пропускания узкополосного доплеровского фильтра в скоростном (доплеровском) канале обработки сигналов в БРЛС и автоселекторе скорости АРГС дополнительными связующими их факторами является время, в течение которого элементы ГВЦ не разрешаются по доплеровской частоте при использовании узкополосной доплеровской фильтрации отраженных от ГВЦ радиолокационных сигналов, и зависимость амплитуды первой компрессорной (турбинной) спектральных составляющих сигналов вторичной модуляции от ракурса радиолокационного наблюдения.

Проведен анализ тактико-технических требований к БРЛС, АРГС и РЭСУ истребителя и ракеты для обеспечения их индивидуального наведения на воздушную цель из состава группы и в интересах разработки методов наведения истребителя и ракеты на элемент ГВЦ в качестве рамок дальнейших исследований определены:

- характеристики атакуемых целей;
- классы управляемых ракет, дальности их пуска и носители;
- базовые методы самонаведения истребителя и ракеты;
- текущие и требуемые условия радиолокационного наблюдения целей;
- технические характеристики алгоритмов обработки сигналов в БРЛС истребителя и АРГС ракеты.

В основу синтеза оптимальных методов самонаведения истребителя и ракеты на групповую воздушную цель положен критерий минимума квадратичного локального функционала качества.

На основе обработки радиолокационных сигналов, отражённых от реальных ГВЦ, определены следующие исходные данные для разработки методов наведения истребителя и ракеты на элемент ГВЦ:

- ширина полосы узкополосного доплеровского фильтра в скоростном канале БРЛС истребителя и автоселекторе скорости АРГС ракеты при стационарном полёте ГВЦ должна составлять около 10 Гц, а при умеренном маневрировании – около 16 Гц;
- доверительный интервал, который с доверительной вероятностью 0,95 накрывает истинное значение математического ожидания интервала времени, в течение которого элементы ГВЦ находятся в радиолокационном наблюдении под ракурсами, близкими к  $0/4$ , и полностью не разрешаются по доплеровской частоте, составляет  $I_{0,95} = [1,8; 2,3]$  с;
- для обеспечения в БРЛС истребителя и АРГС ракеты требуемых условий радиолокационного наблюдения сигналов вторичной модуляции для распознавания типа воздушной цели необходимо, чтобы ракета наводилась под ракурсами  $0/4-2/4$ .

## **2. СИНТЕЗ МЕТОДА САМОНАВЕДЕНИЯ ИСТРЕБИТЕЛЯ НА ГРУППОВУЮ ВОЗДУШНУЮ ЦЕЛЬ**

### **2.1. Основные положения синтеза метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель**

Разработаем метод самонаведения истребителя на элементы ГВЦ, дополнительно обеспечивающий условия для требуемого линейного разрешения её элементов на основе эффекта радиолокационного синтезирования апертуры антенны.

Задачей синтеза метода наведения является получение закона формирования требуемой фазовой траектории самонаведения истребителя, оптимальной по определенному критерию.

Согласно [27, 28, 68, 70] синтез метода самонаведения истребителя может быть осуществлён в следующей последовательности:

1. Обоснование объема и конкретного вида априорной информации в виде:

- исходных моделей динамики наведения истребителя на элементы ГВЦ;
- используемых первичных измерителей фазовых координат вектора состояния;
- законов распределения и статистических характеристик всех видов возмущений;
- заданных ограничений, накладываемых на синтезируемый метод самонаведения.

2. Выбор критерия оптимальности, в соответствии с которым будет производиться синтез метода самонаведения.

3. Формирование структуры метода (закона формирования требуемой фазовой траектории) самонаведения для обеспечения требуемых условий радиолокационного наблюдения в БРЛС истребителя сигналов, отражённых от элементов ГВЦ, и наведения истребителя по оптимально выбранному критерию с учетом всех ограничений, накладываемых на него.

#### **2.1.1. Постановка задачи синтеза метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель, оптимального по минимуму локального функционала качества**

В общем случае постановку задачи синтеза оптимального управления при использовании детерминированных линейных моделей в пространстве состояний, где все фазовые координаты измеряются точно, мож-

но сформулировать следующим образом. Для многомерного обобщенного объекта управления [там же] при:

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (2.1)$$

необходимо отыскать вектор  $u$  сигналов управления, оптимальный по минимуму интегрального квадратичного функционала качества:

$$I = \int_0^{t_k} \Phi_T [x(t), u(t), t] dt + \Phi_K [x(t_k), u(t_k), t_k], \quad (2.2)$$

где  $\Phi_T [\cdot]$  и  $\Phi_K [\cdot]$  – обобщенные выражения подынтегральных (текущих) и терминального (конечного) членов функционала качества. В соответствии с принципом оптимальности управление должно быть таким, чтобы функционал (2.2) был минимальным на любом интервале  $[\tau, t_k]$ , где  $0 \leq \tau \leq t_k$  [там же].

Функционал, минимизированный выбором  $u$  на произвольном участке, называется функцией Беллмана [там же]:

$$S[x(\tau), \tau] = \min_{\substack{\{u(t)\} \\ [\tau, t_k]}} \left\{ \int_0^{t_k} \Phi_K [x(t), u(t), t] dt + \Phi_K [x(t_k), u(t_k), t_k] \right\}. \quad (2.3)$$

Существование функции  $S[x(\tau), \tau]$  Беллмана указывает на наличие управления, минимизирующего функционал (2.2) [там же]. Функция  $x(t)$  является решением системы (2.1) на интервале  $[\tau, t_k]$  и определяется её начальным состоянием  $x(\tau)$  и управлением  $u(t)$  при  $\tau \leq t \leq t_k$ . Так как оптимальное управление минимизирует функционал качества (2.2), то устраняется зависимость правой части (2.3) от вектора управления  $u$ . В результате предопределяется зависимость функции Беллмана только от аргументов  $x(\tau)$  и  $\tau$ . Из (2.3) следует, что при  $\tau = t_k$  функция Беллмана упрощается и принимает вид

$$S[x(t_k), t_k] = \Phi_K [x(t_k), u(t_k), t_k]. \quad (2.4)$$

Представим (2.3) в виде суммы двух слагаемых:

$$\begin{aligned} S[x(\tau), \tau] &= \\ &= \min_{\substack{\{u(t)\} \\ [\tau, t_k]}} \left\{ \int_{\tau}^{\tau+\Delta} \Phi_K [x(t), u(t), t] dt + \int_{\tau+\Delta}^{t_k} \Phi_K [x(t), u(t), t] dt + \Phi_K [x(t_k), u(t_k), t_k] \right\}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

В соответствии с принципом оптимальности управление на каждом последующем участке должно быть оптимальным независимо от состояния системы на предыдущих интервалах [там же]. Следовательно, при оптимальном управлении функционал качества должен быть минимальным на участке  $[\tau + \Delta, t_k]$ .

Тогда

$$\begin{aligned} S[x(\tau), \tau] &= \min_{\substack{\{u(t)\} \\ [\tau, \tau+\Delta]}} \left\{ \int_{\tau}^{\tau+\Delta} \Phi_{\tau}[x(t), u(t), t] dt + \right. \\ &= \min_{\substack{\{u(t)\} \\ [\tau+\Delta, t_k]}} \left\{ \int_{\tau+\Delta}^{t_k} \Phi_{\tau}[x(t), u(t), t] dt + \Phi_{\kappa}[x(t_k), u(t_k), t_k] \right\} = \\ &= \min_{\substack{\{u(t)\} \\ [\tau, \tau+\Delta]}} \left\{ \int_{\tau}^{\tau+\Delta} \Phi_{\tau}[x(t), u(t), t] dt + S[x(\tau + \Delta), \tau + \Delta] \right\}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

С учетом того, что  $u(t)$  непрерывная функция от времени, а интервал  $\Delta$  достаточно мал [там же], получаем

$$\int_{\tau}^{\tau+\Delta} \Phi_{\tau}[x(t), u(t), t] dt \approx \Phi_{\tau}[x(t), u(t), t] \Delta. \quad (2.7)$$

Так как функции  $S[x(\tau), \tau]$  и  $\partial S[x(\tau), \tau] / \partial \tau$  не зависят от переменной  $u(t)$ , их можно вынести за знак операции минимума [27, 28, 68, 70]. Разделив обе части на  $\Delta$  и заменив  $\tau$  на текущее время  $t$ , при  $\Delta \rightarrow 0$ , получим уравнение для функции Беллмана:

$$-\frac{\partial S[x(t), t]}{\partial t} = \min_{\{u(t)\}} \left\{ \Phi_{\tau}[x(t), u(t), t] + \dot{x}(t) \frac{\partial S[x(t), t]}{\partial x^T(t)} \right\}. \quad (2.8)$$

В процессе решения (2.8) при граничном условии (2.4) определяется управление, минимизирующее функционал (2.2). Из (2.8) и (2.4) следует, что решение уравнения Беллмана зависит от вида минимизируемого функционала (2.2) и модели (2.1). Решение аналитического уравнения (2.8) при условии (2.4) в общем виде возможно лишь для линейных моделей и квадратичных функционалов [там же].

Следовательно, решением уравнения Беллмана (2.8), минимизирующим функционал (2.2), является сигнал управления вида

$$U(t) = K^{-1} B_y^T(t) W \left[ \hat{X}_{\tau}(t) - \hat{X}_y(t) \right]. \quad (2.9)$$



Рис. 2.1. Последовательность синтеза метода самонаведения, оптимального по минимуму локального функционала качества

В выражении (2.9), кроме ранее принятых,  $B_y$  – матрица эффективности управления.

Закон управления (2.9) обеспечивает оптимизацию системы в каждый момент времени.

Её суть, основанная на решении уравнения Беллмана, состоит в том, что независимо от исходного состояния оптимизируемой системы все последующие сигналы управления должны быть оптимальными по отношению к состояниям, возникающим в результате воздействия предыдущих управлений. Эффективность функционирования РЭСУ оценивается по совокупному показателю «точность – экономичность» [там же].

Синтез метода самонаведения истребителя на ГВЦ, оптимального по критерию минимума локального функционала качества, может быть осуществлён в последовательности, приведённой на рис. 2.1 [там же].

### 2.1.2. Постановка задачи синтеза метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель, основанная на концепции обратных задач динамики

В общем случае под обратной задачей динамики понимается процедура определения сил, действующих на объект управления по заданным свойствам его движения [27, 70–76].

Существует несколько классов задач такого типа, один из которых используется в теории автоматического управления и заключается в построении замкнутых динамических систем на основе законов управления

с обратными связями по состоянию управляемых объектов или, другими словами, в определении структуры закона управления регулируемой величиной из требуемого дифференциального уравнения движения системы [там же].

С его помощью оказывается возможно решать следующие задачи [там же]:

- осуществление программного движения линейными и нелинейными объектами;
- регулирование из условия реализации заданных соотношений между выходными переменными объекта (функциональное регулирование);
- управление с учетом внешних возмущений, действующих на управляемый объект.

Существенная особенность рассматриваемого подхода заключается в том, что на его базе можно синтезировать управление, реализующее любые возможные движения объекта, которые можно представить как решения соответствующих дифференциальных линейных или нелинейных уравнений [там же].

Рассмотрим основные соотношения математического аппарата обратных задач динамики [там же].

Пусть управляемая динамическая система описывается линейным дифференциальным уравнением [там же]:

$$\dot{x}(t) = f(x, a, u, t), \quad (2.10)$$

где  $x(t)$  –  $n$ -мерный вектор состояния;

$u(t)$  –  $m$ -линейный вектор управления;

$a$  –  $q$ -мерный вектор параметров;

$f(\cdot)$  – некоторая известная, непрерывно дифференцируемая по своим аргументам вектор-функция.

Требуется найти управление  $u(x, t)$ , переводящее систему (2.10) из произвольного начального состояния  $x(t_0) = x_0$  в заданное конечное состояние  $x(t_k) = x_k$  по траектории  $y_{\text{ж}}(t)$  с минимумом функционала качества [там же]:

$$I = \Phi(x, y_{\text{ж}}, u, t), \quad (2.11)$$

где  $y_{\text{ж}}(t)$  – заданная траектория движения, размерность которой соответствует числу степеней свободы системы (2.10), определяемому количеством компонент вектора управления.

На координаты вектора состояния  $x(t)$  накладываются дополнительные ограничения в следующем виде [там же]:

$$F_{\text{T}}(x, y_{\text{ж}}, t) = 0, \quad (2.12)$$

где  $F_{\text{T}}$  – векторная функция, размерность которой совпадает с размерностью вектора желаемых координат состояния  $y_{\text{ж}}(t)$ .



Рис. 2.2. Последовательность синтеза метода самонаведения на основе концепции обратных задач динамики

Пусть в момент времени  $t = t_0$  справедливо условие (2.12), тогда оно должно выполняться и при  $t > t_0$ . Если (2.12) не выполняется, то оно преобразуется к виду [там же]:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F_T(x, y_{ж}, t) = 0. \quad (2.13)$$

Смысл ограничений (2.12) и (2.13) заключается в следующем. Если объект управления находится на некоторой гиперповерхности  $F_T(x, y_{ж}, t) = 0$ , то он будет находиться на ней при любом  $t > t_0$ . Однако, если в начальный момент объект расположен либо ниже, либо выше гиперповерхности, то за счет  $u(t)$  объект асимптотически будет к ней стремиться [там же].

Закон стремления функции  $F_T(\cdot)$  к нулю должен определяться условиями решаемой задачи или физической реализуемости управления  $u(t)$  [там же].

Таким образом, в общем случае синтез метода самонаведения истребителя на основе концепции обратных задач динамики может быть осуществлён в последовательности, приведённой на рис. 2.2 [там же].

## 2.2. Условия синтеза метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель

В соответствии с последовательностью синтеза метода необходимо определить динамическую модель взаимного перемещения истребителя и ГВЦ в процессе наведения, под которой будем понимать дифференциальные уравнения, описывающие динамику изменения *управляемого* параметра – угла  $\varphi$  (между линией визирования «истребитель – ГВЦ» и вектором скорости истребителя) и *параметра управления* – бокового  $j_n$  ускорения истребителя.



$q_{\text{ГВЦ}}(t)$  – угол между линией визирования и вектором скорости  $V_{\text{ГВЦ}}(t)$  ГВЦ;

$\Delta\varphi(t)$  – текущий угол между линией визирования и вектором скорости  $V_{\text{и}}(t)$  истребителя.

Тогда разность доплеровских частот (ширина полосы пропускания узкополосного доплеровского фильтра в алгоритме обработки сигналов в бортовой радиолокационной станции) определим по формуле

$$\begin{aligned} \Delta f_{\text{д}} &= f_{\text{д1}} - f_{\text{д2}} = \\ &= \frac{2}{\lambda} V_{\text{и}}(t) [\cos(\varphi_{\text{Г}}(t) - \Delta\varphi(t)/2) - \cos(\varphi_{\text{Г}}(t) + \Delta\varphi(t)/2)] + \\ &+ \frac{2}{\lambda} V_{\text{ГВЦ}}(t) [\cos(q_{\text{ГВЦ}}(t) - \Delta\varphi(t)/2) + \cos(q_{\text{ГВЦ}}(t) + \Delta\varphi(t)/2)], \end{aligned} \quad (2.16)$$

откуда при малых значениях

$$\frac{\Delta\varphi(t)}{2} = \frac{\Delta L}{2D(t)},$$

где  $D(t)$  – дальность до энергетического центра групповой воздушной цели (цели по дальности не разрешаются),

$$\Delta f_{\text{д}} = \frac{2\Delta L [V_{\text{и}}(t) \sin \varphi_{\text{Г}}(t) + V_{\text{ГВЦ}}(t) \sin q_{\text{ГВЦ}}(t)]}{\lambda D(t)}. \quad (2.17)$$

Из выражения (2.17) запишем аналитическое выражение, описывающее изменение значения угла  $\varphi_{\text{тр}}$  во времени в следующем виде:

$$\varphi_{\text{тр}}(t) = \arcsin \left( \frac{\Delta f_{\text{д}} \lambda D(t)}{2\Delta L_{\text{тр}} V_{\text{и}}(t)} - \frac{V_{\text{ГВЦ}}(t)}{V_{\text{и}}(t)} \sin q_{\text{ГВЦ}}(t) \right), \quad (2.18)$$

где  $\Delta L_{\text{тр}}$  – требуемое линейное разрешение целей в группе.

С учетом полученного выражения (2.18) дифференциальные уравнения, описывающие динамику изменения  $\varphi$  и  $j_{\text{и}}$  в процессе самонаведения истребителя на ГВЦ, запишем в следующем виде [27]:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}(t) &= \omega(t) + \frac{1}{\dot{D}(t)} j_{\text{и}}(t), & \varphi(0) &= \varphi_0; \\ \dot{\varphi}_{\text{тр}}(t) &= 0, & \varphi_{\text{тр}}(0) &= \frac{D\Delta f_{\text{д}}\lambda}{2\Delta L V_{\text{и}}} - \frac{V_{\text{ц}}}{V_{\text{и}}} q_{\text{ГВЦ}}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

### 2.2.1. Условия синтеза метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель, оптимального по минимуму локального функционала качества

*Необходимым условием* для синтеза метода самонаведения истребителя, оптимального по минимуму локального функционала качества, является полученная динамическая модель (2.19), обладающая такими свойствами [27], как измеримость, наблюдаемость, идентифицируемость и управляемость. Основная цель исследования этих свойств – выяснение принципиальной возможности синтеза оптимальных алгоритмов у выбранных моделей состояний и измерений (наблюдений), поэтому они проводятся для идеальных условий функционирования системы (без учёта возмущающих воздействий).

Под измеримостью понимают возможность непосредственного измерения той или иной фазовой координаты вектора состояния [там же]. Известно [там же], что некоторые фазовые координаты, например угловая скорость вращения линии визирования «истребитель – цель» или абсолютные параметры полёта ВЦ, принципиально не поддаются непосредственному измерению на борту истребителя. Эти и ряд других подобных фазовых координат необходимо косвенно определять за счёт измеряемых компонент вектора состояния. С возможностью осуществления этой процедуры на борту истребителя связано такое свойство динамической модели, как наблюдаемость [там же]. При этом для улучшения наблюдаемости необходимо увеличивать число измерителей. В общем случае для получения всех требуемых оценок фазовых координат вектора состояния необходимо, чтобы в каждой группе функционально связанных координат измерялись как минимум наименьшие производные вектора состояния [там же]. Данное требование позволит в дальнейшем определить вектор наблюдения, обеспечивающий условие наблюдаемости.

Под идентифицируемостью понимается [там же] возможность оценивания изменяющихся параметров моделей нестационарных систем и процессов по результатам измерения их выходных величин в течение определенного времени. В данном случае обобщенная динамическая модель (2.19) является стационарной, поэтому идентификация ее параметров не требуется.

Для того чтобы стационарная линейная система обладала свойством управляемости, необходимо в каждой группе функционально связанных координат управлять хотя бы самой высокой производной [там же].

В общем случае синтез оптимальных систем самонаведения, заключающийся в получении оптимальных алгоритмов оценивания, идентификации и управления, является достаточно сложной и трудоёмкой задачей [там же].

Для упрощения синтеза применяется фундаментальная теорема разделения, или статистической эквивалентности, согласно которой для линейных моделей в условиях гауссовских возмущений при оптимизации систем по квадратичным функционалам качества алгоритмы оценивания и управления можно синтезировать отдельно [там же].

В этом случае при замене фазовых координат вектора состояния и параметров ССН истребителя их соответствующими оптимальными оценками алгоритм функционирования статистического регулятора, учитывающего влияние возмущений, будет статистически эквивалентен алгоритму функционирования детерминированного регулятора, полученному для условий, когда возмущения отсутствуют [там же].

Требования линейности динамической модели, квадратичности функционалов качества и гауссовости шумов называются условиями ЛКГ задачи синтеза [27]. Выполнение данных условий позволяет осуществить синтез законов оптимального управления и оптимального оценивания параметров, требующихся для формирования этих законов отдельно. Анализ динамической модели (2.19) и использование критерия локального функционала качества (2.2) свидетельствуют, что условия ЛКГ задачи синтеза выполняются.

Поскольку получение оптимальных оценок фазовых координат вектора состояния достаточно хорошо изучено и особых затруднений не вызывает, то в дальнейшем синтезируем оптимальный по минимуму локального функционала качества закон управления боковым ускорением истребителя, позволяющий создать требуемые условия для линейного разрешения элементов ГВЦ, летящих в сомкнутых боевых порядках, на основе эффекта синтезирования апертуры антенны.

### **2.2.2. Условия синтеза метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель на основе концепции обратных задач динамики**

Синтез законов управления на основе концепции обратных задач динамики основывается на том, что состояние объекта управления описывается системой обычных дифференциальных уравнений [27, 70–76], причем нет обязательного условия линейности динамических моделей, определяющих взаимное перемещение истребителя и ГВЦ, как при синтезе законов, оптимальных по минимуму локального функционала качества.

Поэтому для получения законов управления по методу обратных задач динамики необходимы, в зависимости от конкретной решаемой задачи, достаточно полное описание движения самолета и учет реальных ограничений на фазовые координаты и управление [там же].

Если объект управления и необходимые для реализации управления измерители описываются линейными дифференциальными уравнениями (2.19) на основе теоремы разделения (статистической эквивалентности) [27], синтез закона управления также можно осуществлять отдельно от синтеза соответствующих оптимальных фильтров. Разработка оптимальных оценивателей является отдельной задачей и достаточно описана в соответствующих источниках [77], поэтому в данной работе не рассматривалась.

### **2.3. Синтез метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель**

Синтез оптимального по критерию минимума локального функционала качества метода самонаведения истребителя, обеспечивающего в БРЛС истребителя условия для эффективного разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ, летящих в сомкнутом боевом порядке, будет осуществлён при соблюдении следующих допущений:

- известен метод наведения в наивыгоднейшую упрежденную точку встречи [1, 27];
- известен алгоритм разрешения летящих в сомкнутых боевых порядках ВЦ, позволяющий осуществить в БРЛС истребителя разрешение элементов ГВЦ по доплеровской частоте на основе эффекта РСА антенны [39–41, 43–46, 69];
- воздушная цель осуществляет полёт в произвольном направлении с постоянной скоростью;
- известен диапазон располагаемых перегрузок истребителя, максимально допустимый угол пеленга ВЦ;
- на борту истребителя имеются достаточно точные измерители дальности до цели, угла пеленга цели, скорости сближения с целью, бокового ускорения.

Управляющим воздействием, посредством которого обеспечивается угловое перемещение истребителя относительно ВЦ, является его боковое ускорение  $j_n$ , законы формирования которого для каждого метода самонаведения далее и определим.

#### **2.3.1. Синтез метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель, оптимального по минимуму локального функционала качества**

Для того чтобы осуществить синтез закона оптимального управления боковым ускорением истребителя, обеспечивающего минимум локального функционала качества (2.2), необходимо из динамической модели (2.19)

найти вектор состояния  $X$ , из него выделить вектор требуемых фазовых координат  $X_T$ , вектор управляемых фазовых координат  $X_y$ , а также определить вектор наблюдения  $Z$ , создающий условия наблюдаемости процессов, описываемых системой дифференциальных уравнений (2.19) [27].

Кроме того, из (2.19) необходимо определить вектор управления  $U$  и матрицу эффективности сигналов управления  $B_y^T$ . Далее, задавшись матрицами штрафов на точность слежения  $W$  и величину сигналов управления  $K$ , возможно непосредственно определить аналитическое выражение для закона оптимального управления боковым ускорением истребителя  $j_{и\text{ опт}}$ .

Анализ системы дифференциальных уравнений (2.19) позволяет определить следующий вектор состояния  $X$  (с целью сокращения записей временные зависимости в дальнейшем опущены):

$$X = [D, V_{и}, \varphi, \omega, j_{и}, \varphi_{тр}, q_{гвц}]^T. \quad (2.20)$$

Для обеспечения наблюдаемости при оценке фазовых координат вектора состояния  $X$  и с учетом принципа построения импульсно-доплеровской БРЛС истребителя определим вектор наблюдения  $Z$  следующим образом:

$$Z = [Z_1 Z_2 Z_3 Z_4 Z_5]^T; \quad (2.21)$$

$$Z_1 = K_1 D + \xi_{и1};$$

$$Z_2 = K_2 V_{сбл} + \xi_{и2};$$

$$Z_3 = K_3 V_{и} + \xi_{и3}; \quad (2.22)$$

$$Z_4 = K_4 j_{и} + \xi_{и4};$$

$$Z_5 = K_5 \varphi + \xi_{и5},$$

где  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5$  – напряжения на выходе измерителей дальности, скорости сближения истребителя с целью, собственной скорости истребителя, бокового ускорения  $j_{и}$ , угла  $\varphi$  соответственно;

$K_1, K_2, K_3, K_4, K_5$  – коэффициенты усиления соответствующих измерителей;

$\xi_{и1}, \xi_{и2}, \xi_{и3}, \xi_{и4}, \xi_{и5}$  – центрированные, взаимонезависимые гауссовские шумы соответствующих измерителей с известными спектральными плотностями.

Исходя из того что параметром управления является боковое ускорение истребителя, для синтеза оптимального метода самонаведения истребителя, позволяющего обеспечить требуемые условия для линейного разрешения элементов ГВЦ, вектор управления  $U$  вырождается в следующий вид:

$$U = j_{и}. \quad (2.23)$$

Требуемым параметром для системы самонаведения истребителя, учитывающим управление по крену для реализации РСА антенны на борту истребителя, является  $\varphi_{\text{тр}}$ , т. е. вектор требуемых фазовых координат  $X_{\text{T}}$  будет иметь вид

$$X_{\text{T}} = \varphi_{\text{тр}}. \quad (2.24)$$

Соответственно, управляемым параметром для системы самонаведения истребителя является  $\varphi$ , т. е. вектор управляемых фазовых координат  $X_{\text{y}}$  тоже будет включать один элемент и примет следующий вид:

$$X_{\text{y}} = \varphi. \quad (2.25)$$

Значит, матрицы штрафов на точность слежения  $W$  и величину сигналов управления  $K$  запишем в следующем виде:

$$W = w, \quad (2.26)$$

$$K = k. \quad (2.27)$$

Анализ выражений (2.19) позволяет определить матрицу эффективности сигналов управления  $B_{\text{y}}^{\text{T}}$  в следующем виде:

$$B_{\text{y}}^{\text{T}} = \frac{1}{\dot{D}}. \quad (2.28)$$

В результате подлежащий минимизации функционал качества (2.2) принимает вид

$$I = M_{\text{y}} \left\{ \left[ \varphi_{\text{тр}} - \varphi \right]^{\text{T}} q \left[ \varphi_{\text{тр}} - \varphi \right] + \int_0^{t_i} j_{\text{и}}^2 k dt \right\}. \quad (2.29)$$

Решив (2.9) с учетом формул (2.23)–(2.28), получим следующий закон оптимального управления боковым ускорением истребителя:

$$j_{\text{и}}^{(1)} = \frac{w}{\dot{D}k} (\varphi_{\text{тр}} - \varphi). \quad (2.30)$$

Для данного оптимального закона управления параметр рассогласования принимает следующий вид:

$$\Delta_{\text{г.1}} = \left[ \frac{w}{\dot{D}k} (\varphi_{\text{тр}} - \varphi) \right] - \hat{j}_{\text{и}}. \quad (2.31)$$

Анализ выражений (2.18) и (2.30) показывает, что для формирования сигнала оптимального управления  $j_{\text{и}}^{(1)}$  на борту истребителя необходимо

иметь оптимальные оценки дальности до ВЦ, скорости сближения, скорости полёта ВЦ, собственной скорости истребителя и угла  $\varphi$  пеленга цели.

Таким образом, синтезирован оптимальный по минимуму локального функционала качества метод самонаведения истребителя на ГВЦ, обеспечивающий требуемые условия для линейного разрешения элементов ГВЦ, находящихся в главном луче диаграммы направленности антенны БРЛС.

### 2.3.2. Синтез метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель на основе концепции обратных задач динамики

В данном случае управляемым параметром для разрабатываемого метода самонаведения является угол пеленга цели  $\varphi$ , требуемое значение  $\varphi_{\text{тр}}$  которого определяется выражением (2.18). Параметром управления является боковое ускорение истребителя  $j_{\text{и}}$ .

В терминах обратных задач динамики [27, 70–76] процедура синтеза закона оптимального управления боковым ускорением истребителя формулируется следующем образом. Для объекта управления, описываемого выражениями (2.19), необходимо найти такое управление  $j_{\text{и}}$ , чтобы функционал качества

$$I = \int_0^{t_k} L(\varphi, \varphi_{\text{тр}}, j_{\text{и}}) dt, \quad (2.32)$$

был минимальным при условии

$$F(\varphi, \varphi_{\text{тр}}) = \varphi(t) - \varphi_{\text{тр}}(t) \quad (2.33)$$

или

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F(\varphi, \varphi_{\text{тр}}) = 0, \quad (2.34)$$

где  $F(\varphi, \varphi_{\text{тр}})$  – функция рассогласования между текущим и требуемым значением угла пеленга цели [там же].

Из анализа выражений (2.19) следует, что управляемая фазовая координата  $\varphi$  связана с параметром управления  $j_{\text{и}}$  следующим дифференциальным уравнением:

$$\dot{\varphi} = \omega + \frac{1}{D} j_{\text{и}}, \quad (2.35)$$

которое представляет собой дифференциальное уравнение 1-го порядка.

Тогда закон стремления к нулю функции рассогласования (выражения (2.33) и (2.34) запишем в виде линейного однородного дифференциального уравнения 1-го порядка:

$$\dot{F}(\varphi, \varphi_{\text{тр}}) + \chi F(\varphi, \varphi_{\text{тр}}) = 0, \quad (2.36)$$

где  $\chi$  – в данном случае весовой коэффициент, обеспечивающий устойчивость решения (2.36) [там же].

Подставив (2.33) в (2.36) и преобразовав с учетом того, что  $\varphi_{\text{тр}} = \text{const}$ , получим

$$\dot{\varphi} + \chi(\varphi - \varphi_{\text{тр}}) = 0. \quad (2.37)$$

С учетом формулы (2.35) выражение (2.37) можно записать в виде

$$\omega + \frac{1}{D} j_{\text{и}} + \chi(\varphi - \varphi_{\text{тр}}) = 0. \quad (2.38)$$

Откуда после соответствующих преобразований получим аналитическое выражение для оптимального закона управления боковым ускорением истребителя:

$$j_{\text{и}}^{(2)} = -\dot{D}\chi(\varphi - \varphi_{\text{тр}}) - \dot{D}\omega. \quad (2.39)$$

Для данного оптимального закона управления параметр рассогласования принимает следующий вид:

$$\Delta_{\text{г2}} = \left[ -\dot{D}\chi(\varphi - \varphi_{\text{тр}}) - \dot{D}\omega \right] - \hat{j}_{\text{и}}. \quad (2.40)$$

Анализ выражений (2.18) и (2.39) показывает, что для формирования сигнала оптимального управления  $j_{\text{и}}^{(2)}$  на борту истребителя необходимо иметь оптимальные оценки дальности до ВЦ, скорости сближения, скорости полёта ВЦ, собственной скорости истребителя, угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – цель» и угла  $\varphi$  пеленга цели.

Следует отметить, что для формирования сигналов оптимального управления  $j_{\text{и}}^{(1)}$  и  $j_{\text{и}}^{(2)}$  уже в настоящее время имеются на борту истребителя все необходимые штатные измерители.

Таким образом, синтезирован оптимальный по минимуму локального функционала качества метод самонаведения истребителя на ГВЦ, основанный на концепции обратных задач динамики, обеспечивающей требуемые условия для линейного разрешения элементов ГВЦ, находящихся в главном луче диаграммы направленности антенны БРЛС.

Из анализа выражений (2.30) и (2.39) также следует, что существенное значение в синтезированных законах формирования требуемой фазовой траектории наведения истребителя имеют коэффициенты матриц штрафов на точность слежения  $w$  и величину сигналов управления  $k$ , а также весовой коэффициент  $\chi$ , которые в дальнейшем и определим.

## 2.4. Определение коэффициентов матриц штрафов и весового коэффициента в синтезированных методах самонаведения истребителя на групповую воздушную цель

Определение значений элементов матриц штрафов на точность слежения  $w$  и величину сигналов управления  $k$  в законе управления (2.30) и весового коэффициента  $\chi$  в законе управления (2.39) является одной из важных задач в процессе синтеза алгоритмов функционирования РЭСУ [27]. В общем случае наиболее распространенным способом определения коэффициентов штрафов является использование принципа равнопрочности [27]. Его суть заключается в том, что произведения квадратов максимально возможных по величине ошибок управления на соответствующие коэффициенты штрафов полагаются одинаковыми для всех управляемых фазовых координат закона управления.

### 2.4.1. Определение коэффициентов матриц штрафов в методе самонаведения истребителя на групповую воздушную цель, оптимальном по минимуму локального функционала качества

Анализ выражения (2.30) показывает, что для определения численных значений элементов матриц штрафов  $w$  и  $k$  и дальнейшего использования в качестве коэффициентов усиления контура управления их удобно представить в виде отношения  $w/k$ .

В выражении (2.30) управление осуществляется по одной фазовой координате – углу пеленга цели  $\varphi$ . Поэтому при определении отношения коэффициентов штрафов  $w/k$  будем исходить из того, что максимальная по величине ошибка управляемой фазовой координаты должна быть отработана максимально возможным сигналом управления за допустимое время [27].

Преобразовав (2.30), получим

$$\frac{w}{k} = \frac{j_{\text{и}}^{(1)} \dot{D}}{(\varphi_{\text{тр}} - \varphi)}. \quad (2.41)$$

Выражение (2.38) для максимальных значений входящих в него величин можно записать в следующем виде:

$$\left( \frac{w}{k} \right)_{\text{max}} = \frac{j_{\text{и}}^{(1)} \dot{D}}{(\varphi_{\text{тр}} - \varphi_{\text{max}})}, \quad (2.42)$$

где  $j_{и\max}$  – максимальное значение бокового ускорения истребителя, которое определяется возможностью среднестатистического летчика переносить соответствующую перегрузку, не теряя способности к пилотированию самолета;

$\varphi_{\max}$  – максимальное значение угла пеленга цели, зависящее как от условий самонаведения, так и конструктивных особенностей антенны БРЛС истребителя в режиме сопровождения цели.

Допустим, что  $j_{и\max} = 6 \text{ м/с}^2$ ,  $\varphi_{\max} = 45^\circ$ .

Для оценки значений  $\dot{D}$  и  $\varphi_{\text{тр}}$  рассмотрим ситуацию, изображённую на рис. 2.3. В качестве исходных данных примем следующие типовые значения параметров при самонаведении истребителя на ГВЦ:  $\Delta f_{\text{д}} = 10 \text{ Гц}$ ;  $\Delta L = 150 \text{ м}$ ;  $\lambda = 3 \text{ см}$ ;  $V_{и} = 300 \text{ м/с}$ ;  $V_{ц} = 300 \text{ м/с}$ ;  $D = 250\,000 \text{ м}$ ;  $q_{\text{ГВЦ, max}} = 45^\circ$ .

Очевидно, что

$$\dot{D} = (V_{ц} + V_{и}). \quad (2.43)$$

На основе введенных исходных данных из (2.43) можно получить  $\dot{D} = 600 \text{ м/с}$ .

Подставив принятые типовые значения параметров самонаведения истребителя и полученное значение скорости сближения истребителя и цели  $\dot{D}$  в выражение (2.18), можно получить

$$\varphi_{\text{тр}} = 8^\circ. \quad (2.44)$$

С учетом принятых типовых значений и полученных результатов максимальное значение отношения коэффициентов штрафов к точности слежения и величине сигнала управления (выражение (2.34) запишем в следующем виде:

$$\left(\frac{w}{k}\right)_{\max} = 5 \cdot 10^4 \text{ м}^2/\text{с}^3 \cdot \text{рад}. \quad (2.45)$$

Исходя из этого значения отношения коэффициентов штрафов к точности слежения и величине сигналов управления при реализации на борту истребителя метода самонаведения, определяемого (2.26), можно записать в виде неравенства

$$0 < \frac{w}{k} \leq 5 \cdot 10^4 \text{ м}^2/\text{с}^3 \cdot \text{рад}. \quad (2.46)$$

Полученные таким способом коэффициенты штрафов будут затем уточнены в процессе имитационного моделирования синтезированного метода самонаведения [27].

### 2.4.2. Определение весового коэффициента в методе самонаведения истребителя на групповую воздушную цель, синтезированном на основе концепции обратных задач динамики

Согласно [27, 70–76] для определения весового коэффициента  $\chi$  в законе управления (2.39) необходимо найти экстремум функционала (2.32) по параметру  $\chi$ .

На основе выражений (2.2), (2.26), (2.27) и с учетом того, что  $t_k \rightarrow \infty$ , функционал (2.29) можно записать в виде

$$I = \int_0^{\infty} [W(\varphi - \varphi_{\text{тр}})^2 + k(j_{\text{и}}^{(2)})^2] dt. \quad (2.47)$$

С учетом выражений (2.33) и (2.39) функционал (2.47) можно представить в следующем виде:

$$I = \int_0^{\infty} [wF^2(\varphi, \varphi_{\text{тр}}) + k(-\dot{D}\chi F(\varphi, \varphi_{\text{тр}}) - \dot{D}\omega)^2] dt. \quad (2.48)$$

Известно [78–80], что решение дифференциального уравнения (2.36) можно записать как

$$F(\varphi, \varphi_{\text{тр}}) = Ce^{-\chi t}, \quad (2.49)$$

где  $C = \text{const}$ .

Подставив (2.49) в (2.48) и выполнив соответствующие преобразования [78], получим

$$I = \frac{wC^2}{2\lambda} + \frac{k\dot{D}^2\chi C^2}{2} + 2k\dot{D}^2\omega C + F(\dot{D}, \omega), \quad (2.50)$$

где  $F(\dot{D}, \omega)$  – некоторая функция, зависящая только от  $\dot{D}$  и  $\omega$ .

Найдем частную производную  $\frac{\partial I}{\partial \chi}$ , приравняем ее к нулю и, выразив из полученного результата  $\chi$ , получим

$$\chi = \frac{1}{\dot{D}} \sqrt{\frac{w}{k}}. \quad (2.51)$$

С учетом неравенства (2.46) и результатов моделирования значения весового коэффициента в методе самонаведения истребителя на ГВЦ, определяемом выражением (2.39), можно записать следующее:

$$0 < \chi \leq 0,45 \frac{1}{\sqrt{c \cdot \text{рад}}}. \quad (2.52)$$

Таким образом, в виде неравенств (2.46) и (2.52) получены численные значения отношения коэффициентов матриц штрафов  $w/k$  для метода самонаведения истребителя на ГВЦ, определяемого выражением (2.30), и весового коэффициента  $\chi$  для метода самонаведения (2.39), которые будут использованы в дальнейшем при моделировании синтезированных методов самонаведения истребителя на ГВЦ с целью оценки их реализуемости.

С учетом выражения (2.51) закон управления (2.39) можно записать в следующем виде:

$$j_u^{(2)} = -\sqrt{\frac{w}{k}}(\varphi - \varphi_{\text{тр}}) - \dot{D}\omega. \quad (2.53)$$

Анализ выражений (2.30) и (2.53) показывает, что в дальнейшем для оценки реализуемости синтезированных методов самонаведения в качестве численных значений коэффициентов штрафов  $w/k$  можно использовать неравенство (2.46).

## Выводы

Поставлена задача синтеза метода самонаведения истребителя на ГВЦ, обеспечивающего условия для требуемого линейного разрешения элементов ГВЦ на основе эффекта синтезирования апертуры антенны, оптимального по критерию минимума квадратичного локального функционала качества.

На основе анализа динамической модели взаимного перемещения истребителя и элементов ГВЦ определены необходимые условия для синтеза оптимального метода самонаведения истребителя:

- динамическая модель взаимного перемещения истребителя и элементов ГВЦ должна обладать свойствами измеримости, наблюдаемости и управляемости;
- нужно выполнять так называемую линейно-квадратично-гауссовскую задачу синтеза (линейность обобщенной динамической модели взаимного перемещения истребителя и ГВЦ, квадратичный функционал качества, шумы распределены по гауссовскому закону);
- динамическая модель взаимного перемещения истребителя и ГВЦ должна включать дифференциальное уравнение, связывающее управляемую фазовую координату и параметр управления.

Для динамической модели взаимного перемещения истребителя и ГВЦ выполняются условия, при которых может быть применена теорема разделения (статистической эквивалентности), согласно которой синтез законов оптимального управления можно выполнять автономно без синтеза систе-

мы, необходимой для их реализации, и оптимальных оценителей. Поскольку решение задачи оптимального оценивания параметров при заданной модели состояния достаточно известно, то синтез оптимальных оценителей в работе не проводился.

Синтезирован оптимальный по критерию минимума квадратичного локального функционала качества метод самонаведения истребителя на ГВЦ, дополнительно обеспечивающий в БРЛС истребителя условия для требуемого линейного разрешения элементов ГВЦ на основе эффекта радиолокационного синтезирования апертуры антенны.

Для формирования сигналов управления в соответствии с оптимальным по критерию минимума квадратичного локального функционала качества методом самонаведения истребителя на ГВЦ на его борту необходимо иметь оптимальные оценки дальности до ВЦ, скорости сближения, скорости полёта ВЦ, собственной скорости истребителя, угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – цель» и угла пеленга цели. Для реализации синтезированного метода самонаведения на борту истребителя достаточно уже имеющихся штатных измерителей.

Существенное значение на величину сигналов оптимального управления при использовании синтезированного метода самонаведения истребителя оказывают отношения коэффициентов матриц штрафов к точности слежения и величине сигналов управления, а также весовому коэффициенту. Определены численные значения коэффициентов штрафов и весового коэффициента в синтезированном методе самонаведения, обеспечивающие максимально высокую точность функционирования системы управления в установившемся режиме и максимальное значение сигналов управления при отработке ошибок управления.

В дальнейшем необходимо разработать РЭСУ истребителем, реализующие синтезированный метод, исследовать их показатели качества, определить зависимость данных показателей от условий применения и параметров контуров самонаведения, а также сформировать рекомендации по реализации синтезированного метода самонаведения на борту истребителя.

### **3. СИНТЕЗ МЕТОДОВ САМОНАВЕДЕНИЯ УПРАВЛЯЕМОЙ РАКЕТЫ НА ГРУППОВУЮ ВОЗДУШНУЮ ЦЕЛЬ**

#### **3.1. Постановка задачи синтеза методов самонаведения управляемой ракеты на групповую воздушную цель**

Синтезируем три объединённых единым замыслом метода самонаведения УР, которые наряду с минимальным промахом при её самонаведении на элемент ГВЦ обеспечивали бы такие условия радиолокационного наблюдения отражённых от элементов ГВЦ сигналов, которые позволяли бы осуществить в АРГС ракеты:

- во-первых, разрешение по доплеровской частоте ВЦ, находящихся на больших и средних дальностях в главном луче ДНА АРГС, наблюдение сигналов вторичной модуляции под требуемым ракурсом в интересах последующего распознавания, распределение элементов ГВЦ между атакующими их ракетами по типовому составу целей в группе с помощью известных алгоритмов;

- во-вторых, наблюдение сигналов вторичной модуляции под требуемым ракурсом в интересах последующего распознавания и целераспределения элементов ГВЦ между атакующими их ракетами по типовому составу целей в группе в ситуации, когда они разрешены по доплеровской частоте;

- в-третьих, разрешение по доплеровской частоте ВЦ, находящихся на больших и средних дальностях в главном луче ДНА АРГС, когда состав ГВЦ однотипен и нет необходимости производить целераспределение элементов ГВЦ между атакующими их ракетами по типовому составу целей в группе.

Задачей синтеза каждого из трёх методов является получение закона формирования требуемой фазовой траектории самонаведения УР, оптимального по критерию высокой точности и устойчивости работы системы самонаведения, а также её низкой чувствительности к изменению условий функционирования. Последовательность синтеза методов самонаведения УР аналогична последовательности синтеза метода самонаведения истребителя, приведенной в параграфе 2.1.

#### **3.2. Условия синтеза методов самонаведения ракеты на групповую воздушную цель**

Согласно постановке задачи синтеза методов самонаведения и выбранного для этого критерия оптимальности динамическая модель должна

учитывать как взаимное перемещение УР относительно ГВЦ при проведении РСА антенны на её борту (при отклонении на требуемый угол вектора скорости ракеты от опорной траектории для обеспечения разрешения в её АРГС элементов ГВЦ по доплеровской частоте), так и процесс управления ракурсом радиолокационного наблюдения отражённых от ГВЦ сигналов в АРГС ракеты.

Проанализируем динамику взаимного перемещения одной ракеты относительно атакуемой одной ВЦ из состава группы, являющейся основой общей динамики самонаведения нескольких ракет на несколько целей группы. На рис. 3.1 приведена ситуация наведения УР по методу пропорционального наведения. При принятом ранее условии, что управление ракетой в горизонтальной и вертикальной плоскостях идентично и независимо, будем рассматривать динамику взаимного перемещения цели и УР в горизонтальной плоскости (индекс «г»). Результаты такого рассмотрения могут быть применены и для вертикальной плоскости.

В соответствии с рис. 3.1 построим динамическую модель, которая должна учитывать задачи, решаемые ССН, реальные возможности исполнительных устройств и информационного обеспечения с помощью существующих на борту УР датчиков [27].

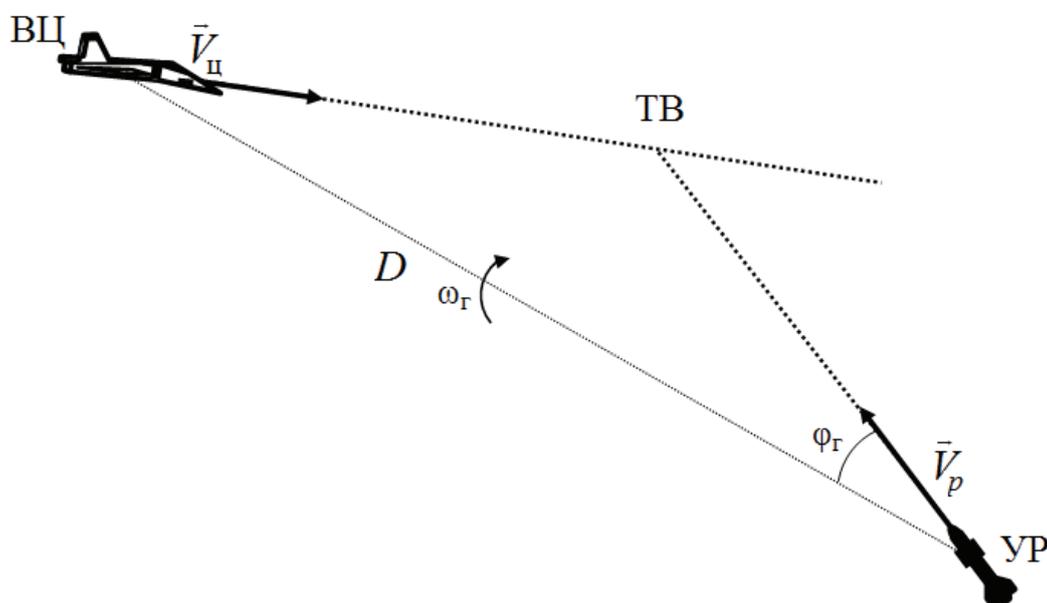


Рис. 3.1. Динамика взаимного перемещения ракеты и цели при реализации метода пропорционального наведения:  $V_p$  и  $V_c$  – векторы скоростей ракеты и цели (элемента ГВЦ) соответственно;  $D$  – текущее расстояние между УР и ВЦ;  $\omega_g$  – угловая скорость вращения линии визирования «ракета–цель»;  $\varphi_g$  – угол пеленга ВЦ; ТВ – точка встречи УР и ВЦ

Набор фазовых координат УР и связи между ними в динамической модели, описывающей перемещение ракеты относительно цели, должен обеспечить [27]:

- диапазон возможных изменений собственных фазовых координат ракеты и цели;
- выполнение условий управляемости и наблюдаемости;
- возможность декомпозиции для упрощения синтезируемого метода.

С учетом этих требований и рис. 3.1 динамическая модель взаимного перемещения УР и ВЦ должна включать [27] дифференциальное уравнение, описывающее изменение управляемого параметра – угловой скорости вращения  $\omega_r$  линии визирования «ракета–цель» в зависимости от параметра управления – бокового ускорения  $j_r$  ракеты в горизонтальной плоскости (индекс «г»), которое имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_r &= -\frac{2\dot{D}}{D}\omega_r + \frac{1}{D}(j_{ц.г} - j_r) + \xi_{\omega_r} \\ \omega_r(0) &= \omega_{r0},\end{aligned}\tag{3.1}$$

где  $j_r$  и  $j_{ц.г}$  – боковое ускорение УР и ВЦ соответственно;

$\xi_{\omega_r}$  – центрированный белый гауссовский шум с известной односторонней спектральной плотностью.

В интересах последующего синтеза оптимальных методов самонаведения УР, позволяющих создать условия как для разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ в АРГС ракеты на основе эффекта синтезирования апертуры антенны, так и распознавания типа атакуемой ВЦ на основе эффекта вторичной модуляции, сигналы которой наблюдаются под определённым ракурсом, необходимо дополнить динамическую модель взаимного перемещения УР и ВЦ (дифференциальное уравнение (3.1) дифференциальными уравнениями, учитывающими непосредственное траекторное управление ракетой.

Известно, что для реализации режима синтезирования апертуры антенны необходимо наличие бокового (тангенциального) ускорения  $j_r$  УР, которое может быть обеспечено, например, за счет введения в контур управления ракеты дополнительной требуемой, не равной нулю составляющей угловой скорости вращения  $\omega_{т.г}$  линии визирования «УР–ГВЦ», определяемой выражением (1.5).

При обеспечении требуемых условий наведения УР для последующего разрешения в её АРГС элементов ГВЦ по доплеровской частоте на основе эффекта синтезирования апертуры антенны необходимо, чтобы ракета выполняла полёт с угловой скоростью вращения линии визирования «УР–ГВЦ», равной  $\omega_{т.г}$ .

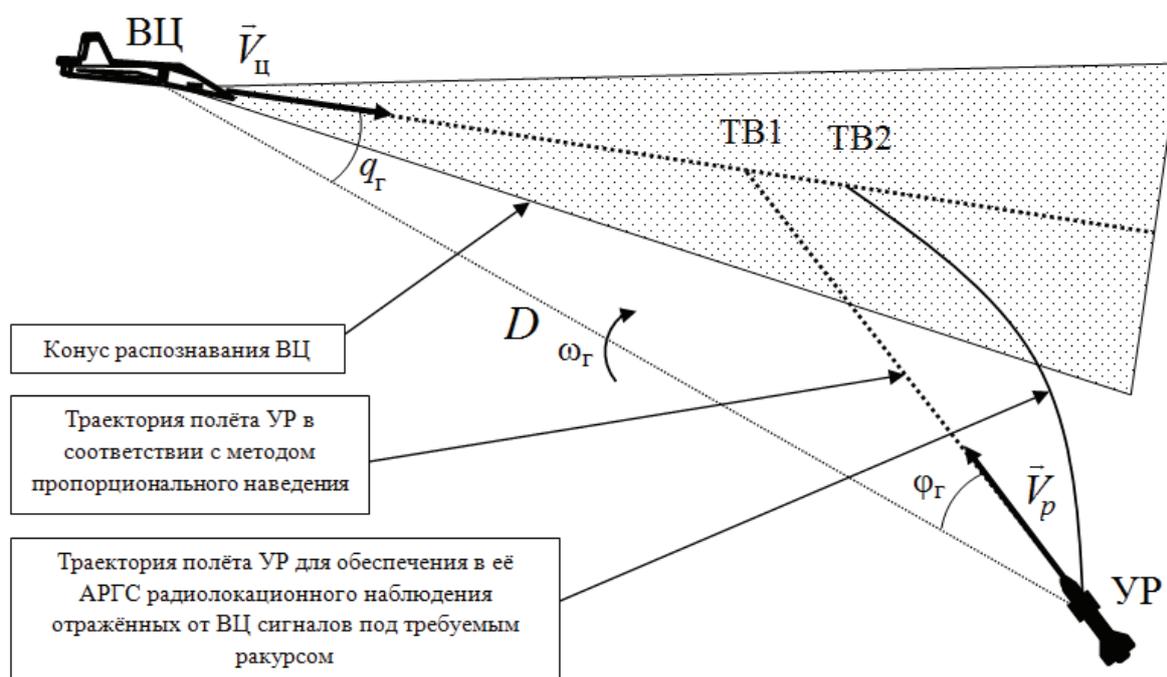


Рис. 3.2. Динамика перемещения УР и ВЦ при наведении ракеты под требуемым ракурсом

Дополним динамическую модель (3.1) следующим дифференциальным уравнением:

$$\dot{\omega}_{\tau,\Gamma} = 0, \quad \omega_{\tau,\Gamma}(0) = \frac{\lambda}{2\Delta L_{\min}} F_{\Phi}. \quad (3.2)$$

Для обеспечения в АРГС УР условий радиолокационного наблюдения сигналов вторичной модуляции в интересах дальнейшего распознавания типа ВЦ необходимо, чтобы ракета находилась в так называемом конусе распознавания ВЦ, который характеризуется углом между вектором скорости ВЦ и линией визирования «УР–ВЦ», в горизонтальной и вертикальной плоскостях соответственно (угол  $q$  на рис. 3.2).

Из анализа рис. 3.2 можно найти выражение для угловой скорости вращения линии визирования «УР–ВЦ» следующим образом:

$$\omega_{\Gamma} = \frac{V_p \sin \varphi_{\Gamma} - V_{\text{ц}} \sin q_{\Gamma}}{D}. \quad (3.3)$$

Выразим из формулы (3.3) угол  $q_{\Gamma}$  как

$$q_{\Gamma} = \arcsin \left( \frac{V_p \sin \varphi_{\Gamma} - \omega_{\Gamma} D}{V_{\text{ц}}} \right) \approx \arcsin \left( \frac{V_p \varphi_{\Gamma} - \omega_{\Gamma} D}{V_{\text{ц}}} \right) \quad (3.4)$$

и продифференцируем его по времени:

$$\dot{q}_r = \frac{V_p \dot{\phi}_r - \dot{\omega}_r D - \omega_r \dot{D}}{\sqrt{V_{ц}^2 - (V_p \phi_r - \omega_r D)^2}}. \quad (3.5)$$

Подставив выражение (3.1) без шумовой составляющей в (3.5), получим

$$\dot{q}_r = \frac{\dot{D}\omega_r + V_p \dot{\phi}_r + j_r - j_{ц.г}}{\sqrt{V_{ц}^2 - (V_p \phi_r - \omega_r D)^2}} \quad (3.6)$$

или

$$\dot{q}_r = C(\omega_r \dot{D} + V_p \dot{\phi}_r + j_r - j_{ц.г}), \quad (3.7)$$

где

$$C = \frac{1}{\sqrt{V_{ц}^2 - (V_p \phi_r - \omega_r D)^2}}. \quad (3.8)$$

Из анализа формулы (3.7) следует, что динамика изменения угла  $q_r$ , которая, в свою очередь, определяет условия РЛ наблюдения в интересах дальнейшего распознавания типа ВЦ по сигналам вторичной модуляции, зависит от параметра бокового управления  $j_r$  УР.

Из формул (3.1) и (3.6) следует, что посредством управления угловой скоростью вращения  $\omega_r$  линии визирования «УР–ВЦ» имеется возможность изменения ракурса РЛ наблюдения, который характеризуется значением угла  $q_r$  (рис. 3.2).

Таким образом, анализ выражений (1.5) и (3.6) показывает, что за счет управления угловой скоростью вращения  $\omega_r$  линии визирования «УР–ВЦ» могут быть созданы требуемые условия радиолокационного наблюдения в АРГС ракеты отражённых от ГВЦ сигналов для совместного разрешения целей в группе и наблюдения их под требуемым ракурсом.

В результате для оптимизации самонаведения УР в интересах создания условий для РЛ наблюдения в АРГС ракеты сигналов вторичной модуляции под требуемым ракурсом необходимо дополнить динамическую модель (3.1) следующими дифференциальными уравнениями:

$$\dot{q}_r = C(\omega_r \dot{D} + V_p \dot{\phi}_r + j_r - j_{ц.г}), \quad q_r(0) = q_{r0}, \quad (3.9)$$

$$\dot{q}_{т.г} = 0, \quad q_{т.г}(0) = \text{const}, \quad (3.10)$$

описывающими динамику изменения ракурса РЛ наблюдения отражённых от ГВЦ сигналов.

Полученные уравнения (3.2), (3.9) и (3.10) совместно с дифференциальным уравнением (3.1) позволяют определить обобщенную динамическую модель, являющуюся основой для синтеза оптимальных методов самонаведения УР, позволяющих обеспечить в её АРГС требуемые условия РЛ наблюдения отражённых от ГВЦ сигналов для обеспечения разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ и последующего распознавания типа атакуемой ВЦ.

В общем виде динамическая модель при наведении  $j$ -й ракеты на  $i$ -ю цель может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{\Gamma,ji} &= -\frac{2\dot{D}_{ji}}{D_{ji}}\omega_{\Gamma,ji} + \frac{1}{D_{ji}}(j_{\Gamma,ji} - j_{\text{ц.г.}i}) + \xi_{\omega_{\Gamma,j}}; \\ \omega_{\Gamma,ji}(0) &= \omega_{\Gamma,ji,0}; \quad \dot{\omega}_{\Gamma,ji} = 0; \quad \omega_{\Gamma,ji}(0) = \frac{\lambda}{2\Delta L_{\min}} F_{\Phi}; \\ \dot{q}_{\Gamma,ji} &= C(\omega_{\Gamma,ji}\dot{D}_{ji} + V_p\dot{\phi}_{\Gamma,ji} + j_{\Gamma,ji} - j_{\text{ц.г.}}); \\ q_{\Gamma,ji}(0) &= q_{\Gamma,ji,0}; \quad \dot{q}_{\Gamma,ji} = 0; \quad q_{\Gamma,ji}(0) = \text{const}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

где  $D_{ji}$  – расстояние между  $j$ -й ракетой и  $i$ -й целью;

$j_{\Gamma,ji}$  – боковое ускорение  $j$ -й ракеты при наведении на  $i$ -ю цель;

$j_{\text{ц.г.}i}$  – боковое ускорение  $i$ -й цели;

$\omega_{\Gamma,ji}$  – угловая скорость вращения линии визирования « $j$ -я ракета– $i$ -я цель»;

$\xi_{\omega_{\Gamma,j}}$  – центрированный белый гауссовский шум с известной односторонней спектральной плотностью;

$\omega_{\Gamma,ji}$  – требуемое значение угловой скорости вращения линии визирования « $j$ -я ракета– $i$ -я цель», позволяющее реализовать на борту  $j$ -й ракеты РСА антенны;

$q_{\Gamma,ji}$  – ракурс РЛ наблюдения отражённых от  $i$ -й цели сигналов вторичной модуляции в АРГС  $j$ -й ракеты;

$q_{\Gamma,ji}$  – требуемое значение ракурса РЛ наблюдения отражённых от  $i$ -й цели сигналов в АРГС  $j$ -й ракеты.

Анализ ОДМ (3.11) и использование в качестве критерия локального функционала качества (2.2) свидетельствуют, что условия ЛКГ задачи синтеза выполняются.

Поскольку получение оптимальных оценок фазовых координат вектора состояния (так же, как и в гл. 2) затруднений не вызывает, то в дальнейшем определим оптимальные законы управления боковым ускорением УР в процессе её самонаведения, позволяющие создать в АРГС ракеты условия для разрешения по доплеровской частоте ВЦ, летящих в сомкнутых

боевых порядках, на основе эффекта синтезирования апертуры антенны, и наблюдения отражённых сигналов под требуемым ракурсом (в интересах дальнейшего распознавания типа атакуемой ВЦ на основе эффекта вторичной модуляции).

### 3.3. Синтез оптимальных методов самонаведения ракеты для обеспечения требуемых условий радиолокационного наблюдения отражённых от групповой воздушной цели сигналов

Произведём синтез методов самонаведения при следующих допущениях:

- известен метод пропорционального наведения, который определяется соотношением (1.2);
- известен алгоритм разрешения ВЦ, летящих в сомкнутых боевых порядках, который позволяет осуществить в АРГС УР разрешение ГВЦ по доплеровской частоте на основе эффекта синтезирования апертуры антенны;
- воздушная цель осуществляет полёт в произвольном направлении с постоянной скоростью;
- известны диапазон  $j_{Г.доп}$  располагаемых перегрузок ракеты, максимально допустимая угловая скорость вращения  $\omega_{Г.доп}$  линии визирования «УР–ВЦ», максимально допустимое значение ракурса  $q_{Г.доп}$  РЛ наблюдения отражённых от ВЦ сигналов в АРГС УР;
- на борту ракеты имеются достаточно точные измерители дальности до цели, угла визирования цели, скорости сближения с целью, бокового ускорения;
- известен допустимый промах, текущее значение которого определяется по формуле [27]:

$$h_{Гт} = \frac{D^2 \omega_{Г}}{V_{сбл}}, \quad (3.12)$$

где  $V_{сбл}$  – скорость сближения ракеты с целью.

Для того чтобы осуществить синтез закона оптимального управления боковым ускорением УР, обеспечивающего минимум локального функционала качества (2.2), необходимо из ОДМ (3.11) определить вектор состояния  $X$ , из него выделить вектор требуемых фазовых координат  $X_{т}$ , вектор управляемых фазовых координат  $X_{у}$ , а также найти вектор наблюдения  $Z$ , определяющий условие наблюдаемости процессов, описываемых системой

дифференциальных уравнений (3.11), вычислить вектор управления  $U$  и матрицу эффективности сигналов управления  $B_v^T$ . Далее, задавшись матрицами штрафов на точность слежения  $Q$  и величиной сигналов управления  $K$ , непосредственно определить искомый вектор оптимального управления  $j_{г.опт}$ .

Из системы дифференциальных уравнений (3.11) вектор состояния  $X$  будет определяться как

$$X = (D, V_p, V_{ц}, \omega_{г}, j_{ц.г}, j_{г}, q_{г}, q_{т.г})^T. \quad (3.13)$$

Для обеспечения наблюдаемости при оценке фазовых координат вектора состояния  $X$  и с учетом принципа построения импульсно-доплеровской АРГС ракеты определим вектор наблюдения  $Z$  следующим образом:

$$Z = (Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5)^T, \quad (3.14)$$

где  $Z_1 = K_1 D + \xi_{и1}$ ;  $Z_2 = K_2 V_{сбл} + \xi_{и2}$ .

$$Z_3 = K_3 V_p + \xi_{и3}; \quad Z_4 = K_4 j_{г} + \xi_{и4}; \quad Z_5 = K_5 \varphi + \xi_{и5}, \quad (3.15)$$

где  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5$  – напряжения на выходе измерителей дальности, скорости сближения ракеты с целью, собственной скорости УР, её бокового ускорения  $j_{г}$ , угла  $\varphi_{г}$  соответственно;

$K_1, K_2, K_3, K_4, K_5$  – коэффициенты усиления соответствующих измерителей;

$\xi_{и1}, \xi_{и2}, \xi_{и3}, \xi_{и4}, \xi_{и5}$  – центрированные, взаимонезависимые гауссовские шумы соответствующих измерителей с известными спектральными плотностями, которые взаимонезависимы с формирующими шумами в ОДМ (3.11).

Управляющим воздействием, посредством которого обеспечивается угловое перемещение УР относительно ВЦ, является её боковое ускорение  $j_{г}$ , законы формирования которого для каждого метода самонаведения в дальнейшем определим.

### **3.3.1. Синтез оптимального метода самонаведения управляемой ракеты, позволяющего обеспечить в её АРГС условия для разрешения групповой воздушной цели по доплеровской частоте и наблюдения отражённых сигналов под требуемым ракурсом при минимальном промахе**

Исходя из того, что параметром управления является боковое ускорение ракеты, при синтезе оптимального метода самонаведения УР, позволяющего обеспечить в её АРГС требуемые условия РЛ наблюдения

отражённых от ГВЦ сигналов при минимальном промахе, вектор управления  $U$  вырождается в скаляр

$$U = j_{\Gamma}. \quad (3.16)$$

Требуемыми параметрами для системы самонаведения УР, учитывающими управление угловой скоростью вращения линии визирования «УР–ВЦ» для реализации РСА антенны на борту ракеты и ракурсом радиолокационного наблюдения в АРГС ракеты отражённых от ВЦ сигналов, являются  $\omega_{\Gamma,Г}$  и  $q_{\Gamma,Г}$  соответственно, т. е. вектор требуемых фазовых координат  $X_{\Gamma}$  будет иметь вид

$$X_{\Gamma} = [\omega_{\Gamma,Г} \quad q_{\Gamma,Г}]^T. \quad (3.17)$$

Соответственно управляемыми параметрами для системы самонаведения УР являются  $\omega_{\Gamma}$  и  $q_{\Gamma}$ , т. е. вектор управляемых фазовых координат  $X_{\Upsilon}$  будет следующим:

$$X_{\Upsilon} = [\omega_{\Gamma} \quad q_{\Gamma}]^T. \quad (3.18)$$

Так как параметром управления является боковое ускорение ракеты  $j_{\Gamma}$ , а управляемыми параметрами –  $\omega_{\Gamma}$  и  $q_{\Gamma}$ , то матрицу эффективности сигналов управления  $B_{\Upsilon}^T$  образуют коэффициенты при  $j_{\Gamma}$  в дифференциальных уравнениях, описывающих изменение  $\omega_{\Gamma}$  и  $q_{\Gamma}$  (уравнения (3.1) и (3.6) соответственно). Из ОДМ (3.11) матрица эффективности сигналов управления  $B_{\Upsilon}^T$  принимает следующий вид:

$$B_{\Upsilon}^T = \begin{bmatrix} -\frac{1}{D} & C \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

С учетом единичного размера вектора управления (выражение (3.16) и размерности матриц (3.17)–(3.19) можно определить матрицы штрафов на точность слежения  $Q$  и величину сигналов управления  $K$  в следующем виде

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 \\ 0 & q_{22} \end{bmatrix}, \quad (3.20)$$

$$K = k. \quad (3.21)$$

В результате подлежащий минимизации функционал качества (2.2) принимает следующий вид:

$$I = M_{\Upsilon} \left\{ \begin{bmatrix} \omega_{\Gamma,Г} - \omega_{\Gamma} \\ q_{\Gamma,Г} - q_{\Gamma} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_{11} & 0 \\ 0 & q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{\Gamma,Г} - \omega_{\Gamma} \\ q_{\Gamma,Г} - q_{\Gamma} \end{bmatrix} + \int_0^{t_i} j_{\Gamma}^2 k dt \right\}. \quad (3.22)$$

Вектор оптимального управления, доставляющий минимум локальному функционалу качества (2.2), определяется формулой (2.9).

Выполнение при синтезе условий ЛКГ позволяет истинные значения фазовых координат векторов  $X_T$  и  $X_y$  заменить их оптимальными оценками.

Тогда, решив (2.9) с учетом формул (3.16)–(3.21), можно получить следующий закон оптимального управления боковым ускорением УР:

$$j_{г.опт.1} = \frac{Cq_{22}}{k}(q_{т.г} - q_{г}) - \frac{q_{11}}{Dk}(\omega_{т.г} - \omega_{г}), \quad (3.23)$$

где  $q_{т.г}$  и  $q_{г}$  – соответственно требуемое и текущее значения ракурса РЛ наблюдения отражённых от ВЦ сигналов в АРГС ракеты;

$\omega_{т.г}$  и  $\omega_{г}$  – соответственно требуемое и текущее значения угловой скорости вращения линии визирования «ракета–цель».

В (3.23) требуемое значение угловой скорости вращения линии визирования «УР–ВЦ» определяется выражением (1.5).

В этом случае параметр рассогласования для закона (3.23) принимает следующий вид:

$$\Delta_{г.1} = \left[ \frac{Cq_{22}}{k}(q_{т.г} - \hat{q}_{г}) - \frac{q_{11}}{Dk}(\omega_{т.г} - \hat{\omega}_{г}) \right] - \hat{j}_{г}. \quad (3.24)$$

Выражение (3.24) определяет метод самонаведения ракеты, позволяющий обеспечить в её АРГС совместные условия для разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ на основе создания эффекта синтезирования апертуры антенны и наведения ракеты под требуемым ракурсом (который определяется ракурсом устойчивого наблюдения сигналов вторичной модуляции) для последующего распознавания на основе эффекта вторичной модуляции заданного для атаки типа ВЦ из состава группы и минимальный промах.

### 3.3.2. Синтез оптимального метода самонаведения управляемой ракеты под требуемым ракурсом радиолокационного наблюдения отражённых от групповой воздушной цели сигналов вторичной модуляции при минимальном промахе

В том частном случае, когда:

- элементы ГВЦ разрешены по доплеровской частоте в АРГС ракеты при её полёте по опорной траектории в соответствии с базовым методом пропорционального наведения (формула (1.2));
- ГВЦ имеет разнотипный характер и требуется осуществить целераспределение пущенных ракет по элементам ГВЦ на основе распознавания её типового состава по сигналам вторичной модуляции;

- ракурс РЛ наблюдения сигналов вторичной модуляции не соответствует требуемому;
- необходимо синтезировать соответствующий метод самонаведения УР, позволяющий осуществить только наведение относительно ГВЦ под требуемым ракурсом, обеспечивая при этом минимальный промах.

Для синтеза такого оптимального метода самонаведения ракеты на основе анализа ОДМ (3.11) и вектора состояния  $X$  (3.13) определим вектор управления  $U$ , векторы требуемых  $X_T$  и управляемых  $X_Y$  фазовых координат, матрицы штрафов на точность слежения  $Q$  и величину сигналов управления  $K$ , а также матрицу эффективности сигналов управления  $B_Y^T$  в следующем виде:

$$U = j_\Gamma; \quad (3.25)$$

$$X_T = [0 \quad q_{T,\Gamma}]^T; \quad (3.26)$$

$$X_Y = [\omega_\Gamma \quad q_\Gamma]^T; \quad (3.27)$$

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 \\ 0 & q_{22} \end{bmatrix}; \quad (3.28)$$

$$K = k; \quad (3.29)$$

$$B_Y^T = \begin{bmatrix} -\frac{1}{D} & C \end{bmatrix}. \quad (3.30)$$

Матрицы (3.25), (3.27)–(3.30) получены в соответствии с логикой рассуждений, приведенных в п.п. 3.3.1. В данном случае считается, что цели в группе разрешены по доплеровской частоте и реализации РСА на борту ракеты не нужна, поэтому требуемое значение угловой скорости вращения линии визирования «УР–ВЦ»  $\omega_{T,\Gamma} = 0$ , а вектор необходимых фазовых координат будет определяться выражением (3.26).

Следовательно, подлежащий минимизации функционал качества (2.2) преобразуется к следующему виду:

$$I = M_Y \left\{ \begin{bmatrix} 0 - \omega_\Gamma \\ q_{T,\Gamma} - q_\Gamma \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_{11} & 0 \\ 0 & q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 - \omega_\Gamma \\ q_{T,\Gamma} - q_\Gamma \end{bmatrix} + \int_0^{t_i} j_\Gamma^2 k dt \right\}. \quad (3.31)$$

Тогда, решив (2.9) с учетом формул (3.25)–(3.30), для данной ситуации можно получить следующий закон оптимального управления боковым ускорением ракеты:

$$j_{\Gamma,\text{опт.2}} = \frac{Cq_{22}}{k} (q_{T,\Gamma} - q_\Gamma) + \frac{q_{11}}{Dk} \omega_\Gamma, \quad (3.32)$$

а параметр рассогласования для закона (3.32) будет иметь вид

$$\Delta_{г.2} = \left[ \frac{Cq_{22}}{k} (q_{т.г} - \hat{q}_г) + \frac{q_{11}}{Dk} \hat{\omega}_г \right] - \hat{j}_г. \quad (3.33)$$

Выражение (3.32) определяет метод самонаведения УР, позволяющий обеспечить наведение под требуемым ракурсом с целью создания условий для последующего распознавания в её АРГС типа атакуемой ВЦ на основе эффекта вторичной модуляции и минимальный промах.

### 3.3.3. Синтез оптимального метода самонаведения управляемой ракеты для обеспечения в её АРГС разрешения по доплеровской частоте элементов групповой воздушной цели на основе эффекта синтезирования апертуры антенны при минимальном промахе

Для синтеза оптимального метода самонаведения ракеты, позволяющего при минимальном промахе обеспечить в её АРГС разрешение по доплеровской частоте ВЦ, находящихся на больших и средних дальностях в главном луче ДНА АРГС, за счёт реализации на борту ракеты РСА антенны выделим из ОДМ (3.11) и вектора состояния  $X$  (3.13) вектор управления  $U$ , векторы требуемых  $X_т$  и управляемых  $X_у$  фазовых координат, матрицы штрафов на точность слежения  $Q$  и величину сигналов управления  $K$ , матрицу эффективности сигналов управления  $B_у^T$  и запишем их в следующем виде:

$$U = j_г; \quad (3.34)$$

$$X_т = \omega_{т.г}; \quad (3.35)$$

$$X_у = \omega_г; \quad (3.36)$$

$$Q = q_{11}; \quad (3.37)$$

$$K = k; \quad (3.38)$$

$$B_у^T = -\frac{1}{D}. \quad (3.39)$$

Приведем логику рассуждений, в соответствии с которой были получены выражения (3.34)–(3.39). В данном случае считается, что в АРГС ракеты необходимо обеспечить только разрешение целей в группе за счет реализации РСА антенны. Следовательно, управление будет осуществляться только угловой скоростью вращения  $\omega_г$  линии визирования «УР–ВЦ», поэтому вектор управляемых фазовых координат можно записать в виде (3.36). Причем, требуемое для получения на борту ракеты эффекта синтезирования апертуры

антенны значение угловой скорости вращения  $\omega_{г.т}$  линии визирования «УР–ВЦ» должно определяться в соответствии с выражением (1.5), поэтому вектор требуемых фазовых координат будет вычисляться по формуле (3.35). В свою очередь, единственным элементом матрицы эффективности сигналов управления  $B_y^T$  будет коэффициент при параметре управления  $j_{г}$  в дифференциальном уравнении, описывающем динамику изменения угловой скорости вращения линии визирования «УР–ВЦ» (3.1). Матрицы штрафов на точность слежения и величину сигнала управления вырождаются в скаляры (соответственно выражения (3.37) и (3.38)).

При этом подлежащий минимизации функционал качества (2.2) примет следующий вид

$$I = M_y \left\{ \left[ \omega_{г.т} - \omega_{г} \right]^T q_{11} \left[ \omega_{г.т} - \omega_{г} \right] + \int_0^{t_i} j_{г}^2 k dt \right\}. \quad (3.40)$$

Решив (2.9) с учетом формул (3.34)–(3.39), получим следующий закон оптимального управления боковым ускорением ракеты:

$$j_{г.опт.3} = -\frac{q_{11}}{Dk} (\omega_{г.т} - \omega_{г}). \quad (3.41)$$

Для данного оптимального закона управления параметр рассогласования принимает следующий вид:

$$\Delta_{г.3} = \left[ -\frac{q_{11}}{Dk} (\omega_{г.т} - \omega_{г}) \right] - \hat{j}_{г}. \quad (3.42)$$

Если в формуле (3.41) требуемое значение угловой скорости вращения линии визирования «УР–ВЦ» вычисляется по (1.5), то данный закон управления будет определять метод самонаведения УР, позволяющий обеспечить в её АРГС разрешение по доплеровской частоте элементов ГВЦ на основе эффекта синтезирования апертуры антенны. Если  $\omega_{г} = 0$  рад/с, то закон (3.41) вырождается в базовый метод пропорционального наведения.

Анализ выражений (3.23), (3.32) и (3.41) показывает, что для формирования сигнала оптимального управления  $j_{г.опт}$  на борту ракеты необходимо иметь оптимальные оценки дальности до ВЦ, угловой скорости вращения линии визирования «УР–ВЦ», скорости полёта ВЦ, собственной скорости УР и угла  $\varphi$  пеленга цели.

Таким образом, наряду с известным базовым методом пропорционального наведения дополнительно синтезированы три метода самонаведения ракеты с АРГС, позволяющие при минимальном промахе обеспе-

чить условия для разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ, находящихся в главном луче ДНА АРГС, и требуемый ракурс РЛ наблюдения в интересах последующего распознавания типа атакуемой цели на основе эффекта вторичной модуляции как совместно, так и по отдельности. Поэтому в дальнейшем возникает необходимость в разработке алгоритма выбора того или иного метода её самонаведения в зависимости от конкретной ситуации относительно типового состава ГВЦ, качества разрешения в АРГС ракеты элементов ГВЦ и текущего ракурса РЛ наблюдения отражённых от цели сигналов.

Из анализа выражений (3.23), (3.32) и (3.41) также следует, что существенное значение в синтезированных законах формирования требуемых фазовых траекторий наведения УР имеют коэффициенты матриц штрафов функционала качества, которые в дальнейшем и определим.

### 3.4. Определение коэффициентов матриц штрафов в методах самонаведения ракеты на групповую воздушную цель

Наиболее распространенным способом определения коэффициентов штрафов является использование принципа равнопрочности [27].

Анализ выражений (3.23), (3.32) и (3.41) показывает, что для удобства определения численных значений элементов матриц штрафов  $Q$  и  $K$  и их дальнейшего использования в качестве коэффициентов усиления контуров управления, реализующих синтезированные методы самонаведения,  $q_{11}$ ,  $q_{22}$  и  $k$  удобно представить в виде следующих отношений:  $q_{11} / k$  и  $q_{22} / k$ .

#### 3.4.1. Коэффициенты матриц штрафов оптимального закона управления боковым ускорением ракеты, обеспечивающего в её АРГС условия для разрешения групповой воздушной цели по доплеровской частоте, наблюдения отражённых сигналов под требуемым ракурсом и минимальный промах

Рассмотрим метод самонаведения, определяемый выражением (3.23).

Согласно принципу равнопрочности оба слагаемых в законе управления в равной степени влияют на управляющий сигнал  $j_{г.опт.1}$ . В соответствии с этим закон формирования требуемой фазовой траектории наведения ракеты, описываемый выражением (3.23), можно представить как

$$\frac{j_{г.опт.1}}{2} = \frac{Cq_{22}}{k} \Delta q_{г}, \quad \Delta q_{г} = q_{т.г} - \hat{q}_{г}; \quad (3.43)$$

$$\frac{j_{\Gamma.\text{опт.1}}}{2} = -\frac{q_{11}}{Dk} \Delta\omega_{\Gamma}, \quad \Delta\omega_{\Gamma} = \omega_{\Gamma.\Gamma} - \hat{\omega}_{\Gamma}. \quad (3.44)$$

Из формул (3.46) и (3.47) получим соответственно:

$$\frac{q_{22}}{k} = \frac{j_{\Gamma.\text{опт.1}}}{2C\Delta q_{\Gamma}}, \quad \Delta q_{\Gamma} = q_{\Gamma.\Gamma} - \hat{q}_{\Gamma}; \quad (3.45)$$

$$\frac{q_{11}}{k} = -\frac{j_{\Gamma.\text{опт.1}}D}{2\Delta\omega_{\Gamma}}, \quad \Delta\omega_{\Gamma} = \omega_{\Gamma.\Gamma} - \hat{\omega}_{\Gamma}. \quad (3.46)$$

Максимальная по величине ошибка управляемой фазовой координаты должна быть отработана соответственно максимально возможным сигналом управления за допустимое время.

Поэтому на основе соотношений (3.45) и (3.46) можно записать выражения для определения максимальных значений отношений коэффициентов штрафов на точность слежения и величину сигналов управления в виде

$$\left(\frac{q_{22}}{k}\right)_{\max} = \frac{j_{\Gamma.\max}}{2C(q_{\Gamma.\Gamma} - q_{\Gamma.\max})}, \quad (3.47)$$

$$\left(\frac{q_{11}}{k}\right)_{\max} = -\frac{j_{\Gamma.\max}D}{2(\omega_{\Gamma.\Gamma} - \omega_{\Gamma.\max})}, \quad (3.48)$$

где  $j_{\Gamma.\max}$  – максимально возможное значение бокового ускорения ракеты, которое определяется её конструктивными особенностями;

$q_{\Gamma.\max}$  – максимально возможное значение ракурса радиолокационного наблюдения отраженных от ВЦ сигналов в АРГС ракеты, зависящее как от условий самонаведения, так и конструктивных особенностей УР;

$\omega_{\Gamma.\max}$  – максимально возможное текущее значение угловой скорости вращения линии визирования «УР–ВЦ», зависящее как от условий самонаведения, так и конструктивных особенностей УР.

В качестве примера примем, что  $j_{\Gamma.\max} = 25g \text{ м/с}^2$ ,  $q_{\Gamma.\Gamma} = 30^\circ$ ;  $q_{\Gamma.\max} = 45^\circ$ .

Для оценки значения  $\omega_{\Gamma.\max}$  рассмотрим ситуацию, изображённую на рис. 3.1. Здесь примем следующие типовые значения параметров при самонаведении ракеты на цель:  $q_{\Gamma.\max} = 45^\circ$ ;  $\varphi_{\Gamma} = 30^\circ$ ;  $D = 30\,000 \text{ м}$ ;  $V_p = 1\,000 \text{ м/с}$ ;  $V_{\text{ц}} = 300 \text{ м/с}$ .

Используя выражение (3.3), получим

$$\omega_{\Gamma.\max} = \frac{V_p \sin \varphi_{\Gamma} - V_{\text{ц}} \sin q_{\Gamma.\max}}{D} \approx 9,6 \cdot 10^{-3} \text{ рад/с}.$$

По формуле (1.5) найдём требуемое значение угловой скорости вращения линии визирования «УР–ВЦ» при:  $\lambda = 3 \cdot 10^{-2}$  м;  $\Delta L_{\min} = 150$  м;  $F_{\Phi} = 10$  Гц. В результате получаем  $\omega_{т.г} = 10^{-3}$  рад/с.

Тогда при таких типовых значениях параметров численные значения отношения коэффициентов следующие:

$$\left(\frac{q_{22}}{k}\right)_{\max} = 8,68 \cdot 10^4 \text{ м}^2/\text{с}^3 \cdot \text{рад}; \quad (3.49)$$

$$\left(\frac{q_{11}}{k}\right)_{\max} = 4,275 \cdot 10^8 \text{ м}^2/\text{рад} \cdot \text{с}. \quad (3.50)$$

Окончательно значения коэффициентов штрафов на точность слежения и величину сигналов управления при реализации на борту УР метода самонаведения, определяемого выражением (3.23), можно записать в виде неравенств:

$$\frac{q_{22}}{k} \leq 8,68 \cdot 10^4; \text{ м}^2/\text{с}^3 \cdot \text{рад}; \quad (3.51)$$

$$\frac{q_{11}}{k} \leq 4,275 \cdot 10^8 \text{ м}^2/\text{рад} \cdot \text{с}. \quad (3.52)$$

### 3.4.2. Определение коэффициентов матриц штрафов оптимального закона управления боковым ускорением ракеты, обеспечивающего её наведение под требуемым ракурсом радиолокационного наблюдения отражённых от групповой воздушной цели сигналов вторичной модуляции и минимальный промах

Аналогично п.п. 3.4.1 и в соответствии с принципом равнопрочности выражение (3.32) можно представить в виде

$$\frac{j_{г.опт2}}{2} = \frac{Cq_{22}}{k} \Delta q_{г}, \quad \Delta q_{г} = q_{т.г} - \hat{q}_{г}; \quad (3.53)$$

$$\frac{j_{г.опт2}}{2} = \frac{q_{11}}{Dk} \omega_{г}. \quad (3.54)$$

Из выражений (3.53) и (3.54) соответственно получим

$$\frac{q_{22}}{k} = \frac{j_{г.опт2}}{2C\Delta q_{г}}, \quad \Delta q_{г} = q_{т.г} - \hat{q}_{г}; \quad (3.55)$$

$$\frac{q_{11}}{k} = \frac{j_{\Gamma.\text{опт}2} D}{2\omega_{\Gamma}}. \quad (3.56)$$

Используя формулы (3.55) и (3.56), получаем выражения для определения максимальных значений отношений коэффициентов штрафов на точность слежения и величину сигналов управления в виде:

$$\left(\frac{q_{22}}{k}\right)_{\max} = \frac{j_{\Gamma\max}}{2C(q_{\Gamma\max} - q_{\Gamma\max})}; \quad (3.57)$$

$$\left(\frac{q_{11}}{k}\right)_{\max} = \frac{j_{\Gamma\max} D}{2\omega_{\Gamma\max}}. \quad (3.58)$$

В соответствии с численными значениями, используемыми в п. 3.4.1, отношения коэффициентов штрафов на точность слежения и величину сигналов управления будут определяться в виде следующих неравенств:

$$\frac{q_{22}}{k} \leq 8,68 \cdot 10^4 \text{ м}^2/\text{с}^3 \cdot \text{рад}; \quad (3.59)$$

$$\frac{q_{11}}{k} \leq 3,83 \cdot 10^8 \text{ м}^2/\text{рад} \cdot \text{с}. \quad (3.60)$$

### 3.4.3. Определение коэффициентов матриц штрафов оптимального закона управления боковым ускорением ракеты, обеспечивающего в её АРГС разрешение по доплеровской частоте элементов групповой воздушной цели и минимальный промах

Выражение для определения максимального значения отношения коэффициентов штрафов на точность слежения и величину сигналов управления применительно к закону управления (3.41) запишем в виде

$$\left(\frac{q_{11}}{k}\right)_{\max} = -\frac{j_{\Gamma.\max} D}{(\omega_{\Gamma\max} - \omega_{\Gamma\max})}. \quad (3.61)$$

На основе типовых численных значений (п. 3.4.1) выражение (3.68) преобразуется к следующему виду:

$$\frac{q_{11}}{k} \leq 8,55 \cdot 10^8 \text{ м}^2/\text{рад} \cdot \text{с}. \quad (3.62)$$

Таким образом, в виде неравенств (3.51), (3.52), (3.59), (3.60) и (3.62) получены максимальные численные значения отношений коэффициентов

штрафов на точность слежения и величину сигналов управления для следующих условий самонаведения:  $j_{г \max} = 25g \text{ м/с}^2$ ,  $q_{т.г} = 30^\circ$ ;  $q_{г \max} = 45^\circ$ ,  $\varphi_{г} = 30^\circ$ ;  $D_0 = 30\,000 \text{ м}$ ;  $V_p = 1\,000 \text{ м/с}$ ;  $V_{ц} = 300 \text{ м/с}$ , которые будут использованы в дальнейшем при моделировании синтезированных методов самонаведения ракеты с целью оценки их реализуемости.

## Выводы

Поставлена задача синтеза трёх оптимальных по критерию минимума локального функционала качества методов самонаведения УР, позволяющих при минимальном промахе создать в её АРГС на основе эффекта синтезирования апертуры антенны условия для разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ, находящихся на больших и средних дальностях в главном луче ДНА АРГС, и наблюдения отражённых от цели РЛ сигналов под требуемым ракурсом в интересах последующего распознавания типа атакуемой ВЦ на основе эффекта вторичной модуляции как совместно, так и отдельно.

Разработана динамическая модель, описывающая взаимное перемещение УР и ГВЦ в процессе самонаведения и учитывающая в отличие от известных динамику ракурса радиолокационного наблюдения отражённых от ГВЦ сигналов в АРГС ракеты. Анализ модели показал, что она обладает свойствами измеримости, наблюдаемости и управляемости. При этом, с учётом использования локального функционала качества как показателя эффективности системы самонаведения ракеты и гауссовских шумов обеспечиваются условия линейно-квадратично-гауссовской задачи синтеза, при которых синтез законов оптимального управления можно выполнять автономно без синтеза системы оптимальных оценщиков. Поскольку решение задачи оптимального оценивания параметров при заданной модели достаточно известно, то синтез оптимальных оценщиков в работе не проводился.

Синтезированы три метода самонаведения ракеты с АРГС, оптимальных по минимуму локального функционала качества, которые позволяют дополнительно создать в процессе самонаведения требуемые условия радиолокационного наблюдения сигналов в АРГС ракеты в интересах:

- в первом методе – совместного разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ и наблюдения отражённых от неё сигналов под заданным ракурсом;
- во втором методе – наблюдения отражённых от ГВЦ сигналов под заданным ракурсом;
- в третьем методе – разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ.

Для формирования сигналов оптимального управления в соответствии с тремя синтезированными методами самонаведения ракеты на её борту необходимо иметь оптимальные оценки дальности до ВЦ, угловой скорости вращения линии визирования «УР–ВЦ», скорости полёта ВЦ, собственной скорости УР и угла пеленга ВЦ.

Величина сигналов синтезированных методов оптимального управления ракетой зависит не от конкретных значений элементов матриц штрафов на точность слежения и управления, а от их отношений. Определены численные значения коэффициентов штрафов, обеспечивающие максимальные точность функционирования системы управления в установившемся режиме и значение сигналов управления при отработке ошибок управления.

## 4. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРИМЕНЕНИЮ МЕТОДОВ САМОНАВЕДЕНИЯ ИСТРЕБИТЕЛЯ И РАКЕТЫ НА ГРУППОВУЮ ВОЗДУШНУЮ ЦЕЛЬ

### 4.1. Рекомендации по применению метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель

Даны рекомендации по тактическому применению синтезированного метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель на основе оценки эффективности использования синтезированных законов оптимального управления боковым ускорением истребителя.

#### 4.1.1. Оценка эффективности применения синтезированных законов оптимального управления боковым ускорением истребителя

Оценку изменения текущего значения угла пеленга цели при наведении истребителя на ГВЦ в интересах создания требуемых условий для разрешения ее элементов за счёт применения синтезированных в п. 2.3 законов оптимального управления боковым ускорением истребителя (выражения (2.30) и (2.39) проведём путём моделирования при следующих начальных условиях:  $D_0 = 250$  км;  $q_0 = 0^\circ$ ;  $\varphi_0 = 0^\circ$ ;  $V_{и0} = 300$  м/с;  $V_{ГВЦ0} = 300$  м/с;  $\lambda = 3$  см;  $\Delta f_d = 10$  Гц;  $\Delta L = 150$  м.

При моделировании были учтены также траекторные статистические характеристики скоростей и ускорений целей и истребителя, полученные на основе теоретических и экспериментальных исследований и широко используемые на практике [81–91]. При этом неадекватность по траекторным статистическим характеристикам динамической модели радиальных составляющих функционально связанных координат, обусловленных полётами целей, не превышает 12 %.

На рис. 4.1 и 4.2 представлены графики, иллюстрирующие отдельные результаты моделирования процесса самонаведения истребителя при использовании синтезированных методов, определяемых выражениями (2.30) и (2.39). Необходимо отметить, что приведенные ниже временные зависимости получены при одинаковых начальных условиях и значениях отношений коэффициентов штрафов  $w/k$  (неравенство (2.46) и весового коэффициента  $\chi$  (неравенство (2.53)).

На рис. 4.1 график 1 соответствует выражению (2.30), график 2 – выражению (2.39), график 3 – изменению требуемого для реализации на борту

истребителя режима синтезирования апертуры антенны, значения угла пеленга цели.

Из анализа зависимостей (рис. 4.1) вытекают следующие выводы:

1. Изменение текущего значения угла пеленга цели при реализации методов самонаведения, определяемых (2.30) и (2.39) и графиками 1 и 2, имеет одинаковый характер и асимптотически стремится к требуемому значению, которому соответствует график 3. Это свидетельствует о том, что синтезированные законы управления обеспечивают эффективное изменение угла пеленга цели.

2. Закон оптимального управления боковым ускорением истребителя, описываемый выражением (2.39), быстрее обеспечивает требуемый угол пеленга, следовательно, в БРЛС истребителя быстрее начнут выполняться условия радиолокационного наблюдения сигналов, отраженных от ГВЦ, для обеспечения повышения разрешения её элементов.

3. Полученные результаты подтверждают теоретические выводы, приведенные в параграфе 2.3, о том, что законы управления, полученные при оптимизации по минимуму локального функционала качества и концепции обратных задач динамики, при схожих условиях приведут практически к одинаковым результатам [27, 70–76].

4. В результате наведения истребителя по методу самонаведения, описываемому выражением (2.30), которому соответствует график 1, имеется ошибка порядка  $5^\circ$ , которая остается постоянной на протяжении всего участка самонаведения.

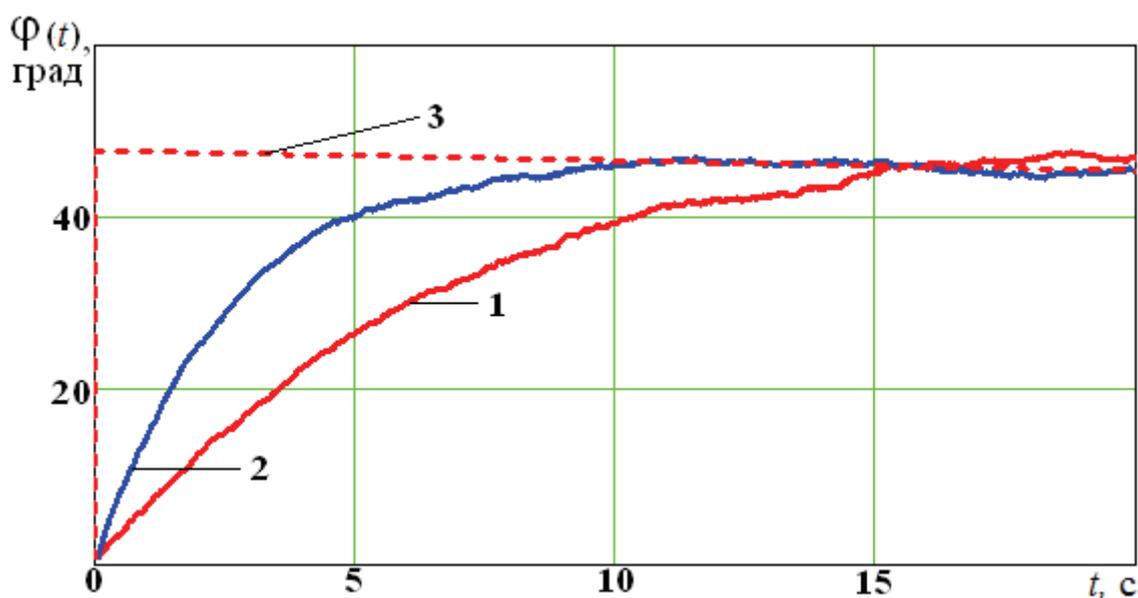


Рис. 4.1. Временная зависимость текущего значения угла пеленга цели

Также применительно к синтезированным законам управления, определяемым выражениями (2.30) и (2.39), вызывает интерес оценка времени вывода  $t_b$  истребителя, под которым понимается время достижения истребителем требуемого значения угла пеленга цели  $\varphi_{тр}$  в результате применения соответствующего метода самонаведения.

Как показали результаты моделирования синтезированных законов управления, при различных условиях самонаведения время  $t_b$ , с определяется следующими неравенствами:

$$12,2 \leq t_b^{(1)} \leq 15,4; \quad (4.1)$$

$$9,1 \leq t_b^{(2)} \leq 11,2, \quad (4.2)$$

соответственно для законов управления (2.30) и (2.39).

В процессе изменения текущего угла пеленга цели истребитель испытывает определенную боковую перегрузку  $n_y$ . На рис. 4.2 приведены графики изменения во времени боковой перегрузки истребителя при его наведении по методам, определяемым выражением (2.30), которому соответствует график 1, и выражением (2.39), которому соответствует график 2.

Анализ рис. 4.2 позволяет сделать следующие выводы:

1. Величина боковой перегрузки в процессе выполнения истребителем маневра в соответствии с синтезированными законами оптимального управления (выражения (2.30) и (2.39) имеет приемлемые значения и асимптотически стремится к нормальному единичному значению.

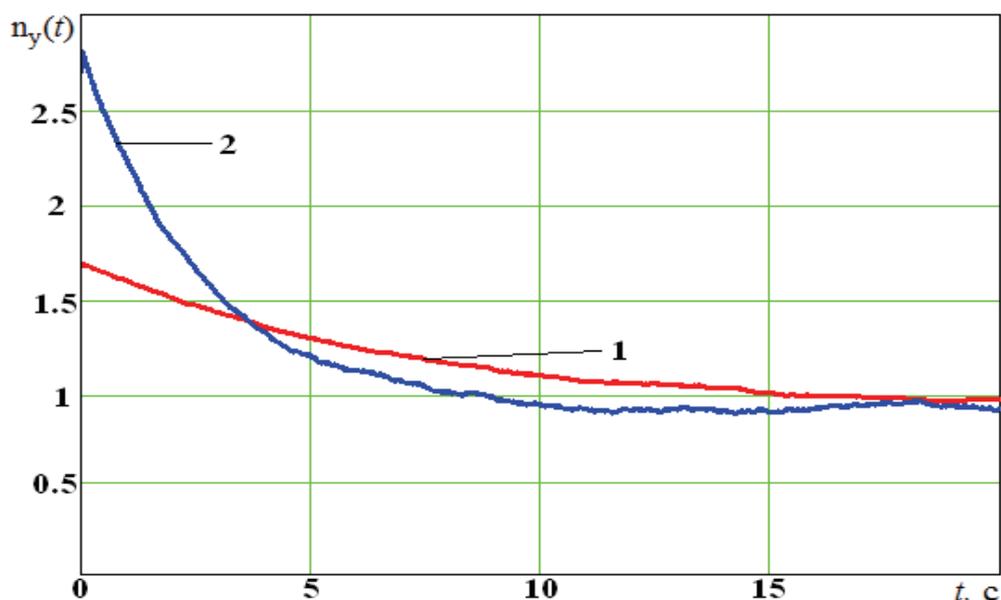


Рис. 4.2. Временная зависимость боковой перегрузки истребителя

2. Величина боковой перегрузки при наведении истребителя в соответствии с законом управления, определяемым выражением (2.39) и графиком 1, более чем в 2 раза превышает величину боковой перегрузки при наведении истребителя в соответствии с законом управления (2.30), которому соответствует график 2. Это объясняется тем, что управление истребителем в соответствии с оптимальным законом (2.39) быстрее обеспечивает требуемое значение угла пеленга цели (рис. 4.1, график 2).

В целом полученные результаты моделирования, их анализ, а также произведённые расчёты позволяют сделать вывод о работоспособности и реализуемости синтезированного метода самонаведения истребителя.

#### **4.1.2. Рекомендации по тактическому применению синтезированного метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель**

Для разработки рекомендаций по тактическому применению синтезированного метода самонаведения истребителя на ГВЦ рассмотрим две тактических ситуации.

**Первая тактическая ситуация.** Истребитель наводится на ГВЦ в соответствии с базовым методом наведения в наивыгоднейшую упрежденную точку встречи. В его БРЛС с помощью алгоритмов обработки сигналов [18, 27, 28, 40, 41, 59, 60] осуществляется оценка количества  $\hat{m}_1$  разрешаемых по доплеровской частоте элементов ГВЦ с вероятностью  $P_1$ . После получения численного значения  $\hat{m}_1$  на борту истребителя начинается смена текущего метода самонаведения на один из синтезированных (выражения (2.30) или (2.39), позволяющий обеспечить требуемые условия радиолокационного наблюдения отраженных от ГВЦ сигналов для разрешения её элементов по доплеровской частоте на основе эффекта искусственного синтезирования апертуры антенны. Для этого в информационно-вычислительной системе РЭСУ истребителем параметр рассогласования формируется в соответствии с выражениями (2.30) или (2.39). В результате вектор скорости истребителя поворачивается, стремясь достичь для обеспечения эффективной работы алгоритма по извлечению информации о численном составе ГВЦ из отраженных от нее радиолокационных сигналов [69] требуемого значения угла пеленга цели  $\varphi_{тр}$ , рассчитанного в соответствии с выражением (1.5). Как показали результаты моделирования (п.п. 4.1.1), время  $t_p$  регулирования, под которым понимается время достижения истребителем требуемого значения угла пеленга  $\varphi_{тр}$  цели, в результате применения закона управления определяется неравенствами (4.1) и (4.2).

В момент времени, когда текущее значение угла пеленга  $\varphi$  цели достигнет требуемого значения  $\varphi_{тр}$ , включается в работу алгоритм по извлече-

нию из отраженных от элементов ГВЦ радиолокационных сигналов информации о её численном составе [69] и через 5 с формирует оцененное количество  $\hat{m}_2$  разрешаемых по доплеровской частоте целей в группе с вероятностью  $P_2$ . Затем вероятности  $P_1$  и  $P_2$  сравниваются между собой, и то количество элементов ГВЦ, которое было оценено с большей вероятностью, считается истинным и вводится в вычислитель ракеты в качестве предстартового целеуказания.

**Вторая тактическая ситуация.** Пара истребителей атакует ГВЦ (ситуация, схематично представленная на рис. 4.3). Истребитель И1 наводится на ГВЦ в соответствии с базовым методом наведения в наивыгоднейшую упрежденную точку встречи. В его БРЛС на основе алгоритмов обработки сигналов [там же] осуществляется оценка количества  $\hat{m}_1$  разрешаемых по доплеровской частоте элементов ГВЦ с вероятностью  $P_1$ .

Одновременно с ним истребитель И2 осуществляет наведение в соответствии с синтезированным методом самонаведения (выражения (2.30) или (2.39) в интересах обеспечения требуемых условий для эффективной работы алгоритма по извлечению информации о численном составе ГВЦ из отраженных от нее радиолокационных сигналов [69]. По аналогии с предыдущей тактической ситуацией в БРЛС истребителя И2 через  $\Delta t^{(2)} = t_B^{(2)} + 5$  (в случае использования синтезированного метода (2.39), будет получено оцененное значение количества  $\hat{m}_2$  разрешаемых по доплеровской частоте целей в группе с вероятностью  $P_2$ .

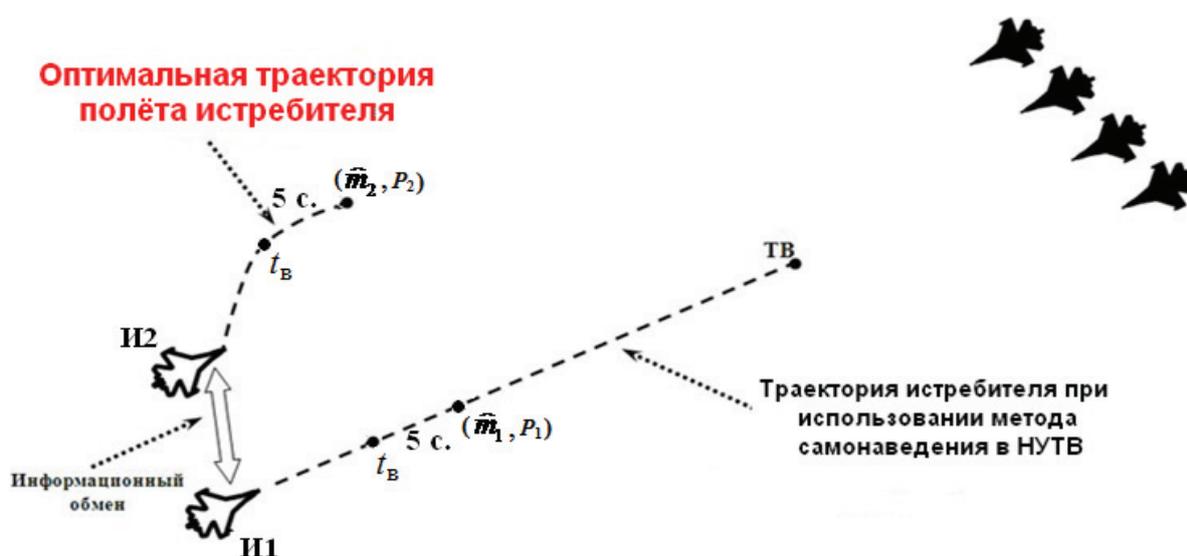


Рис. 4.3. Вариант возможного применения синтезированного метода самонаведения истребителя на ГВЦ

Полученными результатами истребители И1 и И2 обмениваются между собой, вероятности  $P_1$  и  $P_2$  сравниваются, и то количество элементов ГВЦ, которое было оценено с большей вероятностью, считается истинным и вводится в вычислитель ракеты в качестве предстартового целеуказания.

## 4.2. Рекомендации по применению методов самонаведения ракеты на групповую воздушную цель

Рекомендации сводятся к разработке алгоритма выбора метода самонаведения ракеты на основе оценки реализуемости синтезированных методов самонаведения.

### 4.2.1. Оценка реализуемости синтезированных методов самонаведения ракеты

Оценка реализуемости синтезированных в параграфе 3.3 методов самонаведения ракеты проводилась путём их моделирования при следующих начальных условиях:  $D_0 = 30$  км;  $V_{p0} = 1\ 000$  м/с;  $V_{вц0} = 300$  м/с;  $\lambda = 3$  см;  $\Delta f_d = 10$  Гц.

На рис. 4.4–4.9 представлены графики, иллюстрирующие отдельные результаты моделирования процесса самонаведения ракеты при реализации синтезированных методов, определяемых выражениями (3.26), (3.35) и (3.44).

Так, на рис. 4.4 для сравнения приведены графики изменения угловой скорости вращения линии визирования «УР–ВЦ» в процессе самонаведения ракеты при реализации соответственно базового МПН (график 1), метода самонаведения, определяемого выражением (3.32) и графиком 2, метода самонаведения, задаваемого законом управления (3.41) и графиком 3, и метода самонаведения в соответствии с законом (3.23) и графиком 4.

Из анализа представленных зависимостей вытекают следующие выводы:

1. Угловая скорость вращения линии визирования «УР–ВЦ» при реализации синтезированных в параграфе 3.3 методов самонаведения (3.23), (3.32) и (3.41) имеет тот же характер изменения, что и при базовом МПН. Видно, что во всех четырех случаях в процессе самонаведения происходит асимптотическое уменьшение текущего значения угловой скорости вращения линии визирования «УР–ВЦ» до нулевого значения.

2. При самонаведении ракеты по оптимальному закону (3.23) изменение текущего значения угловой скорости вращения линии визирования «УР–ВЦ» (график 4) происходит более затянато, чем при реализации базово-

вого МПН (график 1). Это объясняется тем, что в законе (3.23) происходит совместное управление по двум фазовым координатам  $\omega_r$  и  $q_r$ . При этом было принято, что требуемыми значениями управляемых параметров являются постоянные по величине и не равные нулю значения  $\omega_{т.г}$  и  $q_{т.г}$ .

3. При самонаведении ракеты в соответствии с оптимальным законом управления (3.23) характер изменения текущего значения угловой скорости вращения линии визирования «УР–ВЦ» (график 2) наиболее близок к характеристикам, полученным при моделировании базового МПН (график 1). Это обусловлено тем, что в рассматриваемом законе управления в отличие от закона (3.23) требуемое значение угловой скорости вращения линии визирования «УР–ВЦ» равно нулю, как и при использовании МПН.

4. Из анализа кривой 3 на рис. 4.4 следует, что текущее значение угловой скорости вращения линии визирования «УР–ВЦ» при наведении ракеты по оптимальному методу самонаведения (3.41) изменяется медленнее, чем при реализации МПН (график 1). Это объясняется тем, что в отличие от МПН требуемая величина угловой скорости вращения линии визирования «УР–ВЦ» в законе управления (3.41) имеет постоянное и неравное нулю значение.

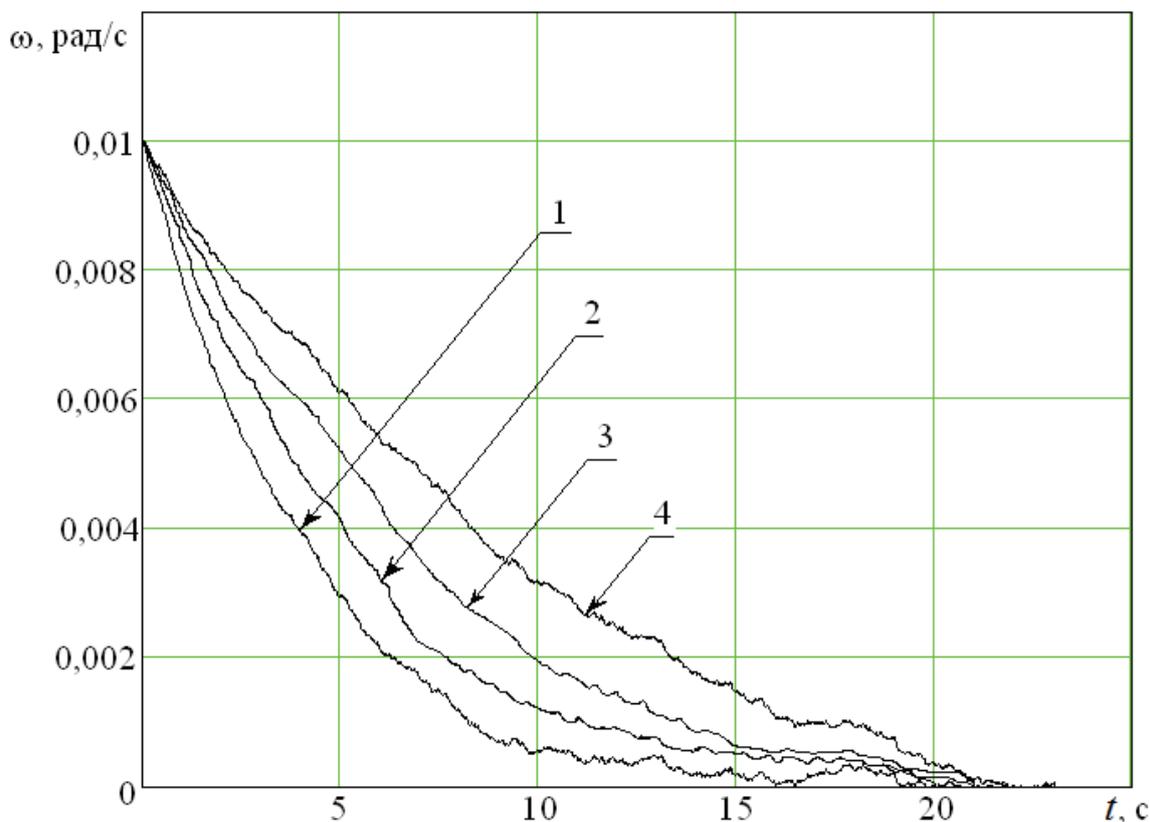


Рис. 4.4. Временные зависимости угловой скорости вращения  
линии визирования «УР–ВЦ»

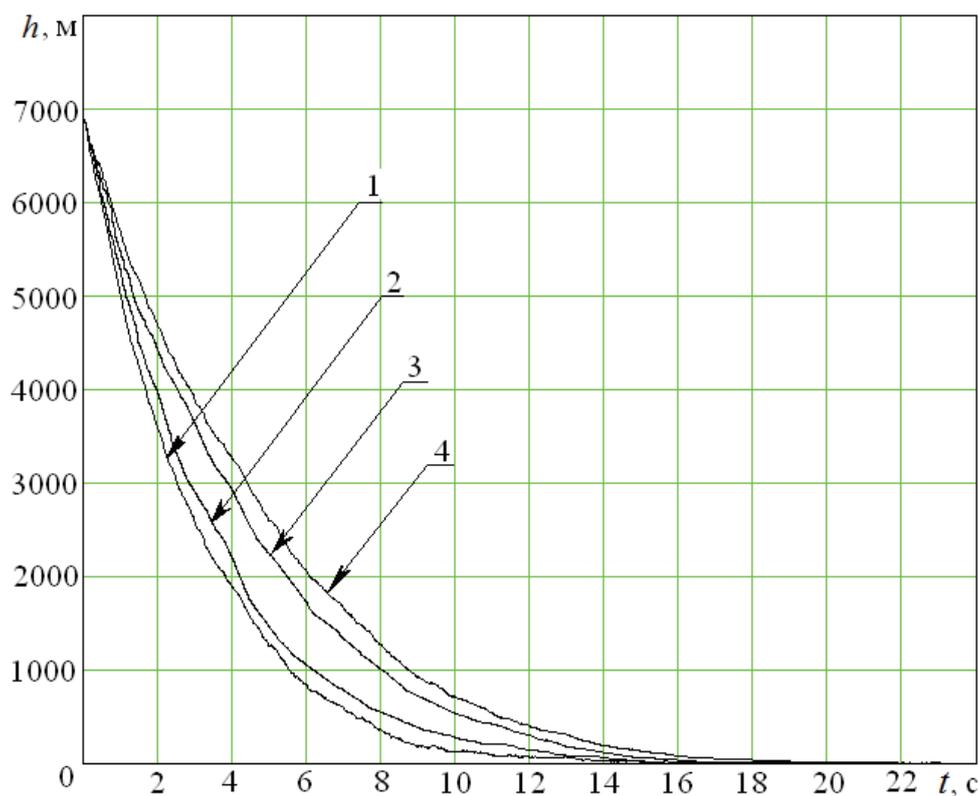


Рис. 4.5. Временные зависимости текущего промаха ракеты

На рис. 4.5 для сравнения приведены графики изменения во времени текущего промаха ракеты при её наведении соответственно по методу пропорционального наведения (график 1), по методу самонаведения в соответствии с законом управления (3.32) (график 2), по методу самонаведения, определяемому выражением (3.41) (график 3), по методу самонаведения, определяемому выражением (3.23) (график 4). Моделирование всех четырёх методов самонаведения ракеты осуществлялось при одинаковых исходных данных.

В соответствии с выражением (3.12) текущее значение промаха ракеты при её наведении в соответствии с МПН, а также методами, определяемыми выражениями (3.23), (3.32) и (3.41), при прочих равных условиях зависит от величины угловой скорости вращения линии визирования «УР–ВЦ». Поэтому выводы, соответствующие при исследовании характера изменения текущего значения угловой скорости вращения линии визирования «УР–ВЦ» (графики 1–4 рис. 4.4), можно распространить и для описания полученных в процессе моделирования временных зависимостей текущего промаха ракеты, приведенных на рис. 4.5 (графики 1–4).

На рис. 4.6 и 4.7 приведены графики изменения во времени ракурса РЛ наблюдения отражённых от ВЦ сигналов в АРГС ракеты в процессе её наведения в соответствии с методом (3.23) (рис. 4.6) и методом самонаведения (3.32) (рис. 4.7) при различных начальных значениях ракурса.

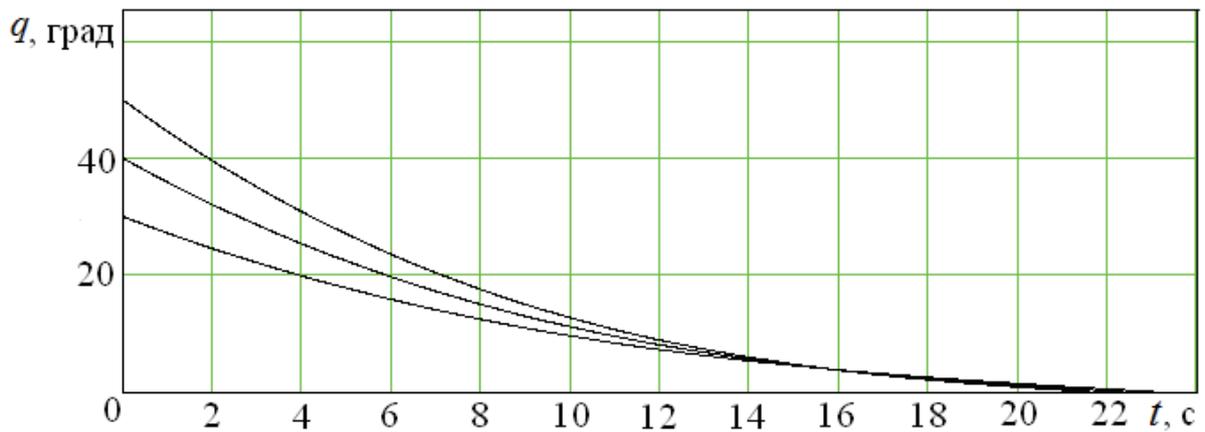


Рис. 4.6. Временные зависимости ракурса РЛ наблюдения отраженных от ВЦ сигналов при реализации метода (3.23)

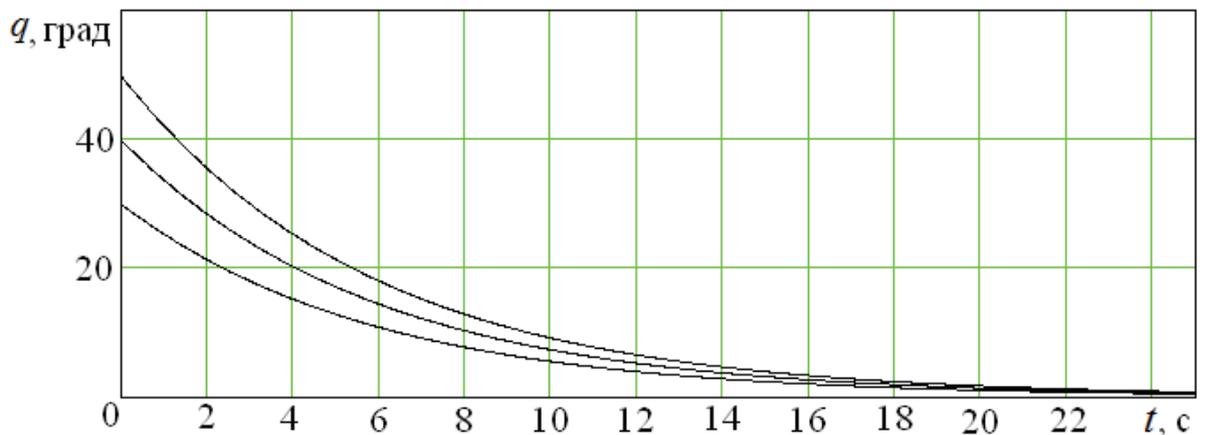


Рис. 4.7. Временные зависимости ракурса РЛ наблюдения отраженных от ВЦ сигналов при реализации метода (3.32)

На рис. 4.8 для сравнения представлены графики изменения ракурса РЛ наблюдения отражённых от ВЦ сигналов в АРГС ракеты при её наведении в соответствии с законами управления (3.23) и (3.32).

Анализ графиков показывает, что при реализации оптимальных законов управления (3.23) и (3.32) текущее значение ракурса РЛ наблюдения отражённых от ВЦ сигналов в АРГС ракеты асимптотически стремится к нулю. Данное обстоятельство свидетельствует о том, что ракета в процессе самонаведения по кратчайшей траектории стремится «попасть» в конус распознавания ВЦ и продолжить своё наведение в нем (рис. 3.2).

Сравнительный анализ данных графиков свидетельствует, что при наведении ракеты по методу (3.23) изменение текущего значения ракурса РЛ наблюдения отражённых от ВЦ сигналов в АРГС ракеты происходит несколько медленнее, чем при наведении УР в соответствии с методом (3.32).

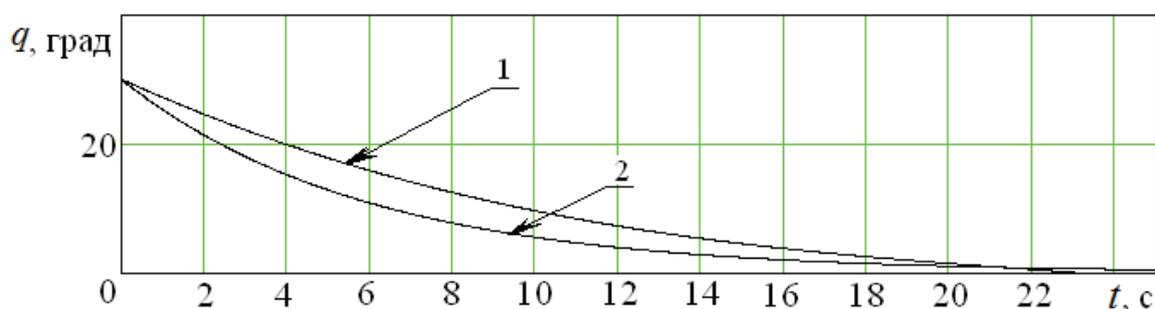


Рис. 4.8. Временные зависимости ракурса РЛ наблюдения отраженных от ВЦ сигналов: 1 – при реализации метода (3.23); 2 – метода (3.32)

Это обусловлено тем, что в законе управления (3.23) требуемая величина угловой скорости вращения линии визирования «УР–ВЦ» имеет постоянное и не равное нулю значение, тогда как в законе управления (3.32) требуемое значение угловой скорости вращения линии визирования «УР–ВЦ» равно нулю.

Основной характеристикой ССН является промах. В табл. 4.1 представлены результаты статистической обработки промахов ракеты, полученные при моделировании процесса наведения её по синтезированным в работе методам самонаведения (выражения (3.23), (3.32) и (3.41) и базовому методу пропорционального наведения.

Из анализа табл. 4.1 видно, что математические ожидания промахов  $M[\hat{h}]$  и их доверительные интервалы  $I_{0,95}$ , которые с доверительной вероятностью 0,95 накрывают истинные значения соответствующих математических ожиданий при наведении ракеты по методам самонаведения, определяемым выражениями (3.23), (3.32) и (3.41), в несколько раз превышают математическое ожидание промаха при методе пропорционального наведения. Однако, несмотря на это, данные промахи приемлемы на практике, поскольку они меньше эффективного радиуса поражения ракеты, составляющего 15–20 м.

Таким образом, наряду с методом пропорционального наведения синтезированные в работе методы самонаведения ракеты обеспечивают требуемые условия РЛ наблюдения сигналов в АРГС ракеты при минимальном её промахе, не превышающем эффективный радиус поражения.

Моделирование синтезированных методов самонаведения ракеты показало, что траектории их полёта имеют переменную кривизну. При этом максимальное значение радиуса кривизны наблюдается на начальном этапе самонаведения ракеты. На рис. 4.9 схематично представлено различие траекторий наведения ракет по МПН и по одному из синтезированных методов самонаведения. На приведенной схеме величина  $r$  – максимальный радиус кривизны траектории полёта ракеты.

Таблица 4.1

Результаты статистической обработки промахов ракеты

Метод наведения	Промах ракеты, м	
	$M[\hat{h}]$ , м	$I_{0,95}$ , м
Метод пропорционального наведения	2	1,5; 2,5
$j_{г.опт.2} = \frac{Cq_{22}}{k}(q_{т.г} - q_{г}) + \frac{q_{11}}{Dk}\omega_{г}$	4	3,2; 4,8
$j_{г.опт.3} = -\frac{q_{11}}{Dk}(\omega_{т.г} - \omega_{г})$	5	3,9; 6,1
$j_{г.опт.1} = \frac{Cq_{22}}{k}(q_{т.г} - q_{г}) - \frac{q_{11}}{Dk}(\omega_{т.г} - \omega_{г})$	7	5,6; 8,4

Оценка кривизны траектории полёта ракеты при её самонаведении в соответствии с синтезированными методами самонаведения заключалась в определении отношения максимального радиуса кривизны траектории полёта ракеты и начальной дальности до цели, т. е.  $r/D$  (рис. 4.9) [27].

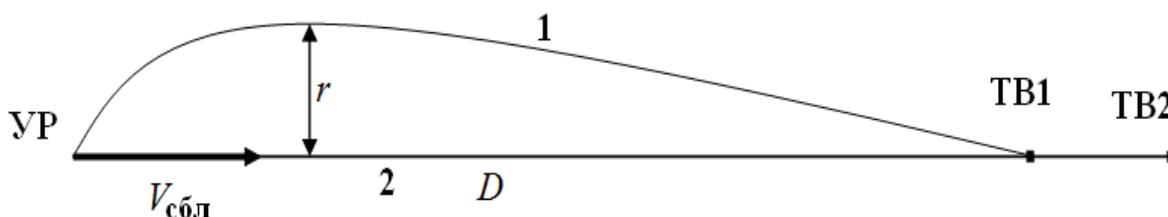


Рис. 4.9. Траектории полёта ракеты по МПН и одному из синтезированных методов самонаведения: 1 – траектория полета УР в соответствии с одним из синтезированных методов самонаведения; 2 – траектория полета УР в соответствии с МПН; ТВ1 – точка встречи ракеты с целью при наведении в соответствии с одним из синтезированных методов самонаведения; ТВ2 – точка встречи ракеты с целью при наведении по МПН

Результаты моделирования свидетельствуют о том, что для синтезированных методов самонаведения, определяемых выражениями (3.23), (3.32) и (3.41), отношение максимального радиуса кривизны траектории полёта ракеты и начальной дальности до цели при различных условиях самонаведения можно представить в виде неравенства

$$r/D \leq 0,04 \dots 0,1, \quad (4.3)$$

что удовлетворяет известным [27] требованиям.

Оценка требуемых вычислительных затрат, необходимых для реализации синтезированных методов самонаведения, осуществлялась по известной [там же] методике, согласно которой для модели с  $N$  функционально

связанными фазовыми координатами необходимо решать  $N_{ДУ}$  дифференциальных уравнений, определяемых как

$$N_{ДУ} = N + n + 0,5 [N(N + 1) + n(n + 1)], \quad (4.4)$$

где  $N$  – размерность вектора состояния  $X$  (3.16);

$n$  – размерность вектора  $X_y$ .

На основе анализа выражений (3.18), (3.27) и (3.36) и последующих вычислений определено, что для реализации законов управления (3.23) и (3.32) необходимо решить 95 уравнений, а для реализации метода самонаведения, определяемого выражением (3.41), – 92 уравнения. Данные вычисления в реальном масштабе времени могут быть выполнены вычислителем с быстродействием не менее чем за  $30 \cdot 10^6$  опер./с [27]. Современный уровень развития вычислительной техники позволяет обеспечить требуемую производительность вычислителя, что и предопределяет возможность реализации синтезированных методов самонаведения ракеты.

Таким образом, полученные результаты моделирования, их анализ, а также произведённые расчёты позволяют в целом сделать вывод о работоспособности и реализуемости синтезированных методов самонаведения ракеты.

#### 4.2.2. Алгоритм выбора метода самонаведения ракеты

Критерий оптимизации синтезированных методов самонаведения ракеты обуславливает необходимость разработки алгоритма выбора наилучшего из заданного множества метода, позволяющего в зависимости от текущих условий самонаведения обеспечить дополнительно требуемые условия радиолокационного наблюдения сигналов в АРГС ракеты. Размерность множества методов самонаведения – четыре:

- 1) базовый пропорционального наведения;
- 2–4) синтезированные в данной работе.

Обобщенная структурно-логическая схема функционирования такого алгоритма представлена на рис. 4.10.

Для работы алгоритма необходимы штатные измерители:

- 1 – акселерометр;
- 2 – угломер (измеряет величину угловой скорости вращения  $\omega$  линии визирования «УР–ВЦ» и угла пеленга  $\varphi$  ВЦ);
- 3 – дальномер (измеряет дальность  $D$  между УР и ВЦ);
- 4 – автоселектор скорости (измеряет скорости (доплеровские частоты) сближения ракеты  $V_{сбл}$  с каждой ВЦ из состава группы), так и дополнительные блоки;
- 5 – блок определения в составе группы:

- ❖ количества  $\hat{m}$  разрешаемых по доплеровской частоте ВЦ;
- ❖  $\hat{m}_{зт}$  целей заданного для атаки типа;

6 – блок вычисления дальности  $D_{АРГС}$ ;

7 – вычислитель требуемой угловой скорости вращения линии визирования  $\omega_T$  (по формуле (1.5));

8 – вычислитель текущего значения ракурса  $q$  РЛ наблюдения отражённых от ГВЦ сигналов в АРГС ракеты (по формуле (3.4));

9 – БЦВМ носителя ракет;

10 – вычислитель параметров рассогласования (по формулам (1.2), (3.23), (3.32) и (3.41));

11 – блок целераспределения;

12 – вычислитель АРГС,

13–24 – логические блоки.

Работа алгоритма будет осуществляться при следующих целераспределениях:

- наведение ракет на разрешаемые по доплеровской частоте элементы ГВЦ с распознаванием их типов на основе эффекта вторичной модуляции сигнала;

- наведение ракет на разрешаемые по доплеровской частоте элементы ГВЦ без их распознавания или с распознаванием их функционального назначения по принципу «ведущий–ведомый».

При этом выбор метода самонаведения в общем случае будет осуществляться по трём ветвям алгоритма.

**Ветвь 1.** Наряду с базовым методом самонаведения рассматривается метод, позволяющий обеспечить в АРГС ракеты условия для разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ и обеспечить наведение ракеты под требуемым ракурсом.

В этом случае предполагается ситуация, когда цели могут или не могут быть разрешены по доплеровской частоте, а ракурс наведения ракеты соответствует или не соответствует требуемому. Данная ветвь алгоритма позволит выбрать соответствующий метод самонаведения в интересах целераспределения элементов ГВЦ на основе распознавания их типа.

**Ветвь 2.** Наряду с базовым методом самонаведения рассматривается метод, позволяющий обеспечить наведение ракеты под требуемым ракурсом. В этом случае предполагается ситуация, когда все элементы ГВЦ разрешены по доплеровской частоте, а ракурс наведения соответствует требуемому или нет. Данная ветвь алгоритма также позволит выбрать нужный метод самонаведения в интересах целераспределения на основе распознавания их типа, но уже при гарантированном разрешении по доплеровской частоте целей в группе.

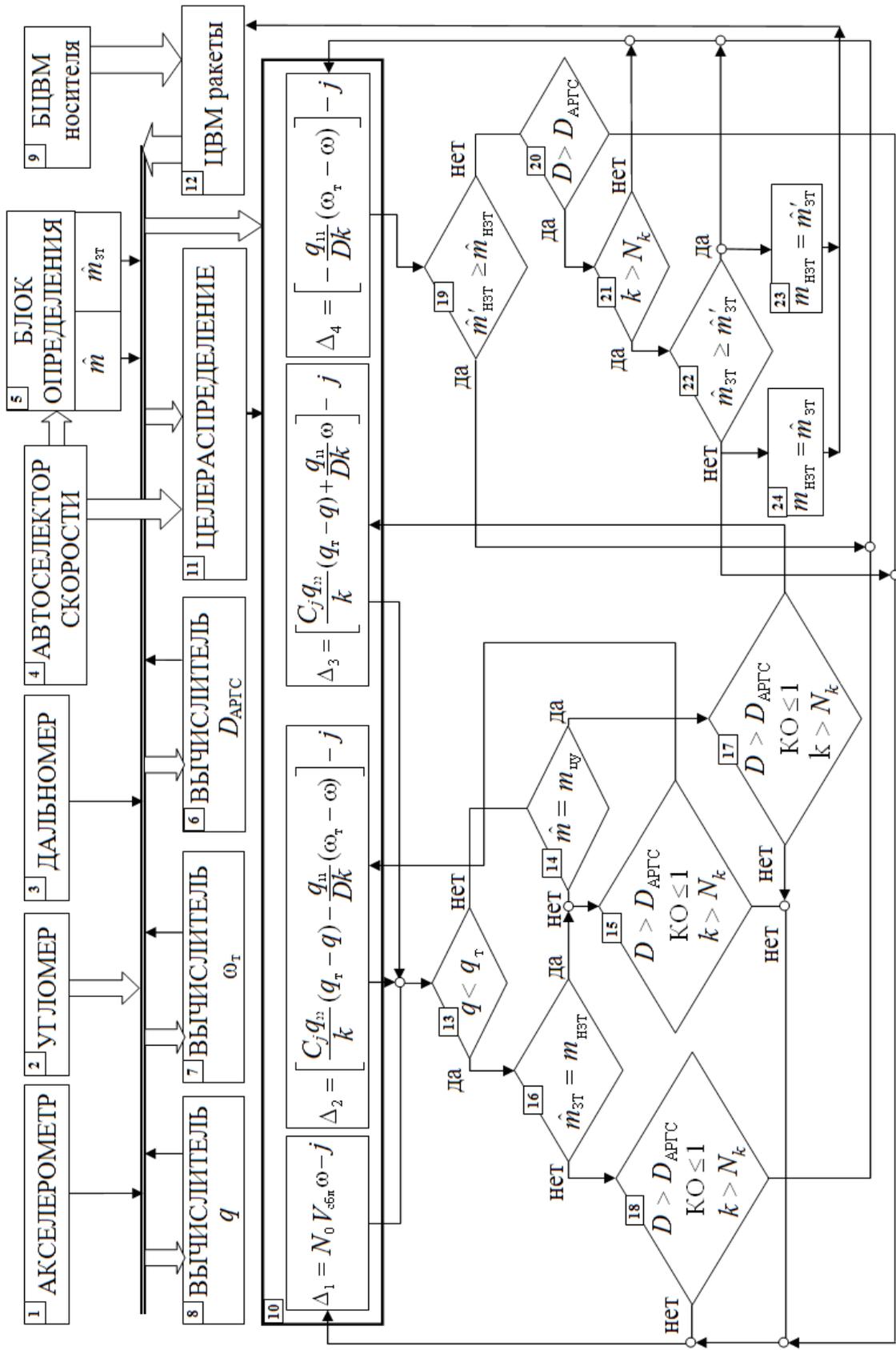


Рис. 4.10. Алгоритм выбора метода самонаведения ракеты на ГВЦ

**Ветвь 3.** Наряду с базовым методом пропорционального наведения рассматривается метод, позволяющий обеспечить в АРГС ракеты разрешение элементов ГВЦ по доплеровской частоте. В этом случае предполагается ситуация, когда цели в группе могут или не могут быть разрешены, а требуемый ракурс наведения не играет существенной роли, поскольку данная ветвь алгоритма предназначена для выбора соответствующего метода самонаведения в интересах целераспределения на основе разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ и распознавания их функционального назначения по принципу «ведущий–ведомый».

**Работа алгоритма по ветви 1**

Перед пуском ракеты на борту истребителя должны быть определены:

- количество разрешаемых по доплеровской частоте целей в группе  $m_{цy}$ ;
- интервал между самолетами, соответствующий линейному разрешению целей в группе  $\Delta L_{min}$ , для определения требуемой величины угловой скорости вращения  $\omega_T$  линии визирования, необходимой для реализации на борту ракеты РСА антенны в соответствии с выражением (1.5);
- на основе анализа взаимного частотного расположения спектральных составляющих сигналов первичной и вторичной модуляций осуществляется распознавание типового состава ГВЦ по принципу «имеется или нет данный тип самолета в составе группы».

В вычислитель АРГС ракеты в качестве предстартового ЦУ вводится следующая информация:

- $m_{цy}$  – количество ВЦ в группе;
- $m_{нзт}$  – количество ВЦ заданного типа в группе;
- $\Delta L_{min}$  – линейное разрешение целей в группе (в соответствующих плоскостях);
- $n_{ц.зт}$  – номер траектории доплеровской частоты, соответствующий цели заданного типа в случае, если их несколько в группе;
- $n_{yp}$  – номер атакующей ракеты;
- $q_T$  – требуемое значение ракурса РЛ наблюдения в АРГС ракеты отражённых от ГВЦ сигналов.

В логическом блоке 13 осуществляется сравнение текущего значения ракурса РЛ наблюдения отражённых от ГВЦ сигналов  $q$  с его требуемым значением  $q_T$ :

$$q < q_T. \quad (4.5)$$

Оценка текущей ситуации с точки зрения разрешения элементов ГВЦ по доплеровской частоте может быть проведена на основе соответствия оцененного количества разрешаемых элементов ГВЦ их истинному количеству. В этой связи в логическом блоке 14 осуществляется сравнение

количества  $\hat{m}$  разрешаемых по доплеровской частоте целей в АРГС ракеты, определенного в блоке 12, с введённым в вычислитель АРГС в качестве предстартового ЦУ  $m_{\text{цУ}}$  на борту истребителя:

$$\hat{m} = m_{\text{цУ}}. \quad (4.6)$$

При невыполнении условий (4.5) и (4.6) на борту ракеты происходит анализ возможности переключения с метода самонаведения  $M^{(\text{МПН})}$  на метод самонаведения  $M^{(1)}$ , позволяющий обеспечить в её АРГС разрешение элементов ГВЦ по доплеровской частоте и наведение ракеты на ГВЦ под требуемым ракурсом.

Для этого, во-первых, в вычислителе 6 определяется величина дальности  $D_{\text{АРГС}}$ , при достижении которой ракетой в её АРГС появляется возможность разрешения целей в группе по доплеровской частоте за счёт влияния углового размера ГВЦ по формуле [60]:

$$D_{\text{АРГС}} \leq \frac{\Delta L_{\min}}{2 \sqrt{\frac{V_{\text{сбл}}}{\lambda F_{\Phi}}}}, \quad (4.7)$$

и сравнивается с текущим значением дальности  $D$  между ракетой и целью в логическом блоке 15:

$$D > D_{\text{АРГС}}. \quad (4.8)$$

Во-вторых, каждая смена метода самонаведения сопровождается дополнительным расходом энергии на управление ракетой и, следовательно, снижением баллистической дальности её полёта. В интересах рационального использования энергии на управление ракетой необходимо ограничить количество отворотов (КО) траектории её полёта. Примем, что в течение процесса наведения ракеты на ГВЦ можно осуществить смену метода самонаведения 2 раза. Поэтому для принятия решения о смене метода самонаведения  $M^{(\text{МПН})}$  на метод самонаведения ракеты  $M^{(1)}$  необходимо в логическом блоке 15 осуществить проверку условия

$$\text{КО} \leq 1. \quad (4.9)$$

В-третьих, из п.п. 1.3.3 следует, что на практике существуют интервалы времени длительностью до 2,3 с, в течение которых цели в группе могут не разрешаться по доплеровской частоте за счёт использования узкополосной доплеровской фильтрации сигналов. Поэтому смена метода самонаведения должна осуществляться только после того, как условие (4.7) не будет выполняться в течение промежутка времени, длительностью не менее 2,3 с. Для этого в логическом блоке 15 осуществляется оценка

интервала времени неразрешения элементов ГВЦ по доплеровской частоте в виде проверки условия

$$k > N_k, \quad (4.10)$$

где  $k$  – количество рабочих тактов вычислителя АРГС;

$N_k$  – заданное количество рабочих тактов вычислителя АРГС, в течение которых цели полностью не разрешаются.

С учётом того, что длительность рабочего такта вычислителя АРГС равна 0,1 с (при условии, что при ширине полосы пропускания узкополосного доплеровского фильтра в автоселекторе скорости (п.п. 1.3.2), равной 10 Гц, время когерентного накопления, равное 0,1 с, и будет определять длительность рабочего такта вычислителя АРГС ракеты), количество рабочих тактов  $N_k$  вычислителя АРГС, в течение которых воздушные цели могут не разрешаться по доплеровской частоте, должно быть не более 23.

При одновременном выполнении условий (4.8)–(4.10) на борту ракеты происходит смена метода самонаведения, т. е. в вычислителе 10 формирование параметра рассогласования будет осуществляться в соответствии с методом  $M^{(1)}$ . После этого производится следующая проверка условия (4.5).

Если хотя бы одно из условий (4.8)–(4.10) не выполняется, то наведение ракеты продолжается по базовому методу  $M^{(МПН)}$ .

#### **Работа алгоритма по ветви 2**

Работа алгоритма выбора метода самонаведения ракеты на ГВЦ по ветви 2 отличается от работы по ветви 1 результатом проверки условий (4.5) и (4.6) в логических блоках 13 и 14 соответственно. В данном случае на борту ракеты все элементы ГВЦ разрешены по доплеровской частоте, а ракурс наведения может соответствовать или не соответствовать требуемому значению. Поэтому условие (4.5) может выполняться или не выполняться, а условие (4.6) считается заведомо выполненным.

Если условие (4.5) не выполняется, то по аналогии с работой алгоритма по ветви 1 в логическом блоке 17 осуществляется анализ возможности смены метода самонаведения  $M^{(МПН)}$  на  $M^{(2)}$ , который позволяет обеспечить наведение ракеты под требуемым ракурсом. Данный анализ заключается в проверке условий (4.8), (4.9) и (4.10).

Если указанные условия одновременно выполняются, то на борту ракеты осуществляется смена метода самонаведения, в вычислителе 10 формирование параметра рассогласования будет происходить в соответствии с методом  $M^{(2)}$ . В противном случае, если хотя бы одно из условий (4.8), (4.9) и (4.10) несправедливо, то наведение ракеты продолжается в соответствии с базовым методом  $M^{(МПН)}$ .

### Работа алгоритма по ветви 3

При работе алгоритма по ветви 3 предполагается ситуация, когда ракета уже находится в зоне распознавания и применение алгоритмов распознавания типа ВЦ, основанных на обработке сигналов вторичной модуляции возможно, но элементы ГВЦ в АРГС ракеты по доплеровской частоте не разрешаются.

В данном случае необходимо оценить текущую ситуацию самонаведения с точки зрения разрешения элементов ГВЦ по доплеровской частоте заданного типа, для чего нужно сравнить оцененное значение разрешаемых элементов ГВЦ заданного типа с их истинным количеством. В этой связи в логическом блоке 16 осуществляется сравнение количества  $\hat{m}_{зт}$  разрешаемых по доплеровской частоте элементов ГВЦ заданного типа, определенного в блоке 5, с введенным в вычислитель АРГС в качестве предстартового ЦУ  $m_{нзт}$  на борту истребителя:

$$\hat{m}_{зт} = m_{нзт}. \quad (4.11)$$

Если условие (4.11) не выполняется, то в логическом блоке 18 происходит анализ возможности смены метода самонаведения  $M^{(МПН)}$  на метод самонаведения  $M^{(3)}$ , который позволяет обеспечить в АРГС ракеты разрешение элементов ГВЦ по доплеровской частоте на основе эффекта синтеза апертуры антенны. Данный анализ по аналогии с работой ветвей 1 и 2 заключается в проверке условий (4.8), (4.9) и (4.10).

Если указанные условия одновременно справедливы, то в вычислителе 10 параметр рассогласования формируется в соответствии с методом  $M^{(3)}$ . В случае невыполнения хотя бы одного из условий (4.8), (4.9) и (4.10) наведение ракеты продолжается в соответствии с методом  $M^{(МПН)}$ .

Особенностью работы алгоритма по ветви 3 является то, что после смены метода самонаведения  $M^{(МПН)}$  на  $M^{(3)}$  на борту ракеты продолжается оценка обстановки с точки зрения разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ заданного типа, для чего сравнивается оцененное количество разрешаемых целей в группе заданного типа с их истинным количеством. С этой целью в логическом блоке 19 осуществляется сравнение оцененного в блоке 5 количества  $\hat{m}'_{зт}$  элементов ГВЦ заданного типа с введенным в вычислитель АРГС на борту истребителя в качестве предстартового ЦУ значениям  $m_{нзт}$ :

$$\hat{m}'_{зт} \geq m_{зт}. \quad (4.12)$$

Если условие (4.12) выполняется, то наведение ракеты продолжается в соответствии с методом  $M^{(3)}$ . В противном случае в логическом блоке 20 будет производиться оценка текущего значения дальности  $D$  между раке-

той и целью. Если условие (4.9) не выполняется, то осуществляется возврат ракеты на базовую траекторию полёта в соответствии с методом  $M^{(МПН)}$ .

В случае соблюдения условия (4.9) в логическом блоке 21 производится анализ количества тактов, в течение которых условие (4.12) не выполняется. Если условие

$$k > N_k \quad (4.13)$$

не выполняется, то полёт ракеты будет продолжаться по траектории в соответствии с методом  $M^{(3)}$ . При выполнении условия (4.13) в логическом блоке 22 осуществляется сравнение величин  $\hat{m}_{зт}$  и  $\hat{m}'_{зт}$ , т. е.

$$\hat{m}_{зт} \geq m'_{зт}. \quad (4.14)$$

В случае справедливости (4.14) величине  $m_{нзт}$  присваивается значение величины  $\hat{m}'_{зт}$ , а ракета, в свою очередь, продолжает наведение в соответствии с методом  $M^{(3)}$ . В противном случае, при невыполнении условия (4.14), величине  $m_{нзт}$  присваивается значение величины  $\hat{m}_{зт}$  и осуществляется возврат ракеты на базовую траекторию полёта по методу  $M^{(МПН)}$ .

Взаимосвязь трёх ветвей алгоритма характеризуется следующим.

1. Для работы каждой ветви алгоритма необходимо ввести в вычислитель АРГС ракеты предстартовое ЦУ.

2. Для реализации на борту ракеты каждой ветви алгоритма необходимы штатные измерители, установленные на ракете (акселерометр, угломер, дальномер, автоселектор скорости).

3. Связующим фактором между  $M^{(МПН)}$ ,  $M^{(1)}$  и  $M^{(2)}$  (ветви 1 и 2) является контроль ракурса радиолокационного наблюдения отражённых от элементов ГВЦ сигналов в АРГС ракеты.

4. Связующим фактором между методами самонаведения  $M^{(МПН)}$ ,  $M^{(1)}$ ,  $M^{(2)}$  и  $M^{(3)}$  (соответственно все 3 ветви) является сравнение оценённого количества разрешаемых по доплеровской частоте элементов ГВЦ в АРГС ракеты с их истинным количеством, введённым в вычислитель АРГС в качестве предстартового ЦУ.

Для реализации алгоритма выбора метода самонаведения ракеты на её борту необходимо иметь информацию с выходов акселерометра, угломера, дальномера, автоселектора скорости, блока оценки количества разрешаемых по доплеровской частоте целей в АРГС ракеты, вычислителя текущего значения ракурса РЛ наблюдения отражённых от ГВЦ сигналов в АРГС ракеты, блока определения количества целей в группе заданного типа, вычислителя требуемой угловой скорости вращения линии визирования, а также о времени неразрешения элементов ГВЦ по доплеровской

частоте (априорно заданное количество рабочих тактов вычислителя АРГС –  $N_k$ ), по достижении которого будет изменяться траектория (метод) полёта ракеты. Такое время было определено в п.п. 1.3.3. Оно с доверительной вероятностью 0,95 может находиться в пределах 1,8–2,3 с. Требуемое значение  $q_T$  ракурса РЛ наблюдения отражённых от элементов ГВЦ сигналов в интересах распознавания типа цели на основе вторичной модуляции может составлять 30–45°.

## Выводы

Путём моделирования произведена оценка эффективности управления текущим значением угла пеленга цели при наведении истребителя на ГВЦ в интересах создания требуемых условий для разрешения ее элементов за счет применения синтезированных законов управления истребителем. Итоги моделирования и произведенные расчеты свидетельствуют о работоспособности синтезированного метода самонаведения истребителя на ГВЦ и позволяют сформулировать следующие рекомендации к техническим характеристикам РЭСУ истребителем, реализующим синтезированный метод самонаведения истребителя:

- численное значение отношения коэффициентов штрафов на точность слежения и величину сигналов управления в законе управления должно удовлетворять неравенству  $0 < w/k \leq 5 \cdot 10^4 \text{ м}^2/\text{с}^3 \cdot \text{рад}$ ;
- дополнительное время самонаведения истребителя для создания условия обеспечения требуемого линейного разрешения целей в группе на основе эффекта радиолокационного синтезирования апертуры антенны определяется неравенством  $9,1 \leq t_B^{(2)} \leq 11,2 \text{ с}$ .

Предложены рекомендации по тактическому применению РЭСУ истребителем на основе синтезированного метода самонаведения истребителя на элементы ГВЦ.

Результаты моделирования синтезированных методов самонаведения ракеты с АРГС на ГВЦ, а также известного базового метода пропорционального наведения, их сравнительный анализ, произведённые расчёты свидетельствуют о работоспособности и реализуемости (требуемое быстродействие вычислителя АРГС ракеты должно быть не менее, чем  $30 \cdot 10^6 \text{ опер./с}$ ) синтезированных методов самонаведения ракеты.

Математическое ожидание промаха ракеты при наведении:

- по базовому методу пропорционального наведения – 2 м;
- синтезированному методу, позволяющему обеспечить в её АРГС условия для разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ и наведение под требуемым ракурсом – 7 м;

- синтезированному методу, который позволяет обеспечить наведение ракеты под требуемым ракурсом, – 4 м;
- по синтезированному методу самонаведения, позволяющему обеспечить в её АРГС разрешение по доплеровской частоте элементов ГВЦ, – 5 м. Таким образом, наряду с методом пропорционального наведения, синтезированные в работе методы самонаведения ракеты обеспечивают требуемые условия радиолокационного наблюдения сигналов в АРГС ракеты при минимальном её промахе, не превышающем эффективный радиус поражения 15–20 м.

Разработан алгоритм выбора из заданного множества наилучшего метода, позволяющего в зависимости от текущих условий самонаведения обеспечить дополнительно требуемые условия радиолокационного наблюдения сигналов в АРГС ракеты. Размерность множества методов самонаведения – четыре: 1) базовый пропорционального наведения; 2–4) синтезированные в данной работе.

## 5. СТОХАСТИЧЕСКОЕ ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ

Метод динамического программирования для стохастического оптимального управления доведен до конечных соотношений линейно-квадратичной задачи [92]. Между тем представляет интерес любое обобщение.

Основная сложность заключается в том, что в темпе обработки при получении дополнительной информации о наблюдаемом и управляемом процессе каждый раз формируется новое уравнение Беллмана, которое приходится по-новому решать. Иными словами, для получения управления на одну временную дискрету необходимо иметь полное решение дифференциального уравнения в частных производных.

Следовательно, необходимо получить дифференциальное уравнение Беллмана, которое учитывало бы динамику поступления информации.

В обозначениях [92] задача стохастического оптимального управления и её решение методом Беллмана формулируются следующим образом.

Динамика системы автоматического управления описывается стохастическим дифференциальным уравнением вида

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \vec{Y}(t) &= \vec{f}(\vec{Y}, \vec{u}, \vec{\xi}, t), \\ \vec{Y}(t_0) &= \vec{Y}_0, \end{aligned} \quad (5.1)$$

где  $\vec{Y}(t)$  – вектор состояния;

$\vec{u}(t)$  – вектор управления;

$\vec{\xi}(t)$  – вектор случайного «манёвра» САУ.

Вектор наблюдения  $\vec{Z}(t)$  связан с вектором состояния уравнением

$$\vec{Z}(t_0) = h(\vec{Y}, t) + \vec{\xi}(t),$$

где  $\vec{\xi}(t)$  – вектор шумов наблюдения.

Минимизации подлежит функционал вида

$$F(\vec{u}) = M \left[ \left( \int_{t_0}^{t_k} dt \cdot q(\vec{Y}(t), \vec{u}(t), t) + \sigma(\vec{Y}_{t_k}) \right) Z(\tau), t_0 \leq \tau \leq t_n \leq t_k \right], \quad (5.2)$$

где  $t_n$  – время окончания наблюдений, меньшее или равное времени окончания управления.

При управлении с обратной связью  $t_h$  оказывается меньше или равно текущему времени  $t$  ( $t_h \leq t$ ), за которое и необходимо принимать решение об управлении  $\vec{u}(t)$ . Уравнение Беллмана в этом случае имеет вид

$$-\frac{\partial S(\vec{Y}(\tau), \tau)}{\partial \tau} = \min_{\vec{u} \in U} \left\{ M \left[ q(\vec{Y}(t), \vec{u}(t), t) \middle| Z(\tau), t_0 \leq \tau \leq t \right] + \right. \\ \left. + \text{grad}^T (S(\vec{Y}(\tau), \tau)) M \left[ \vec{f}(\vec{Y}(t), \vec{u}(t), \vec{\xi}(t), t) \middle| Z(\tau), t_0 \leq \tau \leq t \right] \right\}$$

или

$$-\frac{\partial S(\vec{Y}(\tau), \tau)}{\partial \tau} = \min_{\vec{u} \in U} \left\{ M \left[ q(\vec{Y}(\tau), \vec{u}(\tau), \tau) \middle| Z(\tau_h), t_0 \leq \tau_h \leq t_h \right] + \right. \\ \left. + \text{grad}^T (S(\vec{Y}(\tau), \tau)) \cdot M \left[ \vec{f}(\vec{Y}(\tau), \vec{u}(\tau), \vec{\xi}(\tau), \tau) \middle| Z(\tau_h), t_0 \leq \tau_h \leq t_h \right] \right\}. \quad (5.3)$$

Будем полагать, что  $t = t_h$  – текущее время, за которое принимается решение на управление. Введём ещё один параметр:  $t = t_h$ . Тогда

$$-\frac{\partial S(\vec{Y}(\tau, t), \tau, t)}{\partial \tau} = \min_{\vec{u} \in U} \left\{ M \left[ q(\vec{Y}(\tau, t), \vec{u}(\tau, t), \tau) \middle| Z(\tau_h), t_0 \leq \tau_h \leq t_h \right] + \right. \\ \left. + \text{grad}^T (S(\vec{Y}(\tau, t), \tau, t)) M \left[ \vec{f}(\vec{Y}(\tau, t), \vec{u}(\tau, t), \vec{\xi}(\tau, \tau) \middle| Z(\tau_h), t_0 \leq \tau_h \leq t \right] \right\}, \quad (5.4)$$

где  $\vec{Y}(\tau, t)$  – оценка вектора состояния на момент времени  $\tau$ , выполненная на интервале времени  $t_0 \leq \tau_h \leq t$ . При этом время  $\tau$  меняется от момента времени начала управления  $t_0$  до момента времени окончания управления  $t_k$ .

Пусть текущее время  $t$  увеличилось на малую величину  $\Delta t$ . Тогда трёхпараметрическое уравнение Беллмана примет вид

$$-\frac{\partial S(\vec{Y}(\tau, t + \Delta t), \tau, t + \Delta t)}{\partial \tau} = \\ \min_{\vec{u} \in U} \left\{ M \left[ q(\vec{Y}(\tau, t + \Delta t), \vec{u}(\tau, t + \Delta t), \tau) \middle| Z(\tau_h), t_0 \leq \tau_h \leq t + \Delta t \right] + \right. \\ \left. + \text{grad}^T (S(\vec{Y}(\tau, t + \Delta t), \tau, t + \Delta t)) \times \right. \\ \left. \times M \left[ \vec{f}(\vec{Y}(\tau, t + \Delta t), \vec{u}(\tau + \Delta t), \vec{\xi}(\tau), \tau) \middle| Z(\tau_h), t_0 \leq \tau_h \leq t + \Delta t \right] \right\}. \quad (5.5)$$

Разложим уравнение в ряд по малому параметру  $\Delta t$  и ограничимся линейными членами разложения.

Для упрощения записи введём следующие обозначения:  $\alpha = \vec{Y}(\tau, t)$ ,  $\beta = \vec{u}(\tau)$ ,  $\rho = \vec{\xi}(\tau)$ .

Получим следующее:

$$\begin{aligned}
 & - \frac{\partial S(\vec{Y}(\tau, t + \Delta t), \tau, t + \Delta t)}{\partial \tau} = \\
 & = - \frac{\partial}{\partial \tau} \left[ S(\alpha, \tau, t) + \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial t} \Delta t \right] = \\
 \min_{\vec{u} \in U} & \left\{ M \left[ q(\alpha, \beta, \tau) + \frac{\partial q(\alpha, \beta, \tau)}{\partial \alpha} \Delta \vec{Y} + \frac{\partial q(\alpha, \beta, \tau)}{\partial \beta} \Delta \vec{u} \middle| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t \right] + \right. \\
 & + \text{grad}^T (S(\alpha, \tau, t) + \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial t} \Delta t) \times \\
 & \left. \times M \left[ \vec{f}(\alpha, \beta, \rho, \tau) + \frac{\partial \vec{f}(\alpha, \beta, \rho, \tau)}{\partial \alpha} \Delta \vec{Y}(\tau, t) + \frac{\partial \vec{f}(\alpha, \beta, \rho, \tau)}{\partial \beta} \Delta \beta \middle| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t \right] \right\}.
 \end{aligned}$$

Выполним умножения, но опустим при этом составляющие второго и выше порядка малости, получим

$$\begin{aligned}
 & - \frac{\partial}{\partial \tau} S(\alpha, \tau, t) - \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \Delta \vec{Y}(\tau, t) - \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial t} \cdot \Delta t = \\
 & = \min_{\vec{u} \in U} \left\{ M [q(\alpha, \beta, \tau) | Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t] + \right. \\
 & + M \left[ \frac{\partial q(\alpha, \beta, \tau)}{\partial \alpha} \Delta \vec{Y} \middle| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t \right] + \\
 & + M \left[ \frac{\partial q(\alpha, \beta, \tau)}{\partial \beta} \Delta \vec{u} \middle| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t \right] + \\
 & + \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) M [f(\alpha, \beta, \rho, \tau) | Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t] + \\
 & + \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) M \left[ \frac{\partial \vec{f}(\alpha, \beta, \rho, \tau)}{\partial \alpha} \Delta \vec{Y} \middle| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t \right] + \\
 & + \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) M \left[ \frac{\partial \vec{f}(\alpha, \beta, \rho, \tau)}{\partial \beta} \Delta \beta \middle| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t \right] + \\
 & + \text{grad}^T \left( \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \alpha M [\vec{f}(\alpha, \beta, \rho, \tau) | Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t] \right) + \\
 & + \text{grad}^T \left( \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial t} \Delta t M [\vec{f}(\alpha, \beta, \rho, \tau) | Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t] \right) \left. \right\}.
 \end{aligned}$$

Или иначе

$$\begin{aligned}
& -\frac{\partial}{\partial \tau} S(\alpha, \tau, t) - \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \Delta \alpha - \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial t} \Delta t = \\
& = \min_{\vec{u} \in U} \left\{ M[q(\alpha, \beta, \tau) | Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t] + \right. \\
& + \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) M[\vec{f}(\alpha, \beta, \rho, \tau) | Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t] + \\
& + M \left[ \frac{\partial q(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \tau)}{\partial \alpha} \alpha \middle| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t \right] + \\
& + M \left[ \frac{\partial q(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \tau)}{\partial \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t)} \Delta \vec{u}_{\text{opt}} \middle| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t \right] + \\
& + \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) M \left[ \frac{\partial \vec{f}(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau)}{\partial \alpha} \Delta \vec{Y} \middle| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t \right] + \\
& + \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) M \left[ \frac{\partial \vec{f}(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau)}{\partial \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t)} \Delta \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t) \middle| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t \right] + \\
& + \text{grad}^T \left( \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \Delta \alpha M[\vec{f}(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau) | Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t] \right) + \\
& + \text{grad}^T \left( \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial t} \Delta t M[\vec{f}(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau) | Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t] \right) \left. \right\}.
\end{aligned}$$

Видно, что в правой части выделилась составляющая, которая уже присутствует в правой части уравнения Беллмана на момент времени  $t$ .

Следовательно, получим

$$\begin{aligned}
& -\frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \Delta \vec{Y}(\tau, t) - \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial t} \Delta t = \\
& = M \left[ \frac{\partial q(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \tau)}{\partial \alpha} \alpha \middle| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t \right] + \\
& + M \left[ \frac{\partial q(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \tau)}{\partial \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t)} \Delta \vec{u}_{\text{opt}} \middle| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t \right] +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) M \left[ \frac{\partial \vec{f}(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau)}{\partial \alpha} \Delta \vec{Y} \Big| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t \right] + \\
 & + \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) M \left[ \frac{\partial \vec{f}(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau)}{\partial \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t)} \Delta \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t) \Big| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t \right] + \\
 & + \text{grad}^T \left( \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \cdot \Delta \alpha \cdot M \left[ \vec{f}(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau) \Big| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t \right] \right) + \\
 & + \text{grad}^T \left( \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial t} \Delta t M \left[ \vec{f}(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau) \Big| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t \right] \right) \Big\}.
 \end{aligned}$$

Разделим левую и правую части уравнения на  $\Delta t$ , устремим  $\Delta t$  к нулю, тогда получим

$$\begin{aligned}
 & - \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} - \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial t} \frac{\Delta t}{\Delta t} = \\
 & = M \left[ \frac{\partial q(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \tau)}{\partial \alpha} \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} \Big| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t \right] + \\
 & + M \left[ \frac{\partial q(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \tau)}{\partial \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t)} \frac{\Delta \vec{u}_{\text{opt}}}{\Delta t} \Big| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t \right] + \\
 & + \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) M \left[ \frac{\partial \vec{f}(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau)}{\partial \alpha} \frac{\Delta \vec{Y}}{\Delta t} \Big| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t \right] + \\
 & + \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) M \left[ \frac{\partial \vec{f}(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau)}{\partial \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t)} \frac{\Delta \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t)}{\Delta t} \Big| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t \right] + \\
 & + \text{grad}^T \left( \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} M \left[ \vec{f}(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau) \Big| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t \right] \right) + \\
 & + \text{grad}^T \left( \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial t} \frac{\Delta t}{\Delta t} M \left[ \vec{f}(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau) \Big| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t + \Delta t \right] \right) \Big\} \\
 & - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} + \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial t} \frac{\Delta t}{\Delta t} \right\} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ M \left[ \frac{\partial q(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \tau)}{\partial \alpha} \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t + \Delta t \right] + \right. \\
&\quad + M \left[ \frac{\partial q(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \tau)}{\partial \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t)} \frac{\Delta \bar{u}_{\text{opt}}}{\Delta t} \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t + \Delta t \right] + \\
&\quad + \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) M \left[ \frac{\partial \vec{f}(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau)}{\partial \alpha} \frac{\Delta \vec{Y}}{\Delta t} \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t + \Delta t \right] + \\
&\quad + \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) M \left[ \frac{\partial \vec{f}(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau)}{\partial \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t)} \frac{\Delta \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t)}{\Delta t} \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t + \Delta t \right] + \\
&\quad + \text{grad}^T \left( \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} M \left[ \vec{f}(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau) \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t + \Delta t \right] \right) + \\
&\quad \left. + \text{grad}^T \left( \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial t} \frac{\Delta t}{\Delta t} M \left[ \vec{f}(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau) \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t + \Delta t \right] \right) \right\}.
\end{aligned}$$

С учётом определения производной получим

$$\begin{aligned}
-\frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} - \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial t} &= M \left[ \frac{\partial q(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \tau)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] + \\
&\quad + M \left[ \frac{\partial q(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \tau)}{\partial \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t)} \frac{\partial \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t)}{\partial t} \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] + \\
&\quad + \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) M \left[ \frac{\partial \vec{f}(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] + \\
&\quad + \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) M \left[ \frac{\partial \vec{f}(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau)}{\partial \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t)} \frac{\partial \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t)}{\partial t} \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] + \\
&\quad + \text{grad}^T \left( \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} M \left[ \vec{f}(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau) \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] \right) + \\
&\quad \left. + \text{grad}^T \left( \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial t} M \left[ \vec{f}(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau) \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] \right) \right\}. \quad (5.6)
\end{aligned}$$

Поскольку один раз уже проинтегрировали в обратном времени, то теперь имеем начальные условия и на начальное время. Нет необходимости интегрировать в обратном времени, будем интегрировать в прямом, а это значит, что имеет место возможность вычислять градиент функции Беллмана на каждый момент времени, следовательно, и получать управление. Но цена вопроса – интегрирование поля (дифференциального уравнения в частных производных).

Кроме того, по мере движения объекта управления память можно освободить за счёт «отработанных» уже координат.

Рассмотрим частные случаи найденного уравнения.

Пусть оценка вектора состояния не меняется с течением времени:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = 0.$$

Тогда не меняется функция Беллмана  $S(\alpha, \tau, t_1) = S(\alpha, \tau, t_2)$ , значит, неизменна функция оптимального управления  $\vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t_1) = \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t_2)$ .

Тогда

$$\frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t)}{\partial t} = 0.$$

Подстановка соответствующих выражений в уравнение приводит к тождеству. Так и должно быть, поскольку при неизменных данных о векторе состояния достаточно решить задачу оптимального управления один раз (один раз решить уравнение Беллмана и получить из него оптимальное управление).

Пусть при решении уравнения Беллмана для фиксированного момента времени  $t$  получена связь вида

$$\vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t) = \psi(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t))).$$

Тогда производная от оптимального управления по времени может быть записана в виде

$$\frac{\partial \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t)}{\partial t} = \frac{\partial \psi(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))}{\partial(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))} \frac{\partial(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))}{\partial t}.$$

Подставив в уравнение динамики функции Беллмана (отметим, не в уравнение Беллмана), получим

$$-\frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} - \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial t} =$$

$$\begin{aligned}
&= M \left[ \frac{\partial q(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \tau)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} \Big| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] + \\
&+ M \left[ \frac{\partial q(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \tau)}{\partial \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t)} \frac{\partial \psi(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))}{\partial(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))} \frac{\partial(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))}{\partial t} \Big| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] + \\
&+ \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) M \left[ \frac{\partial \bar{f}(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} \Big| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] + \\
&\quad + \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) \times \\
&\times M \left[ \frac{\partial \bar{f}(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau)}{\partial \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t)} \frac{\partial \psi(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))}{\partial(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))} \frac{\partial(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))}{\partial t} \Big| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] + \\
&+ \text{grad}^T \left( \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} M \left[ \bar{f}(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau) \Big| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] \right) + \\
&+ \text{grad}^T \left( \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial t} M \left[ \bar{f}(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau) \Big| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] \right) \Big\}.
\end{aligned}$$

Заметим, что сама по себе функция Беллмана и её производные могут быть вынесены из-под знака статистического среднего. Тогда

$$\begin{aligned}
&-\frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial t} = \\
&= M \left[ \frac{\partial q(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \tau)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} \Big| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] + \\
&+ M \left[ \frac{\partial q(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \tau)}{\partial \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t)} \Big| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] \frac{\partial \psi(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))}{\partial(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))} \frac{\partial(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))}{\partial t} + \\
&+ \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) M \left[ \frac{\partial \bar{f}(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} \Big| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] + \\
&\quad + \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) \times \\
&\times M \left[ \frac{\partial \bar{f}(\alpha, \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau)}{\partial \bar{u}_{\text{opt}}(\tau, t)} \Big| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] \frac{\partial \psi(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))}{\partial(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))} \frac{\partial(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))}{\partial t} +
\end{aligned}$$

$$+ \text{grad}^T \left( \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} M \left[ \vec{f}(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau) \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] \right) +$$

$$+ \text{grad}^T \left\{ \left( \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial t} M \left[ \vec{f}(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau) \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] \right) \right\}.$$

Группируя по  $\frac{\partial(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))}{\partial t}$ , находим

$$- \frac{\frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial t}}{\frac{\partial q(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \tau)}{\partial \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t)} \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t} \frac{\partial \psi(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))}{\partial(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))} \frac{\partial(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))}{\partial t} -$$

$$- \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) \times$$

$$\times M \left[ \frac{\frac{\partial \vec{f}(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau)}{\partial \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t)} \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t} \frac{\partial \psi(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))}{\partial(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))} \frac{\partial(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))}{\partial t} -$$

$$- \text{grad}^T \left( \frac{\partial S(\vec{Y}(\tau, t), \tau, t)}{\partial t} \right) M \left( \left[ \vec{f}(\vec{Y}(\tau, t), \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \vec{\xi}(\tau), \tau) \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] \right) +$$

$$= \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + M \left[ \frac{\partial q(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \tau)}{\partial t} \frac{\partial \alpha}{\partial t} \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] +$$

$$+ \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) M \left[ \frac{\frac{\partial \vec{f}(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] +$$

$$+ \text{grad}^T \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} M \left[ \vec{f}(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau) \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right].$$

Или

$$- \frac{\frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial t}}{\frac{\partial q(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \tau)}{\partial \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t)} \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t} -$$

$$\left( M \left[ \vec{f}(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau) \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] + M \left[ \frac{\partial q(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \tau)}{\partial \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t)} \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] \right) +$$

$$+ \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) M \left[ \frac{\frac{\partial \vec{f}(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau)}{\partial \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t)} \middle| Z(\tau_{\text{H}}), t_0 \leq \tau_{\text{H}} \leq t \right] \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \frac{\partial \psi(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))}{\partial(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))} \frac{\partial(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))}{\partial t} = \\
& = \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + M \left[ \frac{\partial q(\alpha, \bar{u}_{opt}(\tau, t), \rho, \tau)}{\partial \alpha} \Big| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t \right] + \\
& + \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) M \left[ \frac{\partial \bar{f}(\alpha, \bar{u}_{opt}(\tau, t), \rho, \tau)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} \Big| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t \right] + \\
& + \text{grad}^T \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} M \left[ \bar{f}(\alpha, \bar{u}_{opt}(\tau, t), \rho, \tau) \Big| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t \right]. \quad (5.7)
\end{aligned}$$

Введём более лаконичные обозначения

$$\begin{aligned}
& - \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\bar{Y}, \tau, t)}{\partial t} - \Omega \left( \frac{\partial S(\bar{Y}, \tau, t)}{\partial Y}, \bar{Y} \right) \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial S(\bar{Y}, \tau, t)}{\partial Y} = \\
& = \Lambda \left( \frac{\partial S(\bar{Y}, \tau, t)}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial S(\bar{Y}, \tau, t)}{\partial Y}, \frac{\partial^2 S(\bar{Y}, \tau, t)}{\partial Y \cdot \partial Y^T}, \bar{Y}, \frac{\partial Y}{\partial t} \right),
\end{aligned}$$

где, очевидно,

$$\begin{aligned}
& \Omega \left( \frac{\partial S(\bar{Y}, \tau, t)}{\partial t}, \bar{Y} \right) = \left( M \left[ \bar{f}(\alpha, \bar{u}_{opt}(\tau, t), \rho, \tau) \Big| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t \right] + \right. \\
& \quad \left. + M \left[ \frac{\partial q(\alpha, \bar{u}_{opt}(\tau, t), \tau)}{\partial \bar{u}_{opt}(\tau, t)} \Big| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t \right] \right) + \\
& + \text{grad}^T S(\bar{Y}(\tau, t), \tau, t) M \left[ \frac{\partial \bar{f}(\bar{Y}(\tau, t), \bar{u}_{opt}(\tau, t), \bar{\xi}_s(\tau), \tau)}{\partial \bar{u}_{opt}(\tau, t)} \Big| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t \right] \Big) \times \\
& \quad \times \frac{\partial \psi(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))}{\partial(\text{grad}(S(\alpha, \tau, t)))}; \\
& \Lambda \left( \frac{\partial S(\bar{Y}, \tau, t)}{\partial Y}, \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\bar{Y}, \tau, t)}{\partial Y}, \frac{\partial^2 S(\bar{Y}, \tau, t)}{\partial Y \cdot \partial Y^T}, \bar{Y}, \frac{\partial \bar{Y}}{\partial t} \right) = \\
& = \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + M \left[ \frac{\partial q(\alpha, \bar{u}_{opt}(\tau, t), \tau)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} \Big| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t \right] + \\
& + \text{grad}^T S(\alpha, \tau, t) M \left[ \frac{\partial \bar{f}(\alpha, \bar{u}_{opt}(\tau, t), \rho, \tau)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} \Big| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t \right] +
\end{aligned}$$

$$+\text{grad}^T \frac{\partial S(\alpha, \tau, t)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} M \left[ \vec{f}(\alpha, \vec{u}_{\text{opt}}(\tau, t), \rho, \tau) \Big| Z(\tau_H), t_0 \leq \tau_H \leq t \right].$$

Введём дискретизацию по времени  $t$ :

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{S(\vec{Y}, \tau, t_{m+1}) - S(\vec{Y}, \tau, t_m)}{\Delta t} \right) - \Omega \left( \frac{\partial S(\vec{Y}, \tau, t_m)}{\partial Y}, \vec{Y} \right) \times \\ & \quad \times \frac{1}{\Delta t} \left( \frac{\partial S(\vec{Y}, \tau, t_{m+1})}{\Delta Y} - \frac{\partial S(\vec{Y}, \tau, t_m)}{\partial Y} \right) = \\ & = \Lambda \left( \frac{\partial S(\vec{Y}, \tau, t_m)}{\partial Y}, \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial S(\vec{Y}, \tau, t_m)}{\partial Y}, \frac{\partial^2 S(\vec{Y}, \tau, t_m)}{\partial Y \cdot \partial Y^T}, \vec{Y}, \frac{\partial Y}{\partial t} \right). \end{aligned} \quad (5.8)$$

Оставим в левой части те составляющие, которые зависят от индекса  $(m + 1)$ , перенеся в правую часть всё, что зависит от индекса  $m$ , получим

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial}{\partial \tau} S(\vec{Y}, \tau, t_{m+1}) - \Omega \left( \frac{\partial S(\vec{Y}, \tau, t_m)}{\partial Y}, \vec{Y} \right) \frac{\partial S(\vec{Y}, \tau, t_{m+1})}{\partial Y} = \\ & = -\frac{\partial S(\vec{Y}, \tau, t_m)}{\partial \tau} - \Omega \left( \frac{\partial S(\vec{Y}, \tau, t_m)}{\partial Y} \right) \frac{\partial S(\vec{Y}, \tau, t_m)}{\partial Y} + \\ & + \Lambda \left( \frac{\partial S(\vec{Y}, \tau, t_m)}{\partial Y}, \frac{\partial^2 S(\vec{Y}, \tau, t_m)}{\partial \tau \cdot \partial Y}, \frac{\partial^2 S(\vec{Y}, \tau, t_m)}{\partial Y \cdot \partial Y^T}, \vec{Y}, \frac{\partial Y}{\partial t} \right) \Delta t. \end{aligned}$$

Или

$$-\frac{\partial}{\partial \tau} S(\vec{Y}, \tau, t_{m+1}) - \Omega(\vec{Y}, \tau, t_m) \frac{\partial S(\vec{Y}, \tau, t_{m+1})}{\partial Y} = \Theta \left( \vec{Y}, \tau, t_m, \frac{\partial \vec{Y}}{\partial t}, \Delta t \right), \quad (5.9)$$

где

$$\Omega \left( \frac{\partial S(\vec{Y}, \tau, t_m)}{\partial Y}, \vec{Y} \right) \rightarrow \Omega(\vec{Y}, \tau, t_m); \quad (5.10)$$

$$\begin{aligned} \Theta \left( \vec{Y}, \tau, t_m, \frac{\partial \vec{Y}}{\partial t}, \Delta t \right) & = -\frac{\partial S(\vec{Y}, \tau, t_m)}{\partial \tau} - \Omega \left( \frac{\partial S(\vec{Y}, \tau, t_m)}{\partial Y} \right) \frac{\partial S(\vec{Y}, \tau, t_m)}{\partial Y} + \\ & + \Lambda \left( \frac{\partial S(\vec{Y}, \tau, t_m)}{\partial Y}, \frac{\partial^2 S(\vec{Y}, \tau, t_m)}{\partial \tau \partial Y}, \frac{\partial^2 S(\vec{Y}, \tau, t_m)}{\partial Y \partial Y^T}, \vec{Y}, \frac{\partial Y}{\partial t} \right) \Delta t. \end{aligned} \quad (5.11)$$

Здесь подчеркнута зависимость от производной оценки  $\partial \vec{Y} / \partial t$ , поскольку в уравнениях фильтрации Стратоновича – Калмана последняя в явном виде связана с текущей невязкой.

Таким образом, имеем уравнение в частных производных, в левой части которого сосредоточены частные производные искомой функции (функции Беллмана на момент времени наблюдений  $t_{m+1}$ ), а в правой – известная функция координат вектора состояния  $\vec{Y}$  и времени  $\tau$  (на момент времени наблюдений  $t_m$ ):

$$-\frac{\partial}{\partial \tau} S(\vec{Y}, \tau, t_{m+1}) - \Omega(\vec{Y}, \tau, t_m) \frac{\partial S(\vec{Y}, \tau, t_{m+1})}{\partial Y} = \Theta \left( \vec{Y}, \tau, t_m, \frac{\partial \vec{Y}}{\partial t}, \Delta t \right). \quad (5.12)$$

Существенным отличием полученного уравнения от собственно уравнения Беллмана являются начальные условия

$$S(\vec{Y}, \tau, t_{m+1}) \Big|_{\tau=t_m} = S(\vec{Y}, \tau, t_m) \Big|_{\tau=t_m}. \quad (5.13)$$

В терминологии [2] полученное уравнение именуется квазилинейным дифференциальным уравнением в частных производных первого порядка и может быть сопоставлено с уравнением следующего вида:

$$p + \sum_{v=1}^n f_v(x, y, z) q_v = g(x, y, z), \quad (5.14)$$

где

$$p = \frac{\partial z(x, y)}{\partial x}; \quad q_v = \frac{\partial z(x, y)}{\partial y_v}; \quad v = \overline{1, n}.$$

Здесь  $z(x, y)$  – искомая функция;  $y$  – вектор вида  $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}$ ;  $x$  – скаляр.

Характеристическая система для этого уравнения записывается следующим образом [93]:

$$\begin{cases} \frac{\partial y_1}{\partial x} = f_1(x, y, z) \\ \frac{\partial y_2}{\partial x} = f_2(x, y, z) \\ \dots \\ \frac{\partial y_n}{\partial x} = f_n(x, y, z) \\ \frac{\partial z}{\partial x} = g(x, y, z) \end{cases}. \quad (5.15)$$

Сравнивая, устанавливаем, что

$$x = \tau; \quad y = \vec{Y}; \quad z(x, y) = S(\vec{Y}, \tau, t_{m+1});$$

$$\vec{f}(x, y, z) = \begin{cases} f_1(x, y, z) \\ f_2(x, y, z) \\ \dots \\ f_n(x, y, z) \end{cases} = \Omega(\vec{Y}, \tau, t_m) = \vec{\Omega}(\vec{Y}, \tau, t_m);$$

$$g(x, y, z) = -\Theta\left(\vec{Y}, \tau, t_m, \frac{\partial Y}{\partial t}, \Delta t\right).$$

Тогда характеристическая система для искомого уравнения имеет вид

$$\begin{cases} \frac{\partial Y_1}{\partial \tau} = \Omega_1(\vec{Y}, \tau, t_m) \\ \frac{\partial Y_2}{\partial \tau} = \Omega_2(\vec{Y}, \tau, t_m) \\ \dots \\ \frac{\partial Y_n}{\partial \tau} = \Omega_n(\vec{Y}, \tau, t_m) \\ \frac{\partial S(\vec{Y}, \tau, t_{m+1})}{\partial \tau} = -\Theta\left(\vec{Y}, \tau, t_m, \frac{\partial \vec{Y}}{\partial t}, \Delta t\right) \end{cases} \quad (5.16)$$

Целесообразно выписать рекурсию по времени наблюдения применительно к характеристическим уравнениям, так как они относятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям и решать их легче, чем уравнения в частных производных. Тогда

$$\begin{cases} \frac{\partial Y_1^{t_{m+1}}}{\partial \tau} = \Omega_1(\vec{Y}, \tau, t_m) \\ \frac{\partial Y_2^{t_{m+1}}}{\partial \tau} = \Omega_2(\vec{Y}, \tau, t_m) \\ \dots \\ \frac{\partial Y_n^{t_{m+1}}}{\partial \tau} = \Omega_n(\vec{Y}, \tau, t_m) \\ \frac{\partial S(\vec{Y}, \tau, t_{m+1})}{\partial \tau} = -\Theta\left(\vec{Y}, \tau, t_m, \frac{\partial \vec{Y}}{\partial t}, \Delta t\right) \end{cases} \quad (5.17)$$

Приведенная система дифференциальных уравнений относится к  $t_{m+1}$  моменту времени.

Но при управлении в темпе реального времени достаточно интегрировать эти уравнения только до следующего момента управления. Для простоты (но, не снижая общности) положим, что момент управления совпадает с моментом поступления новой информации, т. е.

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_1(t_{m+1}) = Y_1(t_m) + \Omega_1(\vec{Y}, t_m, t_m) \Delta t \\ Y_2(t_{m+1}) = Y_2(t_m) + \Omega_2(\vec{Y}, t_m, t_m) \Delta t \\ \dots \\ Y_n(t_{m+1}) = Y_n(t_m) + \Omega_n(\vec{Y}, t_m, t_m) \Delta t \\ S(\vec{Y}, t_{m+1}, t_{m+1}) = S(\vec{Y}, t_m, t_m) - \Theta \left( \vec{Y}, t_m, t_m, \frac{\partial \vec{Y}}{\partial t}, \Delta t \right) \Delta t. \end{array} \right. \quad (5.18)$$

Таким образом, интегрируем только на шаг, замыкая тем самым рекурсию.

## Выводы

На базе уравнения Беллмана выведено уравнение стохастического оптимального управления, учитывающее динамику получения информации в темпе движения объекта управления.

Найдено линеаризованное решение, не требующее вычисления в обратном времени на каждую дискрету получения информации.

Решение доведено до обыкновенных дифференциальных уравнений касательно характеристических функций, при этом замкнута рекурсия по шагам управления.

## 6. МЕТОД И АЛГОРИТМ РАСПОЗНАВАНИЯ НАПРАВЛЕНИЯ ПОЛЁТА ПУЩЕННОЙ РАКЕТЫ ПРОТИВНИКА

### 6.1. Экспериментальное определение исходных данных

Современный групповой воздушный бой представляет собой сумму очаговых боев мелких групп, наносящих удары с применением управляемых ракет, действующих по единому замыслу командира и решающих свою определенную задачу. В связи с этим в зоне обзора БРЛС истребителя как основного источника информации может одновременно находиться несколько управляемых ракет противника, пущенных на различные истребители. В зависимости от степени угрозы со стороны каждой из пущенных ракет противника решения, принимаемые летчиком истребителя, могут находиться в следующем диапазоне [1]:

- обеспечение выполнения боевой задачи – ракета наводится «не на меня» – отсутствие угрозы;
- организация защиты самолета – ракета наводится «на меня» – максимальная угроза:
  - ❖ обеспечение выполнения боевой задачи (маневр «тактический отворот» (ТО));
  - ❖ срыв боевого задания, т. е. выход из атаки (гарантированный отворот (ГО)).

Тактический отворот – это маневр в горизонтальной плоскости с сохранением информационного контакта с целью (сопровождение цели) и выдерживанием постоянного угла пеленга цели (угол между строительной осью самолета и линией визирования «самолет–цель»). Глубина этого маневра, т. е. величина пеленга, определяется возможностями информационной системы и оружия. Основное назначение – противоракетная оборона и уменьшение зоны возможных пусков противнику.

Гарантированный отворот – интенсивный маневр с максимальной перегрузкой, влекущий за собой потерю информационного контакта, т. е. срыв сопровождения цели (маневр типа максимально быстрого разворота на  $180^\circ$  и выхода из атаки), применяется для срыва наведения ракеты противника.

Вид и эффективность подобного маневрирования напрямую зависят от времени начала маневра, для чего на борту атакованного истребителя рассчитывается в координатах «дальность – пеленг»:

- зона ТО, внутри которой наведение ракеты будет сорвано при применении маневра «тактический отворот»;

- зона ГО, внутри которой наведение ракеты будет сорвано при применении маневра «гарантированный отворот»;
- зона ГЗ, внутри которой наведение ракеты не будет сорвано ни маневром ТО, ни ГО.

Для организации эффективной защиты самолета от пущенной на него управляемой ракеты на его борту необходима следующая информация: скорость полета пущенной управляемой ракеты противника, дальность до нее, направление ее подлета (для построения вышеназванных зон).

В интересах разработки метода распознавания направления полёта пущенной ракеты противника по принципу «на меня – не на меня» и синтеза алгоритма, его реализующего, с оценкой времени до встречи ракеты с истребителем в случае наведения её «на меня» в режиме сопровождения ракеты в бортовой РЛС истребителя необходимо оценивать их изменяемые функционально связанные координаты.

При синтезе алгоритма распознавания состояния ракеты противника на этапе её сопровождения возникает необходимость в применении теории фильтрации, продуктивным направлением которой согласно постановке научной задачи исследования является многомерная линейная дискретная калмановская фильтрация. Её применение предполагает наличие априорной информации, которая в данном случае представляется в виде динамических моделей полётов ракеты противника, истребителя и их взаимосвязи. Основными требованиями к построению динамических моделей истребителя и ракеты являются их адекватность реальной динамике полёта и взаимного перемещения, возможность использования при технической реализации синтезированного алгоритма распознавания состояния ракеты.

Одним из путей обеспечения адекватности динамических моделей является использование при построении экспериментальных исходных данных и полученных на их основе траекторных статистических характеристик сигналов, отражённых от реальных истребителей и ракет. Поэтому в данной главе описывается процесс получения траекторных статистических характеристик, на основе которых в дальнейшем и осуществляется построение динамических моделей истребителя и ракеты.

По результатам исследований ансамбля автокорреляционных функций, построенных по реальным траекторным доплеровским портретам управляемых ракет, при различных значениях  $\Delta F$  были получены экспериментальные траекторные статистические характеристики, сведённые совместно с траекторными статистическими характеристиками истребителей. В табл. 6.1 приведены значения математических ожиданий траекторных статистических характеристик ( $M[\tau_k]$ ,  $M[f_0]$ ,  $M[\sigma]$ ) отсчётов траекторий  $F(t)$  доплеровских частот, а также доверительные интервалы  $I_{0,95}$ ,

которые с доверительной вероятностью 0,95 покрывают истинные значения их математических ожиданий [64].

Значения траекторных статистических характеристик (табл. 6.1), полученные по результатам корреляционного анализа реальных траекторных доплеровских портретов радиолокационных сигналов, отраженных от истребителей и пускаемых ими ракет, являются параметрами соответствующих видов автокорреляционных функций, которые могут быть использованы при построении динамической модели полёта ракеты и последующем моделировании процесса наведения ракеты на истребитель.

Таблица 6.1

**Траекторные статистические характеристики истребителей  
и управляемых ракет**

Тип воздушного объекта		Параметр / доверительный интервал		
		$M [\tau_k], c / I_{0,95}$	$M [f_0], (рад / c)^2 / I_{0,95}$	$M [\sigma], м / c / I_{0,95}$
Истребители	Су-30	$\frac{7,3}{[7,03; 7,57]}$	$\frac{0,012}{[0,008; 0,016]}$	$\frac{0,397}{[0,330; 0,464]}$
	МИГ-31	$\frac{2,64}{[2,13; 3,15]}$	$\frac{0,24}{[0,22; 0,26]}$	$\frac{0,042}{[0,03; 0,05]}$
	Су-27	$\frac{17,82}{[17,36; 18,28]}$	$\frac{0,034}{[0,033; 0,035]}$	$\frac{0,44}{[0,40; 0,48]}$
	Су-25	$\frac{24,39}{[24,08; 24,70]}$	$\frac{0,02}{[0,016; 0,024]}$	$\frac{0,38}{[0,34; 0,42]}$
Ракеты	Р-27	$\frac{8,32}{[3,521; 9,434]}$	$\frac{0,0712}{[0,067; 0,077]}$	$\frac{0,25}{[0,238; 0,296]}$
	Р-33 (1)	$\frac{6,667}{[3,521; 9,434]}$	$\frac{0,0755}{[0,067; 0,077]}$	$\frac{0,286}{[0,238; 0,296]}$
	Р-33 (2)	$\frac{4,167}{[3,521; 9,434]}$	$\frac{0,0755}{[0,067; 0,077]}$	$\frac{0,285}{[0,238; 0,296]}$
	Х-25 (захват и сопровождение)	$\frac{5,128}{[3,521; 9,434]}$	$\frac{0,0735}{[0,067; 0,077]}$	$\frac{0,267}{[0,238; 0,296]}$

Таким образом, выявлено отличие видов автокорреляционных функций траекторных доплеровских портретов в результате регистрации отражённых радиолокационных сигналов от истребителей и ракет, что требует дополнительных исследований степени приближенности получаемых аппроксимацией различными функциями теоретических траекторных характеристик с их экспериментальными значениями.

Для аппроксимации реальной автокорреляционной функции, построенной по траекторному доплеровскому портрету зарегистрированных радиолокационных сигналов, отражённых от пущенной управляемой ракеты, с наименьшей суммой квадратов отклонений и, соответственно, описывающей реальную автокорреляционную функцию с большей точностью, в сравнении с рассмотренными функциями, подходит выражение

$$R_v(\tau) = \sigma^2 e^{-\frac{|\tau|}{\tau_k}} \cos(2\pi f_0 |\tau|). \quad (6.1)$$

На основе метода формирующих фильтров [94] определена структура динамической модели полёта ракеты в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{V}_p(t) = 0 \\ \Delta \dot{V}_p(t) = a_p(t) \\ \dot{a}_p(t) = -2\alpha a_p(t) - (\alpha^2 + \beta^2)V_p(t) - \sqrt{(2\alpha\sigma^2)}(2\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2})\xi(t). \end{cases} \quad (6.2)$$

Данная динамическая модель в качестве априорной информации будет использована при синтезе калмановского фильтра, положенного в основу алгоритма распознавания состояния ракеты противника при её сопровождении в бортовой РЛС истребителя.

Динамика полёта управляемых ракет имеет случайный и непрерывно изменяющийся во времени процесс. Однако при моделировании динамических моделей, отражающих динамику полёта истребителя и управляемой ракеты, в интересах дальнейшей практической реализуемости следует использовать динамическую модель в дискретном времени. В этой связи возникает задача корректного перехода рассматриваемого непрерывного процесса в дискретный вид. Согласно [95], необходимо перейти от непрерывного времени к дискретному.

В итоге динамическая модель управляемой ракеты в дискретном виде будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} \dot{V}_p(k+1) \\ \Delta V_p(k+1) \\ a_p(k+1) \end{vmatrix} = \\ & \begin{vmatrix} \dot{V}_p(k) \\ \Delta V_p(k) + a_p(k)\Delta t \\ -(\alpha_p^2 + \beta_p^2)\Delta V_p(k)\Delta t + (1 - 2\alpha_p\Delta t)\alpha_p(k) - \sqrt{(2\alpha_p\sigma_p^2)}(2\alpha_p + \sqrt{\alpha_p^2 + \beta_p^2})\xi(k) \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (6.3)$$

Разработанная динамическая модель полёта ракеты «воздух–воздух» является адекватной по траекторным статистическим характеристикам её реальному полёту (неадекватность не превышает 15 %) и линейной, что предопределяет возможность использования линейной дискретной калмановской фильтрации при синтезе алгоритма распознавания состояния ракеты противника при сопровождении её в бортовой РЛС истребителя.

## 6.2. Разработка метода распознавания направления полёта ракеты противника

При моделировании метода пропорционального сближения необходимо в каждый момент времени оценивать угловую скорость вращения линии визирования «истребитель – ракета» и сравнивать ее с угловой скоростью перемещения вектора скорости ракеты. При этом ошибку самонаведения определим по формуле

$$\Delta_{\varphi} = k\omega - \dot{\Theta}. \quad (6.4)$$

Уравнения кинематической траектории ракеты, наводимой на истребитель по методу пропорционального сближения, можно записать в виде

$$\begin{aligned} \dot{D} &= -V_{и} \cos \varphi - V_p \cos[(k-1)\varphi + \Theta_0 - k\varphi_0], \\ D\omega &= V_{и} \sin \varphi - V_p \sin[(k-1)\varphi + \Theta_0 - k\varphi_0]. \end{aligned} \quad (6.5)$$

Введем постоянную величину  $\psi_0$ , определяемую равенством

$$k\varphi_0 - \Theta_0 = (k-1)\psi_0.$$

Тогда уравнения (6.5) принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{D} &= -V_{и} [\cos \varphi + K_V \cos(k-1)(\varphi - \psi_0)]; \\ \omega &= \frac{V_{и}}{D} [\sin \varphi - K_V \sin(k-1)(\varphi - \psi_0)]; \end{aligned} \quad (6.6)$$

$$\psi_0 = \frac{k}{k-1} \varphi_0 - \frac{\Theta_0}{k-1} = \varphi_0 - \frac{\varphi_{г0}}{k-1},$$

где  $K_V$  – коэффициент, характеризующий отношение скорости ракеты к скорости истребителя.

По результатам моделирования построены кинематические траектории наведения ракеты на истребитель при различных значениях скорости  $V_{и}$  и угла визирования  $\epsilon_b$  истребителя (рис. 6.1).

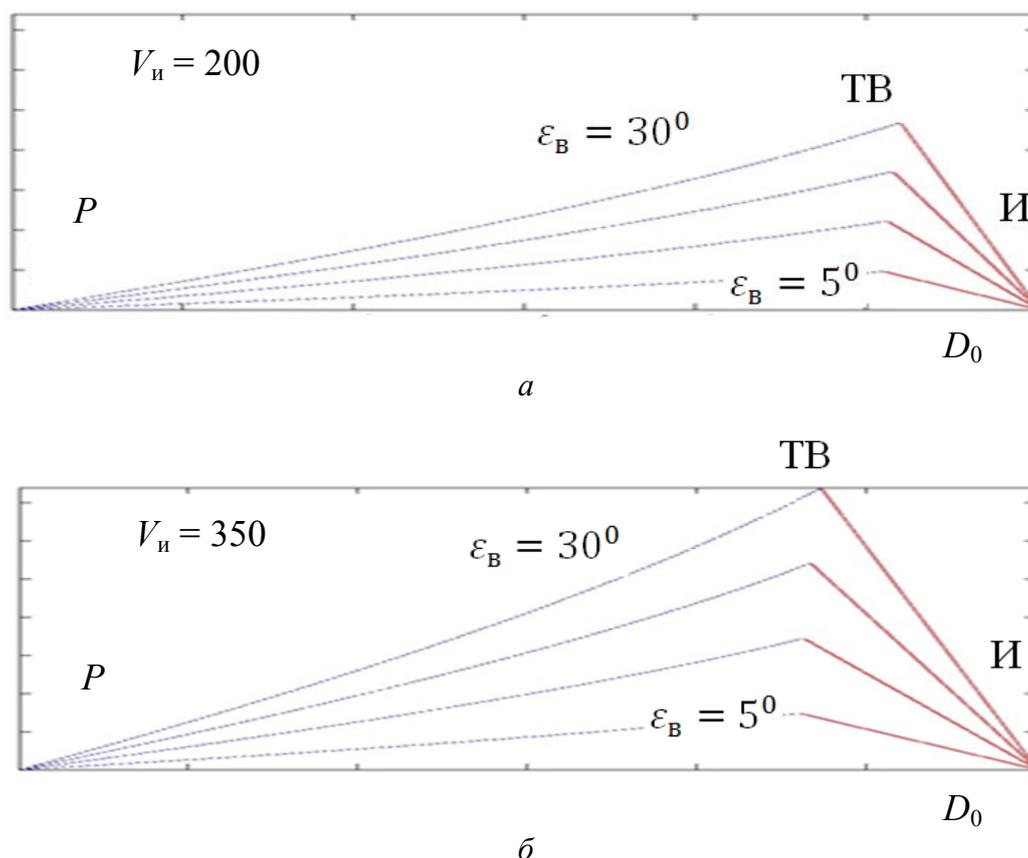


Рис. 6.1. Траектории самонаведения ракеты (P) на истребитель (И) до точки встречи (ТВ) в горизонтальной плоскости: а – при скорости истребителя  $V_{и} = 200$  м/с; б – при  $V_{и} = 350$  м/с

Проведенные расчеты позволяют определить время самонаведения ракеты до точки встречи с истребителем и величины требуемых нормальных ускорений ракеты  $W_n = V_p k \omega$  для каждого момента времени. Так, например, при угле визирования  $\varepsilon_{в} = 30^\circ$  (рис. 6.1, а) время наведения составило  $t_{нав} = 23,41$  с, а согласно рис. 6.1, б –  $t_{нав} = 21,12$  с.

Отличие кинематических траекторий и времени наведения при различных значениях угла визирования истребителя  $\varepsilon_{в}$  и его скорости  $V_{и}$  определяет нестационарность (изменчивость) значений угловой скорости вращения  $\omega$  линии визирования. В то же время получаемые зависимости угловой скорости  $\omega$  от дальности  $D$  (рис. 6.2, а) при различных значениях  $V_{и}$  и  $\varepsilon_{в}$  имеют схожую форму. Это позволяет предположить, что зависимости угловой скорости вращения линии визирования от дальности до ракеты при различных скоростях и углах визирования истребителя подчиняются одному закону. Это обстоятельство определяет необходимость дальнейшего исследования данных зависимостей с целью их математического описания.

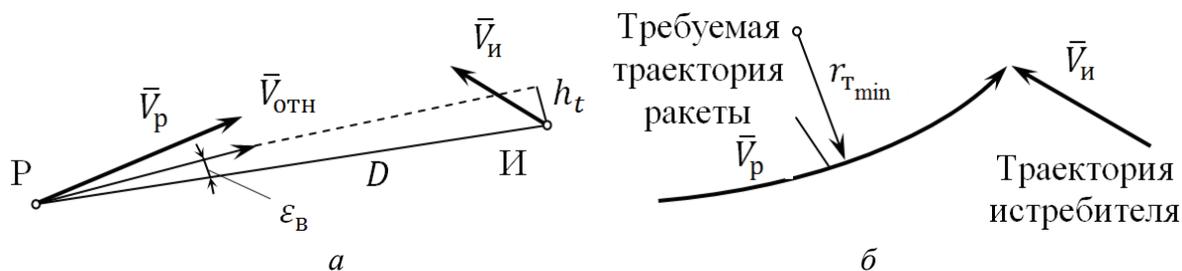


Рис. 6.2. Пояснение промаха ракеты: а – возникновение промаха ракеты;  
б – текущий промах ракеты

Известно [27, 96], что для систем самонаведения одним из важнейших показателей оценки точности в процессе наведения является значение текущего промаха  $h_t$  (рис. 6.2 а).

Если предположить, что ракета будет совершать полёт с нормальной перегрузкой, соответствующей моменту срыва самонаведения, т. е. по траектории с минимальным радиусом кривизны  $r_{T \min}$  (рис. 6.2 б), значение текущего промаха можно определить по формуле

$$h_t = \frac{D^2 \dot{\epsilon}_B}{V_{\text{сбл}}} = D \sin(\dot{\epsilon}_B). \quad (6.7)$$

Значение текущего промаха может быть рассчитано в бортовой РЛС истребителя, поскольку величины, входящие в выражение (6.7), оцениваются штатными измерителями (дальномером, угломером и каналом измерения скорости).

Определим далее, является ли характер изменения во времени величины текущего промаха  $h_t$  при самонаведении ракеты на истребитель устойчивым признаком распознавания состояния ракеты по принципу «на меня – не на меня».

С этой целью провели моделирование следующих зависимостей: величины текущего промаха от дальности до ракеты при различных углах визирования истребителя (рис. 6.3); времени, остающегося до встречи ракеты с истребителем, от величины угла визирования истребителя при фиксированной величине текущего промаха, равного эффективному радиусу поражения  $R_{\text{эф}}$  (рис. 6.4). При моделировании было принято:  $t_B = D / V_{\text{сбл}}$ ;  $D_0 = 50$  км;  $V_{\text{сбл}} = 1\,500$  м/с;  $\epsilon_B = (0-45)^\circ$ .

Из анализа графиков (рис. 6.3) следует, что

- текущий промах монотонно стремится к нулю по мере приближения ракеты к истребителю (цели) [27, 96];
- скорость уменьшения промаха с увеличением угла визирования истребителя на ракету возрастает [27, 96];

- расстояние, при котором текущий промах становится меньше эффективного радиуса поражения, с увеличением угла визирования уменьшается.

Из анализа графика (рис. 6.4), построенного при фиксированном значении текущего промаха, равном эффективному радиусу поражения ( $h_t = R_{эф} \approx 15$  м), следует, что при углах визирования более  $5^\circ$  время, оставшееся до встречи ракеты с истребителем, при котором текущий промах становится меньше эффективного радиуса поражения, составляет 7 с. Это не оставляет возможности летчику предпринять эффективные меры по уклонению от самонаводящейся на него ракеты.

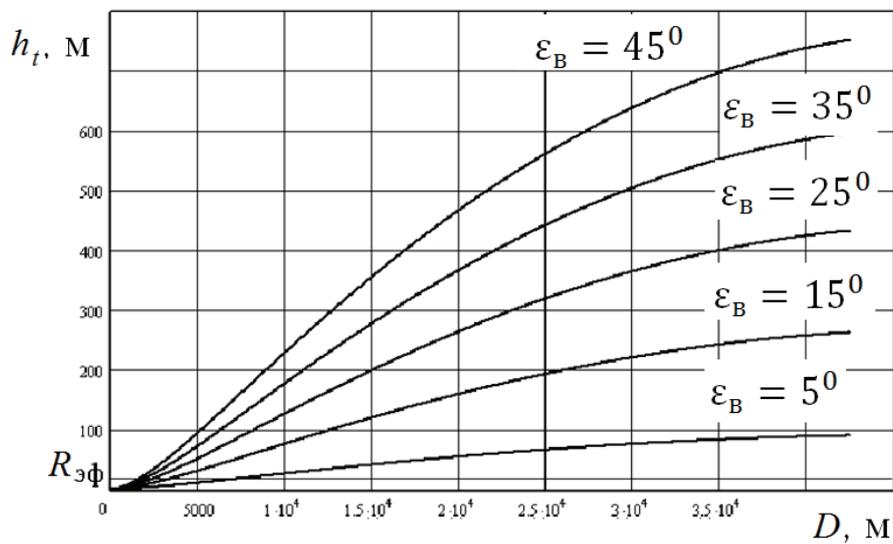


Рис. 6.3. Текущий промах ракеты

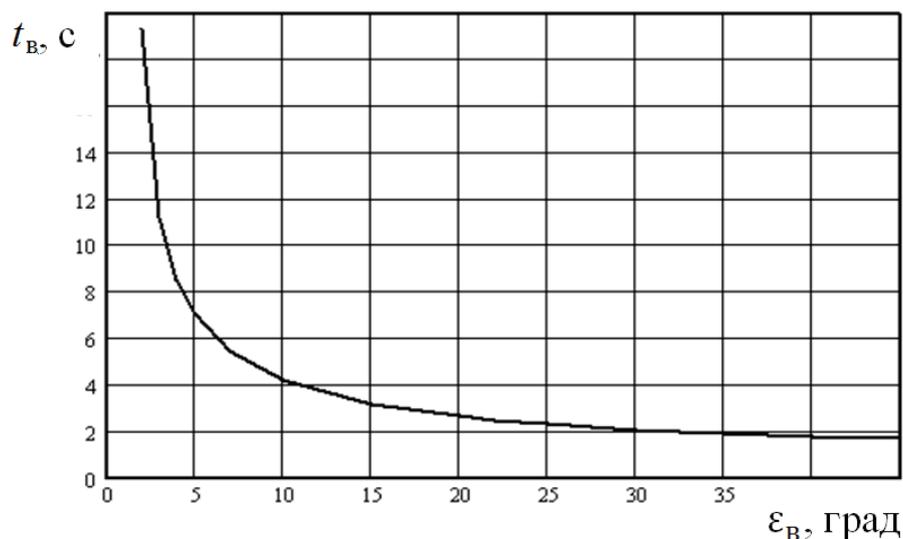


Рис. 6.4. Время, оставшееся до встречи ракеты с истребителем, при котором текущий промах становится меньше эффективного радиуса поражения

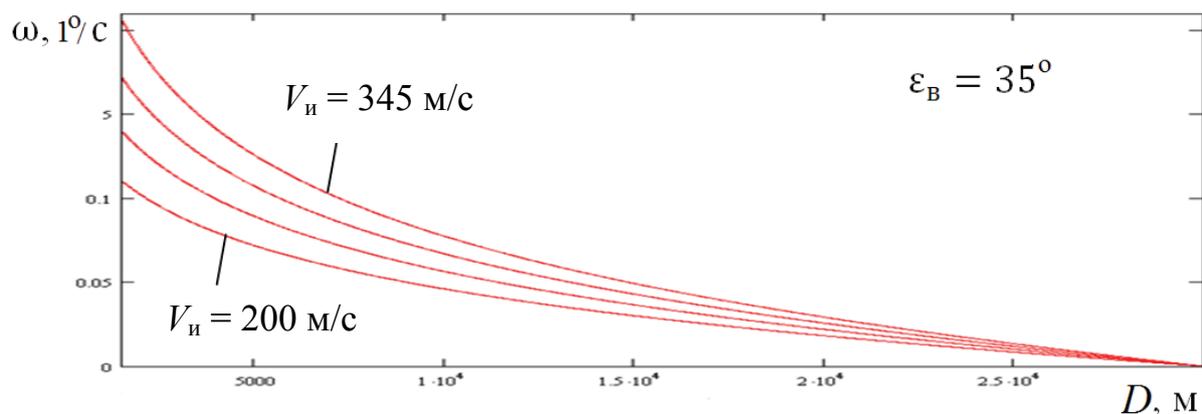


Рис. 6.5. Зависимость угловой скорости вращения линии визирования от дальности при различных скоростях и фиксированном значении угла визирования истребителя  $\varepsilon_B = 35^\circ$

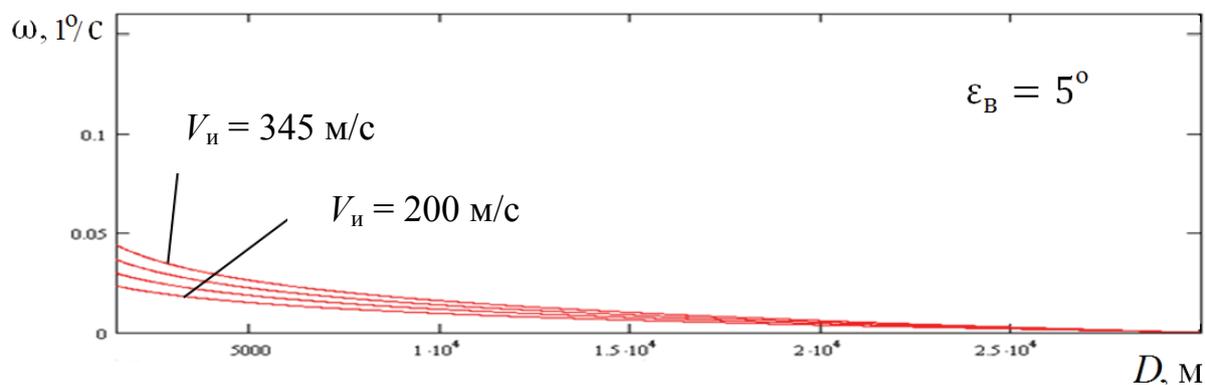


Рис. 6.6. Зависимость угловой скорости вращения линии визирования от дальности при различных скоростях и фиксированном значении угла визирования истребителя  $\varepsilon_B = 5^\circ$

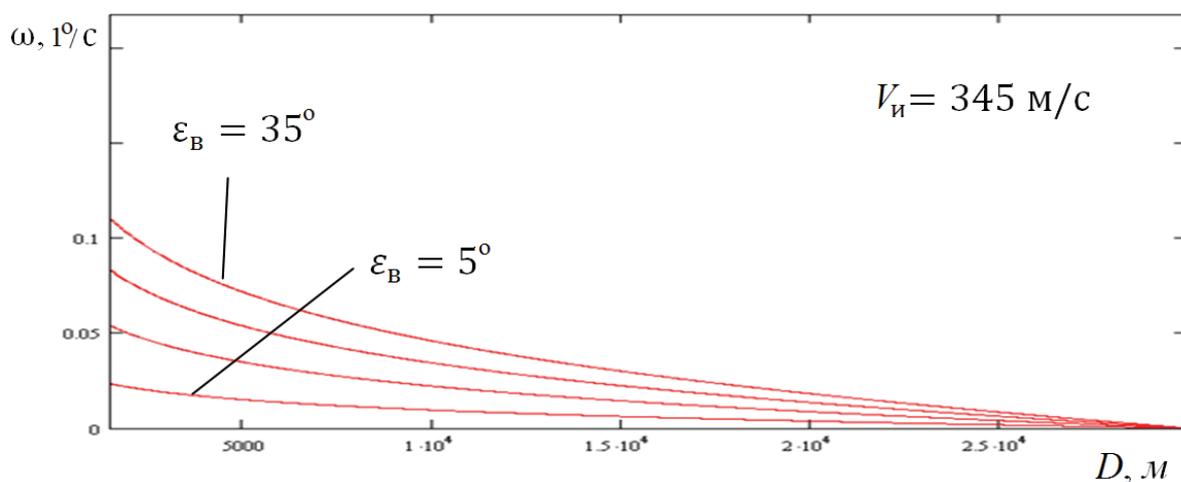


Рис. 6.7. Зависимость угловой скорости вращения линии визирования от дальности при различных углах визирования и фиксированной скорости истребителя  $V_H = 345$  м/с

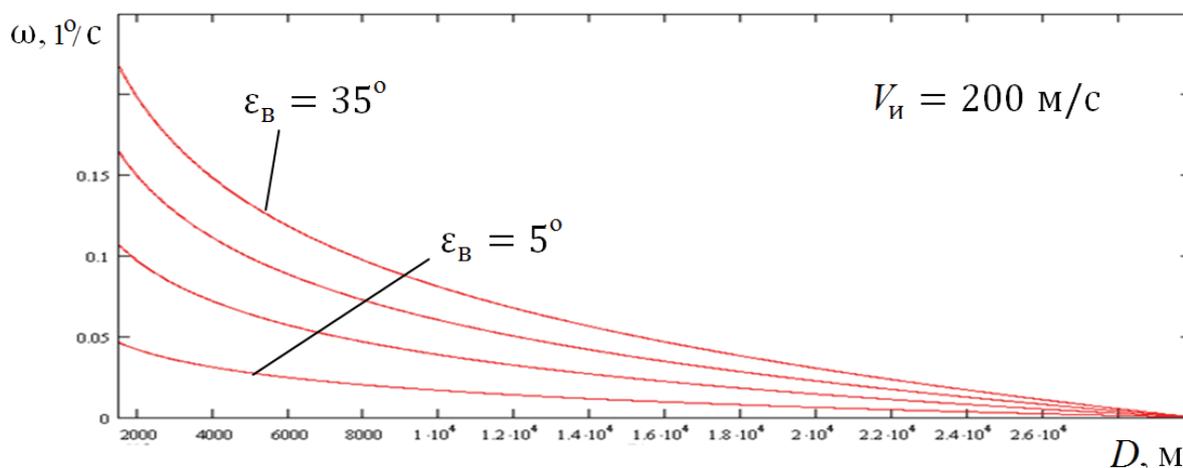


Рис. 6.8. Зависимость угловой скорости вращения линии визирования от дальности при различных углах визирования и фиксированной скорости истребителя  $V_{и} = 200 \text{ м/с}$

Таким образом, в результате анализа изменения текущего промаха при самонаведении ракеты на истребитель выявлено, что по характеру изменения во времени величины текущего промаха  $h_t$  однозначно распознать состояние по принципу «на меня – не на меня» во всем диапазоне изменения угла визирования не представляется возможным.

Определим, является ли характер изменения угловой скорости вращения линии визирования при самонаведении ракеты на истребитель устойчивым признаком для распознавания направления её полёта по принципу «на меня – не на меня».

Используя метод пропорционального сближения и исходные данные при построении траекторий самонаведения ракеты на истребитель, который осуществляет равномерный и прямолинейный полёт при различных условиях (скоростях и углах между вектором скорости и линией визирования «истребитель – ракета»), провели вычисления изменяющихся фазовых координат истребителя и ракеты.

По результатам моделирования построены семейства графиков, характеризующих зависимость угловой скорости вращения линии визирования от дальности (уменьшающейся с течением времени самонаведения) до значения, меньше радиуса поражения ракетой истребителя, т. е. достижения точки встречи (рис. 6.5–6.8).

Из анализа приведенных графиков следует, что в зависимости от дальности ракеты до истребителя, его скорости и угла визирования при прочих равных условиях и полёта ракеты в соответствии с методом пропорционального сближения угловая скорость вращения линии визирования «истребитель – ракета» в каждый момент времени принимает конкретное

значение. Это означает, что, как и графики кинематических траекторий самонаведения (рис. 6.1), графики изменения угловой скорости вращения линии визирования (рис. 6.5–6.8) имеют конкретную траекторию в пространстве (в кинематической модели рассматривается только горизонтальная плоскость).

На основе модели самонаведения ракеты на истребитель (выражение (6.7) и выводов, сделанных по результатам анализа графиков зависимостей угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета» от дальности ракеты до истребителя, его скорости и угла визирования при прочих равных условиях и самонаведения ракеты противника в соответствии с методом пропорционального сближения, доказано, что при соответствующих начальных значениях этих фазовых координат ( $D$ ,  $V_{и}$ ,  $\varepsilon_{в}$ ) существует только одна кинематическая траектория самонаведения ракеты, что позволяет определять в каждый момент времени угловую скорость вращения линии визирования в зависимости от текущих координат.

Таким образом, характер изменения значений угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета» в процессе самонаведения ракеты на истребитель в соответствии с методом пропорционального сближения (рис. 6.5–6.8) является устойчивым признаком распознавания направления полёта ракеты по принципу «на меня – не на меня», что неоспоримо следует из анализа её динамики. При этом появляется возможность аппроксимации зависимости угловой скорости вращения линии визирования от дальности ракеты до истребителя, скорости и угла визирования истребителя, т. е. построение эталона данного параметра  $\omega_{эт}$  для дальнейшего его сопоставления с измеренным значением  $\omega$ , поступающим с угломера, в интересах распознавания направления полёта пущенной управляемой ракеты противника.

### **6.2.1. Структура метода распознавания направления полёта ракеты противника**

В основу распознавания направления полёта управляемой ракеты противника по принципу «на меня – не на меня» предлагается положить сравнение значения измеренной угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета», поступающей с угломера бортовой РЛС истребителя, с эталонным её значением, полученным в результате аппроксимации, учитывающей возможные отклонения при различных значениях фазовых координат истребителя. Другими словами, необходимо обозначить область возможных значений параметра, т. е. определить доверительную вероятность и построить доверительные интервалы для оцениваемого параметра на всей протяженности зависимости угловой скорости вращения

линии визирования от дальности, т. е. в процессе всего времени самонаведения ракеты на истребитель.

Доверительные границы значений оцениваемого на каждом шаге угловой скорости вращения  $\hat{\omega}_B$  линии визирования будут определяться следующим выражением:

$$P(\tilde{\omega}_{эТ} - \nu < \omega_B < \tilde{\omega}_{эТ} + \nu) = \beta, \quad (6.8)$$

где  $\nu$  – значение ошибки, возникающей при замене измеренного значения его математическим ожиданием, которая по абсолютной величине будет появляться с вероятностью  $\beta$ , близкой к единице (в дальнейшем принято  $\beta = 0,95$ ).

Это означает попадание значения  $\omega_B$  с вероятностью  $\beta$  в соответствующий доверительный интервал:

$$I_\beta = (\tilde{\omega}_{эТ} - \nu; \tilde{\omega}_{эТ} + \nu). \quad (6.9)$$

При этом распознавание направления полёта ракеты противника по принципу «на меня – не на меня» может быть реализовано при попадании («на меня») или непопадании («не на меня») оцениваемых значений угловой скорости вращения линии визирования в соответствующий доверительный интервал, в течение некоторого времени наблюдения (за несколько измерений фазовых координат ракеты). Дополнительно необходимо учитывать влияние отношения сигнал/шум на входе решающего устройства на значения ошибок, используемых при построении доверительных границ области возможных значений угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета».

Схематично процесс распознавания направления полёта управляемой ракеты противника в предлагаемом методе можно представить следующим образом (рис. 6.9).

На структурной схеме метода распознавания направления полёта управляемой ракеты противника, (рис. 6.9) полужирным текстом выделены блоки, алгоритмы которых в дальнейшем необходимо определить (синтезировать).

Таким образом, сущность метода распознавания направления полёта ракеты противника по принципу «на меня – не на меня» заключается в том, что в процессе сопровождения ракеты по функционально связанным координатам оцененные значения угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета» сравниваются с аналогичными эталонными значениями, соответствующими кинематике самонаведения её на истребитель по методу пропорционального сближения. По критерию минимума квадрата разности между этими значениями за время распознавания принимается решение о наведении ракеты «на меня», в противном случае – «не на меня».

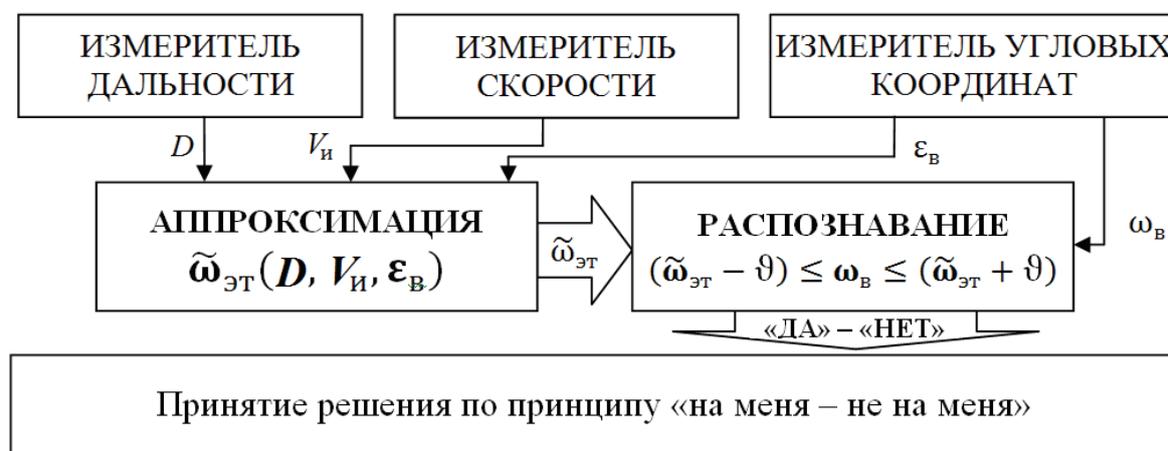


Рис. 6.9. Структура метода распознавания направления полёта управляемой ракеты противника

Анализ изменений во времени величин текущего промаха и угловой скорости вращения линии визирования в результате моделирования процесса самонаведения ракеты на истребитель в соответствии с методом пропорционального сближения позволил сформулировать новый метод распознавания направления полёта управляемой ракеты противника по принципу «на меня – не на меня» и разработать его структуру. При этом алфавит классов содержит два состояния ракеты: «на меня» и «не на меня», составляющие полную группу событий, а алфавит признаков – один признак в виде угловой скорости вращения «истребитель – ракета». Решающее правило определяется выражением (6.9).

### 6.3. Структура алгоритма, реализующего метод распознавания направления полёта ракеты противника

В интересах разработки структуры алгоритма, реализующего вышеизложенный метод распознавания направления полёта управляемой ракеты противника, а также позволяющего производить оценку времени до встречи ракеты с истребителем (в случае наведения ракеты «на меня»), необходимо определить его входные и выходные параметры. С этой целью первоочередным является задание структуры скоростного канала, входящего в бортовую РЛС истребителя, в который будет дополнительно включён синтезируемый в дальнейшем алгоритм распознавания состояния ракеты противника.

Для установления в канале сопровождения по скорости сближения места синтезируемого алгоритма, а также его общей структуры определим процесс выделения и формирования из отраженных от ракеты радиолокационных сигналов таких информативных параметров, как дальность до ра-

кеты  $D(t)$ , последовательность значений доплеровской частоты  $F_{\text{доп}}(t)$  (обусловленных скоростью сближения ракеты противника  $V_{\text{сбл}}(t)$  с истребителем), угол визирования истребителя  $\varepsilon_{\text{в}}(t)$  (между его вектором скорости и линией «истребитель – ракета»), угловая скорость вращения линии визирования «истребитель – ракета»  $\omega_{\text{в}}(t)$ , скорость истребителя  $V_{\text{и}}(t)$ , радиальное  $a_{\text{и}}(t)$  и боковое  $j_{\text{и}}(t)$  ускорения истребителя, которые являются функционально связанными координатами и поступают с выходов соответствующих устройств (дальномер, формирователь доплеровских сигналов, угломер, инерциальная навигационная система). При этом использование в блоке формирования доплеровских сигналов узкополосной доплеровской фильтрации предопределило следующую частично заданную структуру скоростного канала бортовой РЛС [97] (рис. 6.10).

В бортовой РЛС перспективного истребителя (способной обнаруживать и сопровождать управляемые ракеты класса «воздух – воздух», пущенные в направлении истребителя) в каждый дискретный момент времени на выходе БФДС формируются отсчеты доплеровской частоты  $F_{\text{доп}}(t)$ , обусловленной скоростью сближения истребителя с управляемой ракетой противника. Данной последовательности за период наблюдения может быть присвоен признак  $\tilde{z}$ , который в зависимости от направления полёта ракеты «на меня» или «не на меня» принимает значение единицы либо нуля соответственно.

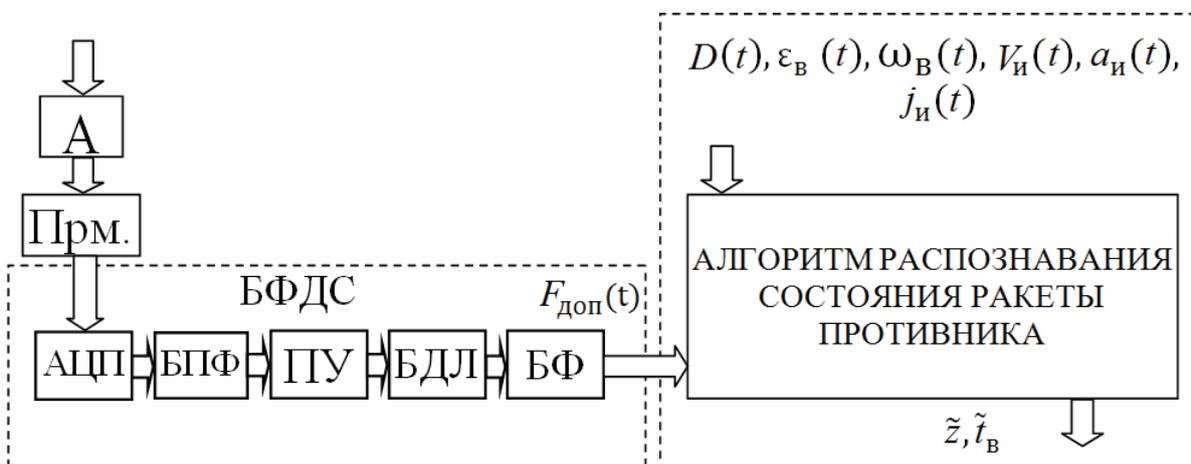


Рис. 6.10. Общая структура скоростного канала бортовой РЛС:

А – антенна, ПРМ – приемник, АЦП – аналого-цифровой преобразователь, БПФ – блок быстрого преобразования Фурье, ПУ – пороговое устройство, БДЛ – блок дискретной логики, БФН – блок формирования наблюдения, БФДС – блок формирования доплеровских сигналов,  $\tilde{z}$  – признак направления полёта управляемой ракеты противника ( $\tilde{z} = 1$  «на меня»,  $\tilde{z} = 0$  «не на меня»);  $\tilde{t}_{\text{в}}$  – время до встречи ракеты с истребителем (рассчитывается при  $\tilde{z} = 1$ )

Таким образом, в структуру скоростного канала бортовой РЛС истребителя, работающей в режиме сопровождения, включён алгоритм распознавания состояния ракеты противника, который в дальнейшем необходимо синтезировать.

### 6.3.1. Структура оптимального алгоритма

Для создания структуры оптимального алгоритма в интересах последующего его синтеза при калмановском подходе целесообразно применение теории совместного оценивания и различения сигналов [58], сущность которой заключается в том, что на основе каждого измерения функционально связанных координат истребителя и ракеты противника необходимо оценивать фазовые координаты и распознавать направление полёта (определять значение переменной  $\tilde{z}$ ) ракеты противника.

Пусть справедлива гипотеза  $\Gamma$  о том, что на вход алгоритма с дискретностью  $k$  поступает с выходов: 1) БФДС бортовой РЛС последовательность отсчётов доплеровской частоты  $F_{\text{доп}}(k)$  (обусловленных скоростью сближения ракеты противника  $V_{\text{сбл}}(k)$  с истребителем), соответствующей отражению радиолокационного сигнала от ракеты противника; 2) измерителей значения фазовых координат  $D(k)$ ,  $\varepsilon_{\text{в}}(k)$ ,  $\omega_{\text{в}}(k)$ ,  $V_{\text{и}}(k)$ ,  $a_{\text{и}}(k)$ ,  $j_{\text{и}}(k)$ ; 3) бортового вычислителя значения радиального  $a_{\text{р}}(k)$  и бокового  $j_{\text{р}}(k)$  ускорений ракеты противника, которые оцениваются оптимальным фильтром алгоритма. Затем осуществляется распознавание направления полёта пущенной ракеты противника  $\tilde{z}$ . Причём, при  $\tilde{z} = 1$  оценивается время, оставшееся до встречи ракеты с истребителем  $\tilde{t}_{\text{в}}$ .

При выполнении условия

$$P(\Gamma) = P_{\tilde{z}}, \tilde{z} = \begin{cases} 0 - \text{"на меня"} \\ 1 - \text{"не на меня"} \end{cases}, P_{\tilde{z}=0} + P_{\tilde{z}=1} = 1, \quad (6.10)$$

где  $P_{\tilde{z}}$  – вероятность справедливости гипотезы  $\Gamma$ , наблюдаемый сигнал на входе синтезируемого оптимального алгоритма в дискретном виде на  $k$ -м шаге работы блока формирования доплеровских сигналов, дальногомера, угломера, инерциальной навигационной системы бортовой РЛС истребителя при справедливости гипотезы  $\Gamma$  можно представить как

$$Y(k) = H(k)X(k) + R(k)\gamma(k), \quad (6.11)$$

где  $Y(k)$  – вектор наблюдения;  
 $H(k)$  – матрица наблюдения;  
 $X(k)$  – вектор состояния;  
 $R(k)$  – матрица шумов наблюдения;

$\gamma(k)$  – вектор-столбец белых гауссовских шумов с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями.

Выражение (6.11) является моделью наблюдения.

В результате физический смысл структуры алгоритма распознавания состояния ракеты противника по принципу «на меня – не на меня» с оценкой времени, оставшегося до встречи ракеты с истребителем (при самонаведении ракеты «на меня»), заключается в следующем (рис. 6.11). На основе модели наблюдения (6.11) для гипотезы Г при соблюдении условия (6.10) в блоке оценок осуществляется оценка фазовых координат вектора состояния  $X(k)$ , по которым рассчитывается эталонное значение угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета». Одновременно в блоке принятия решений на основе сравнения оцененного значения угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета» с её эталонным значением принимается решение о направлении полёта ракеты противника. В случае принятия решения о том, что ракета противника летит «на меня», по оцененным значениям скорости сближения ракеты с истребителем и дальности между ракетой и истребителем рассчитывается время, оставшееся до точки встречи. В случае принятия решения о том, что ракета летит «не на меня», данное время не рассчитывается.

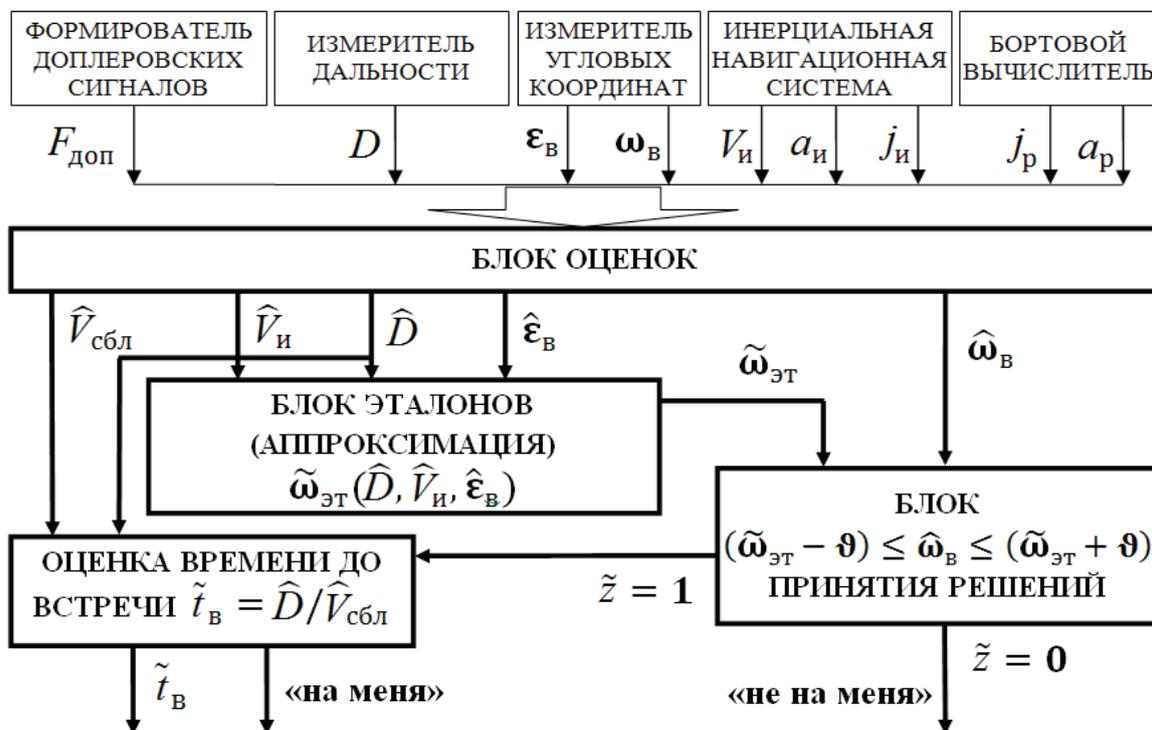


Рис. 6.11. Структура алгоритма распознавания состояния ракеты противника

Структуру алгоритма распознавания состояния ракеты противника составляют блоки оценок, принятия решений и вычисления эталонных значений, которые далее синтезируем.

#### **6.4. Синтез оптимального алгоритма распознавания состояния ракеты противника**

Согласно разработанной структуре алгоритма распознавания состояния ракеты противника (рис. 6.11) необходимо осуществить синтез подалгоритмов работы входящих в него блоков.

Во-первых, путём использования линейных динамических моделей полёта истребителя и управляемой ракеты, приведённых выше, а также применения [1, 27, 48, 98, 99] теории оптимальной дискретной линейной многомерной калмановской фильтрации необходимо синтезировать блок оценок.

Во-вторых, по результатам исследования зависимости угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета» от фазовых координат  $(\hat{D}, \hat{V}_n, \hat{\epsilon}_B)$  осуществить синтез блока эталонов.

И, в-третьих, синтезировать блок принятия решений.

##### **6.4.1. Синтез подалгоритма блока оценок**

Синтез подалгоритма работы блока оценок осуществим при калмановском подходе (по критерию минимума среднеквадратического отклонения ошибки фильтрации) применительно к дуэльной ситуации «один истребитель – одна ракета» исходя из следующих соображений.

Основу синтеза оптимального фильтра составляет: модель состояния, определяемая априорной информацией о характере изменения функционально связанных координат истребителя и ракеты и описываемая системой линейных стохастических дифференциальных уравнений; модель наблюдения, представляемая уравнением (6.11). Неизвестной является обобщённая модель состояния, в которую и будет входить разработанная в параграфе 6.2 динамическая модель полёта ракеты, а также известная динамическая модель полёта истребителя.

При разработке модели состояния примем следующие допущения [27]:

- в составе бортовой РЛС истребителя имеются измерители дальности и доплеровской частоты;
- каналы угломера бортовой РЛС в вертикальной и горизонтальной плоскостях не влияют друг на друга (для определённости будем рассматривать горизонтальную плоскость);

• измерения радиального и боковых ускорений истребителя осуществляются в навигационном комплексе, в состав которого входит и инерциальная навигационная система.

С учётом этих особенностей, а также разработанных динамических моделей определим соответствующие связи между уравнениями согласно [77, 100]. Обобщенную модель состояния можно представить в виде следующей системы дифференциальных уравнений, описывающей изменение функционально связанных фазовых координат истребителя и ракеты противника:

$$\dot{D}(t) = -V_{\text{сбл}}(t) = -(V_{\text{и}}(t) + V_{\text{п}}(t) + \Delta V_{\text{и}}(t) + \Delta V_{\text{п}}(t)), \quad D(0) = D_0, \quad (6.12)$$

$$\dot{V}_{\text{и}}(t) = 0, \quad V_{\text{и}}(0) = V_{\text{и}0}, \quad (6.13)$$

$$\Delta \dot{V}_{\text{и}}(t) = a_{\text{и}}(t), \quad \Delta V_{\text{и}}(0) = \Delta V_{\text{и}0}, \quad (6.14)$$

$$\dot{a}_{\text{и}}(t) = -\alpha_{\text{и}} a_{\text{и}}(t) - \beta_{\text{и}} \Delta V_{\text{и}}(t) + \sqrt{2\alpha_{\text{и}} \sigma_{\text{и}}^2} \xi_1(t), \quad a_{\text{и}}(0) = a_{\text{и}0}, \quad (6.15)$$

$$\dot{V}_{\text{п}}(t) = 0, \quad V_{\text{п}}(0) = V_{\text{п}0}, \quad (6.16)$$

$$\Delta \dot{V}_{\text{п}}(t) = a_{\text{п}}(t), \quad \Delta V_{\text{п}}(0) = \Delta V_{\text{п}0}, \quad (6.17)$$

$$\begin{aligned} \dot{a}_{\text{п}}(t) &= -2\alpha_{\text{п}} a_{\text{п}}(t) - (\alpha_{\text{п}}^2 + \beta_{\text{п}}^2) \Delta V_{\text{п}}(t) + \sqrt{2\alpha_{\text{п}} \sigma_{\text{п}}^2} (2\alpha_{\text{п}} + \sqrt{\alpha_{\text{п}}^2 + \beta_{\text{п}}^2}) \xi_2(t), \\ a_{\text{п}}(0) &= a_{\text{п}0} \end{aligned} \quad (6.18)$$

$$\dot{\varepsilon}_{\text{в}}(t) = \omega_{\text{в}}(t), \quad \varepsilon_{\text{в}}(0) = \varepsilon_{\text{в}0}, \quad (6.19)$$

$$\dot{\omega}_{\text{в}}(t) = -\frac{2\dot{D}(t)}{D(t)} \omega_{\text{в}}(t) + \frac{1}{D(t)} (j_{\text{п}}(t) - j_{\text{и}}(t)), \quad \omega_{\text{в}}(0) = \omega_{\text{в}0}, \quad (6.20)$$

$$\dot{j}_{\text{и}}(t) = -k_{\text{и}} j_{\text{и}}(t) + \sqrt{2k_{\text{и}} \sigma_{\text{и}}^2} \xi_3(t), \quad j_{\text{и}}(0) = j_{\text{и}0}, \quad (6.21)$$

$$\dot{j}_{\text{п}}(t) = -k_{\text{п}} j_{\text{п}}(t) + \sqrt{2k_{\text{п}} \sigma_{\text{п}}^2} \xi_4(t), \quad j_{\text{п}}(0) = j_{\text{п}0}, \quad (6.22)$$

где  $k_{\text{и}}$  и  $k_{\text{п}}$  – коэффициенты, учитывающие манёвренные свойства истребителя и ракеты противника соответственно;

$\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$  – независимые центрированные белые гауссовские шумы.

Таким образом, вектор состояния принимает следующий вид:

$$X(t) = (D(t), V_{\text{и}}(t), \Delta V_{\text{и}}(t), a_{\text{и}}(t), V_{\text{п}}(t), \Delta V_{\text{п}}(t), a_{\text{п}}(t), \varepsilon_{\text{в}}(t), \omega_{\text{в}}(t), j_{\text{и}}(t), j_{\text{п}}(t)). \quad (6.23)$$

Система дифференциальных уравнений (6.12)–(6.22) в векторно-матричном виде будет иметь вид

$$\dot{X} = AX + G\xi, \quad X(0) = X_0, \quad (6.24)$$

где  $X$  и  $X_0$  – истинный вектор состояния и вектор начальных условий размерностью  $[11 \times 1]$ , имеющие следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= |D \quad V_{и} \quad \Delta V_{и} \quad a_{и} \quad V_{р} \quad \Delta V_{р} \quad a_{р} \quad \varepsilon_{в} \quad \omega_{в} \quad j_{и} \quad j_{р}|^T; \\ X_0 &= |D_0 \quad V_{и0} \quad \Delta V_{и0} \quad a_{и0} \quad V_{р0} \quad \Delta V_{р0} \quad a_{р0} \quad \varepsilon_{в0} \quad \omega_{в0} \quad j_{и0} \quad j_{р0}|^T; \end{aligned}$$

$A$  – известная матрица размерностью  $[11 \times 11]$ , имеющая следующие отличные от нуля элементы:

$$\begin{aligned} a_{1,2} = a_{1,3} = a_{1,5} = a_{1,6} = -1; \quad a_{3,4} = a_{6,7} = a_{8,9} = 1; \quad a_{4,3} = -\beta_{и}; \\ a_{4,4} = -a_{и}; \quad a_{7,6} = -(\alpha_{р}^2 + \beta_{р}^2); \quad a_{7,7} = -2a_{р}; \\ a_{9,9} = -\frac{2V_{сбл}}{D}; \quad a_{9,10} = -\frac{1}{D}; \quad a_{9,11} = \frac{1}{D}; \quad a_{10,10} = -k_{и}; \quad a_{11,11} = -k_{р}. \end{aligned}$$

$G$  – матрица размерностью  $[11 \times 11]$ , имеющая следующие отличные от нуля элементы:

$$g_{4,4} = g_{10,10} = \sqrt{2\alpha_{и}\sigma_{и}^2}; \quad g_{7,7} = \sqrt{2\alpha_{р}\sigma_{р}^2(2\alpha_{р} + \sqrt{\alpha_{р}^2 + \beta_{р}^2})}; \quad g_{11,11} = \sqrt{2\alpha_{р}\sigma_{р}^2}.$$

Транспонированный вектор независимых формирующих белых гауссовских шумов с нулевыми математическими ожиданиями и единичными интенсивностями, имеющий размерность  $[11 \times 1]$ :

$$\xi = |0 \quad 0 \quad 0 \quad \xi_1 \quad 0 \quad 0 \quad \xi_2 \quad 0 \quad 0 \quad \xi_3 \quad \xi_4|^T.$$

При этом элементы вектора шумов наблюдения  $\gamma(k)$  модели (6.11) являются некоррелированными с элементами вектора шумов возбуждения  $\xi$ , входящего в выражение (6.24).

Осуществим переход от непрерывной во времени модели состояния (6.12)–(6.22) к её дискретному виду следующим образом. Зададим отрезок  $[0, T]$  и разобьем его на  $n$  эквидистантно расположенных точек  $t_k = k\Delta t$ , где  $\Delta t = T/n$  – шаг дискретизации по времени,  $k = \overline{0, n}$ . Тогда матрица  $X$  будет определяться на каждом  $k$ -м шаге, т. е.

$$X(k) = |D(k) \quad V_{и}(k) \quad \Delta V_{и}(k) \quad a_{и}(k) \quad V_{р}(k) \quad \Delta V_{р}(k) \quad a_{р}(k) \quad \varepsilon_{в}(k) \quad \omega_{в}(k) \quad j_{и}(k) \quad j_{р}(k)|^T.$$

При синтезе подалгоритма блока оценок применим процедуру линейной дискретной многомерной калмановской фильтрации [1, 27, 48, 98, 99], описываемой следующими уравнениями:

$$P^3(k+1) = \Phi(k) P(k) \Phi^T(k) + Q(k); \quad (6.25)$$

$$\Psi(k+1) = H P^3(k+1) H^T + R; \quad (6.26)$$

$$K(k+1) = P^3(k+1) H^T \Psi^{-1}(k+1); \quad (6.27)$$

$$Z(k+1) = Y(k+1) - H \Phi(k) \hat{X}(k); \quad (6.28)$$

$$P(k+1) = [I - K(k+1)] H P^3(k+1); \quad (6.29)$$

$$\hat{X}(k+1) = \Phi(k) \hat{X}(k) + K(k+1) Z(k+1), \quad (6.30)$$

где  $H(k)$  – матрица наблюдения;

$X(k)$  – вектор состояния;

$R(k)$  – матрица шумов наблюдения;

$\gamma(k)$  – вектор-столбец белых гауссовских шумов с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями;

$P^3$  и  $P$  – ковариационные матрицы ошибок экстраполяции и фильтрации;

$\Phi$  – переходная матрица состояния;

$Q$  – ковариационная матрица шумов возбуждения;

$K$  – матрица весовых коэффициентов;

$I$  – единичная матрица;

$\hat{X}$  – оцениваемый вектор состояния;

$Y$  – вектор наблюдения, определяемый согласно выражению (6.11).

Элементы матрицы наблюдения  $H$  будут определяться, с одной стороны, составом измерителей функционально связанных координат ( $D(k)$ ,  $V_n(k)$ ,  $a_n(k)$ ,  $V_{сбл}(k)$ ,  $\varepsilon_b(k)$ ,  $\omega_b(k)$ ,  $j_n(k)$ ), а с другой – условием наблюдаемости оптимального фильтра блока оценок, которое необходимо обеспечить для предотвращения его расходимости. Исходя из этого матрица наблюдения принимает размерность [7x11], не нулевыми элементами которой будут являться следующие:

$$h_{1,1} = h_{2,2} = h_{2,3} = h_{3,4} = h_{4,2} = h_{4,3} = h_{4,5} = h_{4,6} = h_{5,8} = h_{6,9} = h_{7,10} = 1.$$

Определим элементы матриц  $\Phi$  и  $Q$  в соответствии со следующими соотношениями [27, 95]:

$$\Phi(k) = e^{A\Delta t} \approx I + A \Delta t; \quad (6.31)$$

$$Q(k) = M [j(k) j^T(k)]; \quad (6.32)$$

$$j(k) = \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} \Phi[(k+1)\Delta t - \tau]G(\tau)\Xi(\tau)d\tau. \quad (6.33)$$

В результате матрица  $\Phi(k)$ , размерности  $11 \times 11$ , будет иметь следующие, отличные от нуля элементы:

$$\phi_{1,1} = \phi_{2,2} = \phi_{3,3} = \phi_{5,5} = \phi_{6,6} = \phi_{8,8} = 1; \quad \phi_{1,2} = \phi_{1,3} = \phi_{1,5} = \phi_{1,6} = -\Delta t;$$

$$\phi_{3,4} = \phi_{6,7} = \phi_{8,9} = \Delta t; \quad \phi_{4,3} = -\beta_n \Delta t; \quad \phi_{4,4} = \phi_{10,10} = 1 - \alpha_n \Delta t;$$

$$\phi_{7,6} = -(\alpha_p^2 + \beta_p^2)\Delta t; \quad \phi_{7,7} = 1 - 2\alpha_p \Delta t; \quad \phi_{9,9} = 1 - \frac{2V_{\text{сбл}}}{D} \Delta t$$

$$\phi_{9,10} = -\frac{1}{D} \Delta t; \quad \phi_{9,11} = \frac{1}{D} \Delta t; \quad \phi_{11,11} = 1 - \alpha_p \Delta t.$$

Матрица  $Q(k)$ , размерности  $11 \times 11$ , будет иметь следующие, отличные от нуля элементы:

$$q_{4,4} = 2\alpha_n \sigma_n^2 (\Delta t - \alpha_n \Delta t^2 + \alpha_n^2 \frac{\Delta t^3}{3});$$

$$q_{4,7} = q_{7,4} = 2\sqrt{\alpha_n \sigma_n^2 \alpha_p \sigma_p^2} (\alpha_p \Delta t^2 - 2\alpha_n \alpha_p \frac{\Delta t^3}{3} - \Delta t + \alpha_n \frac{\Delta t^2}{2});$$

$$q_{4,10} = q_{10,4} = 2\sigma_n^2 \sqrt{\alpha_n k_n} (1 - (\alpha_n - k_n) \frac{\Delta t^2}{2} + \alpha_n k_n \frac{\Delta t^3}{3});$$

$$q_{4,11} = q_{11,4} = 2\sqrt{\alpha_n \sigma_n^2 \alpha_p \sigma_p^2} (1 - (\alpha_n - \alpha_p) \frac{\Delta t^2}{2} + \alpha_n \alpha_p \frac{\Delta t^3}{3});$$

$$q_{7,7} = 2\alpha_p \sigma_p^2 (\Delta t - \alpha_p \Delta t^2 + \alpha_p^2 \frac{\Delta t^3}{3});$$

$$q_{7,10} = q_{10,7} = 2\sqrt{\alpha_p \sigma_p^2 k_n \sigma_n^2} (\alpha_p \Delta t^2 - 2k_n \alpha_p \frac{\Delta t^3}{3} - \Delta t + k_n \frac{\Delta t^2}{2});$$

$$q_{7,11} = q_{11,7} = \sigma_p^2 \sqrt{\alpha_p k_p} (1 - (\alpha_p - k_p) \frac{\Delta t^2}{2} + \alpha_p k_p \frac{\Delta t^3}{3});$$

$$q_{10,10} = 2k_n \sigma_n^2 (\Delta t - \alpha_n \Delta t^2 + \alpha_n^2 \frac{\Delta t^3}{3});$$

$$q_{10,11} = q_{11,10} = 2\sqrt{k_n \sigma_n^2 k_p \sigma_p^2} (1 - (k_n - k_p) \frac{\Delta t^2}{2} + k_n k_p \frac{\Delta t^3}{3});$$

$$q_{11,11} = 2k_p \sigma_p^2 (\Delta t - k_p \Delta t^2 + k_p^2 \frac{\Delta t^3}{3}).$$

В известных работах [58] при расчёте элементов ковариационной матрицы  $Q$  шумов возбуждения, как правило, ограничивались линейными членами первого порядка, что удовлетворяло по точностным характеристикам фильтра, но при этом уменьшало требования к вычислительным ресурсам бортовой ЦВМ.

В данном случае, пренебрегая членами второго и третьего порядка, имеющими место при вычислении элементов матрицы  $Q$  шумов возбуждения, фильтр начинал расходиться. Поэтому использовалась полная ковариационная матрица  $Q$  шумов возбуждения с учётом членов уравнений первого, второго и третьего порядков.

В этом случае модель состояния (6.12)–(6.22) после соответствующих преобразований будет описываться следующей системой уравнений, представляющей собой дискретную модель состояния оптимального фильтра блока оценок:

$$D(k+1) = D(k) - [V_n(k) + V_p(k) + \Delta V_n(k) + \Delta V_p(k)] \Delta t; \quad (6.34)$$

$$V_n(k+1) = V_n(k); \quad (6.35)$$

$$\Delta V_n(k+1) = \Delta V_n(k) + a_n(k) \Delta t; \quad (6.36)$$

$$a_n(k+1) = (1 - a_n(k) \Delta t) a_n(k) - \beta_n \Delta V_n(k) \Delta t; \quad (6.37)$$

$$V_p(k+1) = V_p(k); \quad (6.38)$$

$$\Delta V_p(k+1) = \Delta V_p(k) + a_p(k) \Delta t; \quad (6.39)$$

$$a_p(k+1) = (1 - a_p(k) \Delta t) a_p(k) - (\alpha_p^2 + \beta_p^2) \Delta V_n(k) \Delta t; \quad (6.40)$$

$$\varepsilon_B(k+1) = \varepsilon_B(k) + \omega_B(k) \Delta t; \quad (6.41)$$

$$\begin{aligned} \omega_B(k+1) = & \left(1 - \frac{2[V_n(k) + V_p(k) + \Delta V_n(k) + \Delta V_p(k)]}{D(k)} \Delta t\right) \omega_B(k) - \\ & - \frac{1}{D(k)} j_n(k) \Delta t + \frac{1}{D(k)} j_p(k) \Delta t, \end{aligned} \quad (6.42)$$

$$j_n(k+1) = (1 - k_n \Delta t) j_n(k); \quad (6.43)$$

$$j_p(k+1) = (1 - k_p \Delta t) j_p(k). \quad (6.44)$$

Далее определим элементы матриц  $R$ ,  $X_0$ ,  $P$ , которые являются начальными условиями для калмановского оптимального фильтра, описываемого выражениями (6.25)–(6.30).

Элементы ковариационной матрицы  $R$  шумов наблюдения (измерения) размерностью  $[7 \times 7]$ , определяются по следующей формуле:

$$\sigma^2 = \left( \frac{\delta}{\sqrt{q}} \right)^2, \quad (6.45)$$

где  $\delta$  – разрешающая способность по соответствующей измеряемой координате;

$q$  – отношение сигнал/шум на входе фильтра.

Для расчёта дисперсий ошибок измерений наблюдаемых параметров примем отношение сигнал/шум, равное 20 дБ.

Разрешающая способность по дальности при простом зондирующем сигнале с длительностью импульса 1 мкс составит 150 м, а согласно формуле (6.45) дисперсия ошибки измерения дальности будет равна  $225 \text{ м}^2$ .

Разрешающую способность измерения собственной скорости истребителя примем равной 0,16 м/с, тогда согласно формуле (6.45) дисперсия ошибки измерения скорости составит  $256 \cdot 10^{-4} \text{ (м/с)}^2$ .

Разрешающая способность по скорости в бортовой РЛС истребителя определяется, как

$$\delta V_p = \frac{\lambda}{2} \Delta f_{\text{доп}}, \quad (6.46)$$

где  $\Delta f_{\text{доп}}$  – полоса пропускания доплеровского фильтра, Гц.

Полоса пропускания доплеровского фильтра рассчитывается как

$$\Delta f_{\text{доп}} = \sqrt{\frac{2(a_n + a_p)}{\lambda}}, \quad (6.47)$$

где  $a_n$  и  $a_p$  – радиальное ускорение истребителя и ракеты соответственно.

Полоса пропускания  $\Delta f_{\text{доп}}$  узкополосного доплеровского фильтра при согласованной обработке будет определяться шириной спектра  $\Delta f_c$  отражённого сигнала [44], т. е.

$$\Delta f_{\text{доп}} = \Delta f_c. \quad (6.48)$$

Из выражений (6.47) и (6.48) следует, что теоретически ширина спектра сигнала  $\Delta f_c$ , отражённого от сопровождаемой в бортовой РЛС истребителя управляемой ракеты, при заданной длине волны  $\lambda$  определяется величинами радиальных ускорений истребителя  $a_n$  и ракеты  $a_p$ .

Оценим необходимую (теоретическую) величину  $\Delta f_{\text{доп}}$  при условии равнозамедленного полёта ракеты противника и компенсации собственного ускорения истребителя при длине волны бортовой РЛС  $\lambda = 0,04 \text{ см}$  ( $a_n = 0$ ,  $a_p = -16 \text{ м/с}^2$ ). При данных значениях требуемая (теоретическая) ширина доплеровского фильтра должна составлять около 28 Гц.

В результате проведённых лётно-экспериментальных исследований по регистрации радиолокационных сигналов, отражённых от различных типов ракет, и их обработке на основе использования узкополосной доплеровской фильтрации получены следующие значения ширины спектра отражённого сигнала (табл. 6.2).

Из анализа табл. 6.2 следует, что требуемая величина полосы пропускания узкополосного доплеровского фильтра в скоростном канале бортовой РЛС должна составлять  $\Delta f_{\text{доп}} \approx 26\text{--}31$  Гц, что согласуется с теоретической величиной полосы пропускания узкополосного доплеровского фильтра (28 Гц).

При дальнейших расчётах примем  $\Delta f_{\text{доп}} = 30$  Гц. Тогда разрешающая способность по скорости будет составлять 0,6 м/с, а дисперсия ошибки её измерения –  $3,6 \cdot 10^{-3} \text{ (м/с)}^2$ .

Таблица 6.2

Ширина спектра сигнала, отражённого от различных типов управляемых ракет

Параметр	Тип ракеты		
	Р-27 «воздух–воздух»	Р-33 «воздух–воздух»	Х-25 «воздух–поверхность»
$\tilde{m} [\Delta f_c], \text{ Гц}$	27	28,5	30,4
$\tilde{\sigma} [\Delta f_c], \text{ Гц}$	0,21	0,13	0,11
$I_{0,95}$	[26,64; 27,46]	[28,24; 28,75]	[30,2; 30,6]

Разрешающая способность по угловым координатам измерения угла визирования определяется шириной диаграммы направленности антенны  $\Theta_L$ , т. е.

$$\delta \varepsilon_B = \Theta_L, \quad (6.49)$$

которая для современных бортовых РЛС с фазированной антенной решеткой составляет около  $1,8^\circ$  вдоль оси фюзеляжа. В связи с этим при рассмотрении тактической ситуации самонаведения ракеты на истребитель в переднюю полусферу под ракурсами (0/4–2/4) можно сделать предположение, что отклонение диаграммы направленности антенны от продольной оси фюзеляжа истребителя в пределах  $8\text{--}30^\circ$  окажет незначительное влияние на величину  $\Theta_L$  и разрешающая способность приблизительно будет составлять

$$\delta \varepsilon_B = \Theta_L \approx 2^\circ. \quad (6.50)$$

Тогда, согласно формуле (6.45), при отношении сигнал/шум  $q = 100$  дисперсия ошибки измерения угла визирования истребителя для одной плоскости составляет  $\sigma_{\varepsilon_B}^2 = 4 \cdot 10^{-2}, (1^\circ)^2$ .

Дисперсия ошибки измерения угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета», рассчитываемая по формуле (6.45), будет соответствовать значению  $\sigma_{\omega_B}^2 = 4 \cdot 10^{-4}, (1^\circ/\text{с})^2$ .

Погрешность измерения бокового ускорения истребителя маятниковым акселерометром, входящим в состав его инерциальной навигационной системы, а также радиального ускорения приближенно можно определить как сумму среднеквадратического отклонения систематической составляющей ошибки акселерометра и среднеквадратического отклонения флюктуационной составляющей ошибки акселерометра.

При этом систематическая составляющая ошибки акселерометра  $\Delta a^0$  представляет собой нормально распределенную случайную величину с нулевым математическим ожиданием, а флюктуационная составляющая  $\Delta a^\Phi$  – стационарный случайный процесс. Для современных инерциальных навигационных систем среднеквадратические отклонения систематической и флюктуационной составляющих погрешности измерения бокового ускорения истребителя равны  $10^{-4}$  g. Тогда дисперсии ошибок измерений бокового и радиального ускорений истребителя будут составлять

$$\sigma_{jn}^2 = \sigma_{an}^2 = 3,8 \cdot 10^{-4}, (\text{м/с}^2)^2.$$

Таким образом, диагональные элементы ковариационной матрицы шумов наблюдения  $R$  состоят из найденных выше дисперсий ошибок измерений наблюдаемых координат, а остальные заполнены нулями. Значениями диагональных элементов матрицы  $R$  являются следующие:

$$r_{1,1} = 225; r_{2,2} = 2,56 \cdot 10^{-4}; r_{3,3} = 3,84 \cdot 10^{-4}; r_{4,4} = 3,6 \cdot 10^{-3};$$

$$r_{5,5} = 4 \cdot 10^{-2}; r_{6,6} = 4 \cdot 10^{-4}; r_{7,7} = 3,84 \cdot 10^{-4}.$$

Далее определим выражение для нахождения начальных (при  $k = 0$ ) диагональных элементов матрицы ошибок фильтрации  $P$ , т. е.  $p_{ii}(0)$ , где  $i = \overline{1,11}$ . Для этого необходимо получить несколько (достаточно 5–7) [58] реализаций дискретной модели состояния (6.37)–(6.47), а затем найти максимальное и минимальное значение каждого параметра. При гауссовском распределении вероятности каждого параметра модели можно применить следующую формулу [27, 77]:

$$p_{ii}(0) = \frac{(X_{i \max} - X_{i \min})^2}{36}. \quad (6.51)$$

Матрица ошибок фильтрации  $P$  ( $k = 0$ ), не нулевыми из которой являются следующие диагональными элементами:

$$\begin{aligned}
 p_{1,1} &= 6,25 \cdot 10^6 \text{ м}^2; & p_{2,2} &= 1,1 \cdot 10^3 \text{ (м}^2/\text{с}^2)^2; & p_{3,3} &= 11,28 \text{ (м/с)}^2; \\
 p_{4,4} &= 0,528 \text{ (м}^2/\text{с}^2)^2; & p_{5,5} &= 2,5 \cdot 10^4 \text{ (м/с)}^2; & p_{6,6} &= 7,11 \text{ (м/с)}^2; \\
 p_{7,7} &= 0,278 \text{ (м/с)}^2; & p_{8,8} &= 25 \text{ (град)}^2; & p_{9,9} &= 0,4 \text{ (град/с)}^2; \\
 p_{10,10} &= 0,46 \text{ (м/с)}^2; & p_{11,11} &= 0,13 \text{ (м/с)}^2.
 \end{aligned}$$

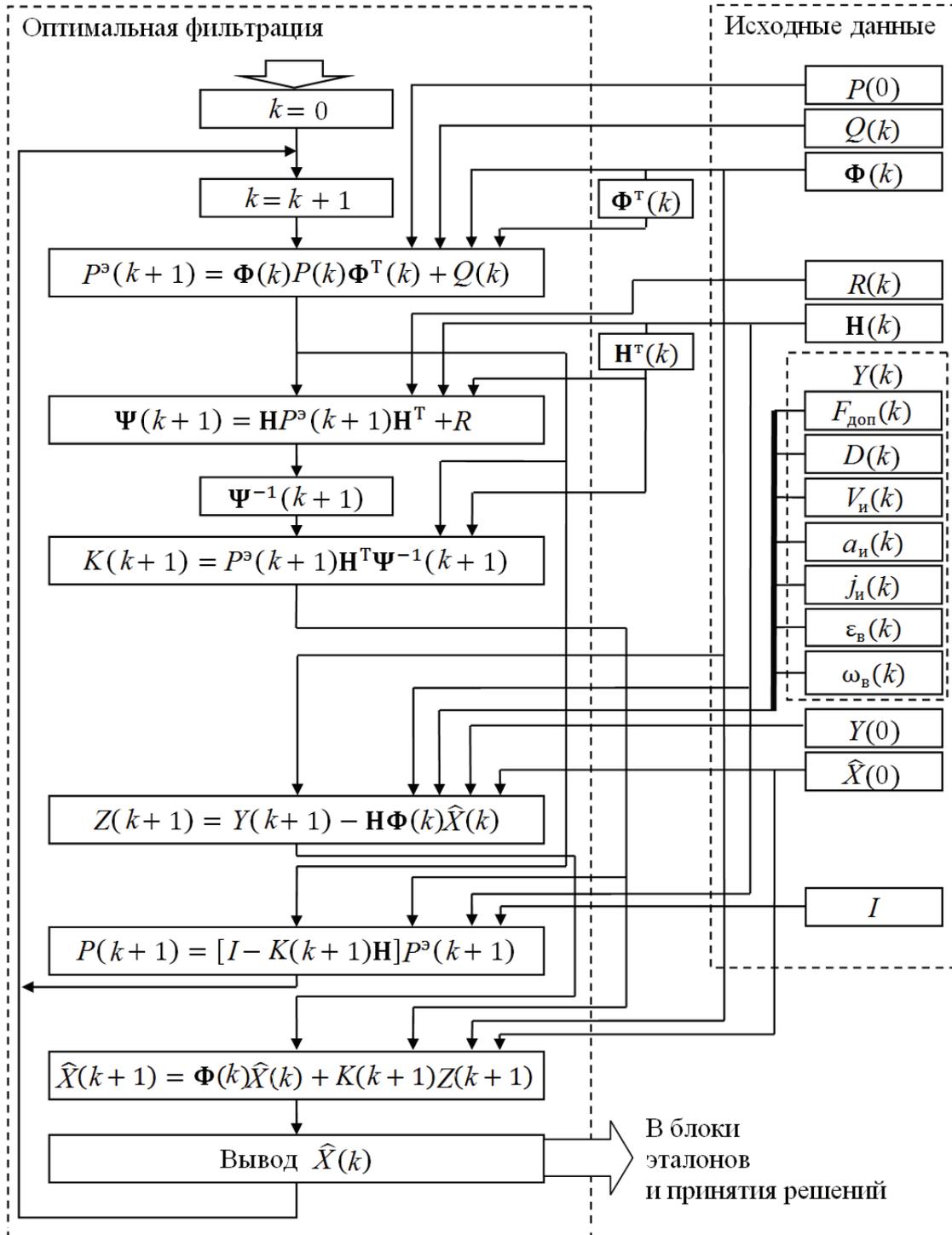


Рис. 6.12. Структурная схема подалгоритма блока оценок

Для определения начальных значений оцениваемого вектора состояния  $\hat{X}$  (при  $k = 0$ ), т. е.  $x_i(0)$ , где  $i = \overline{1,11}$ , воспользуемся следующим выражением [27, 77]:

$$x_i(0) = \frac{X_{i \max} + X_{i \min}}{2}. \quad (6.52)$$

Начальные значения элементов  $x_i(0)$  не раскрыты, поскольку оказываются различными при изменении начальных условий процесса фильтрации фазовых координат самонаведения ракеты на истребитель и не имеют в данном изложении научного характера.

На рис. 6.12 представлена структурная схема подалгоритма синтезированного оптимального фильтра блока оценок для случая сопровождения одной ракеты противника, разрешаемой по доплеровской частоте.

Таким образом, синтезирован оптимальный по критерию минимума среднеквадратического отклонения ошибки оценивания фильтр (блок оценки) в виде уравнений калмановской процедуры линейной многомерной дискретной фильтрации (6.25)–(6.30), для которой определены структуры матриц и входящие в них элементы.

В процессе исследований определено, что синтезированный подалгоритм блока оценок обладает свойствами наблюдаемости и устойчивости.

#### 6.4.2. Синтез подалгоритма блока эталонов

На основе кинематической модели самонаведения ракеты «воздух–воздух» на истребитель в соответствии с методом пропорционального сближения определим выражение аппроксимации угловой скорости вращения линии визирования «истребитель–ракета» в интересах построения совокупности их эталонных значений при различных фазовых координатах (дальность, скорость и угол визирования).

Основой аппроксимации является математическое выражение, описывающее зависимость угловой скорости вращения линии визирования от дальности ракеты противника до истребителя, которая по критерию минимума квадрата разности будет соответствовать приближению к реальной зависимости.

Для нахождения аппроксимирующего выражения необходимо, во-первых, определить вид функции, во-вторых, найти параметры этой функции для различных фазовых координат истребителя и ракеты.

Поскольку фазовые координаты модели самонаведения являются дискретными величинами, то решение задачи выбора вида аппроксимирующей функции сводится:

- либо к интерполяции данных, если выстраиваемая кривая  $\tilde{\omega}_{\text{эт}}(\hat{D}, \hat{V}_и, \hat{\epsilon}_в)$ , далее  $\tilde{\omega}_{\text{эт}}$ , должна проходить через точки истинной кривой зависимости  $\omega_{\text{мод}}$ , полученной по модели самонаведения ракеты на истребитель в соответствии с методом пропорционального сближения;

- либо к регрессии, если  $\tilde{\omega}_{\text{эт}}$  должна некоторым образом (например, в виде определенной аналитической зависимости) приближаться к  $\omega_{\text{мод}}$ , при этом оценки  $\tilde{\omega}_{\text{эт}}$  должны быть оптимальными, например по критерию минимума среднеквадратического отклонения ошибки, и не обязательно проходить через все точки кривой;

- либо к сглаживанию (частный случай фильтрации), если  $\tilde{\omega}_{\text{эт}}$  не только приближает выстраиваемую кривую к реальной, но и учитывает, что в действительности данные получены с некоторой погрешностью, выражающей шумовую компоненту измерений (ошибки оценивания  $\hat{\omega}_в$ ).

Экспериментальное исследование различных видов функций на степень приближения  $\tilde{\omega}_{\text{эт}}$  к  $\omega_{\text{мод}}$  определило выбор логарифмической регрессии, максимально близко описывающей кривую модели и имеющей минимум квадрата разности при сравнении с рассматриваемыми видами аппроксимаций траектории зависимости  $\tilde{\omega}_{\text{эт}}(\hat{D}, \hat{V}_и, \hat{\epsilon}_в)$ .

При поиске предпочтительного выражения аппроксимации сравнивались следующие виды функций:

- аппроксимация линейной регрессией вида  $Y = aX + b$  (метод наименьших квадратов);
- аппроксимация экспоненциальной регрессией вида  $Y = a \exp(bX) + c$ ;
- аппроксимация полиномиальной регрессией второго порядка вида  $Y = aX^2 + bX + c$  (часть параболы);
- аппроксимация степенной регрессией вида  $Y = aX^b + c$ ;
- аппроксимация логарифмической регрессией вида  $Y = a \ln(X) + b$ .

По критерию минимума квадрата разности выбрано выражение математической аппроксимации логарифмической функцией, которое заключается в приближении эталонного значения угловой скорости вращения линии визирования к её истинному значению при самонаведении ракеты на истребитель с учётом фазовых координат  $(\hat{D}, \hat{V}_и, \hat{\epsilon}_в)$ .

Это подтверждается проведёнными расчётами отклонений с использованием критерия минимума квадрата разности, согласно которому вычислялись суммы квадрата разности  $(\delta = (y_{iэ} - y_{ит})^2)$  для каждой из рассматриваемых аппроксимаций.

Максимальные отклонения сведены в табл. 6.3.

Таблица 6.3

Варианты аппроксимации угловой скорости вращения  
линии визирования

Вид аппроксимирующей функции	Значение критерия $K$ , $1^\circ/\text{с}$	Ошибка аппроксимации $\delta$ , %
Линейная $Y = aX + b$	$2,45 \cdot 10^{-3}$	35,1
Полиномиальная $Y = aX^2 + bX + c$	$1,52 \cdot 10^{-3}$	21,7
Экспоненциальная $Y = a \exp(bX) + c$	$9,2 \cdot 10^{-4}$	13,2
Логарифмическая $Y = a \ln(X) + b$	$2,3 \cdot 10^{-4}$	3,2

Таким образом, определено математическое выражение, описывающее зависимость угловой скорости вращения линии визирования от дальности управляемой ракеты до истребителя, которое по критерию минимума квадрата разности приближается к реальной зависимости (ошибка приближения составляет 3,2 %).

Далее рассчитаем значения коэффициентов аппроксимирующей функции. В результате детального анализа зависимости угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета» от дальности истребителя до ракеты, скорости и угла визирования истребителя получены графики изменения каждого из коэффициентов (рис. 6.13, 6.14).

Вид графиков (рис. 6.13, 6.14) свидетельствует о линейной зависимости коэффициентов  $a$  и  $b$  от скорости и угла визирования истребителя.

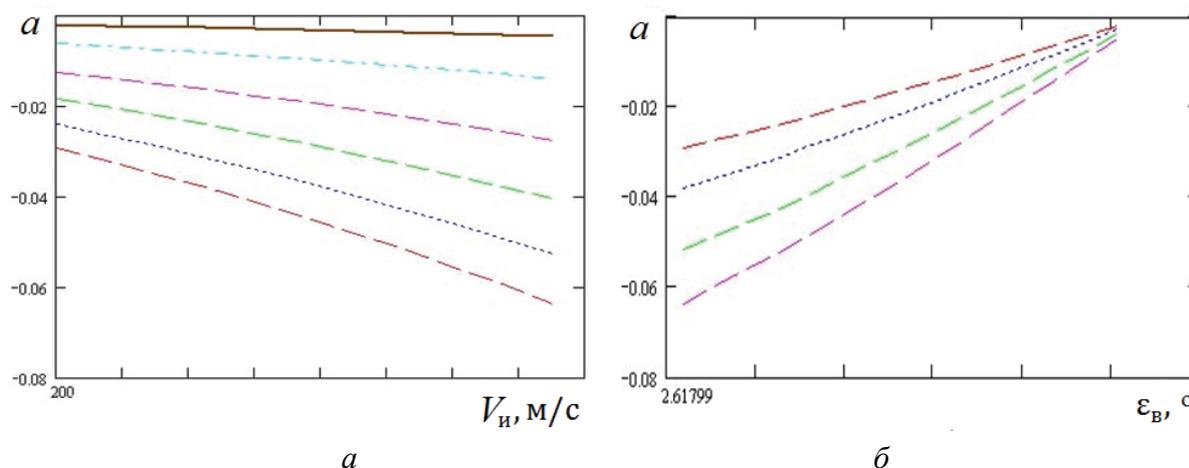


Рис. 6.13. Зависимости: а – коэффициента  $a$  от скорости истребителя;  
б – коэффициента  $a$  от угла визирования истребителя

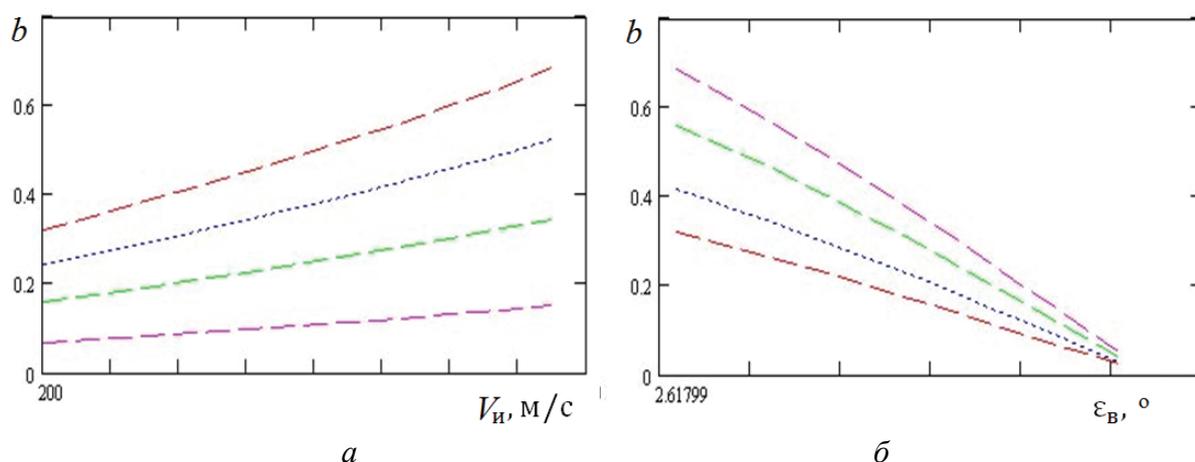


Рис. 6.14. Зависимости: а – коэффициента  $b$  от скорости истребителя;  
б – коэффициента  $b$  от угла визирования истребителя

Это определило их описание с помощью следующих выражений:

$$a(V_{\text{И}}, \varepsilon_{\text{В}}) = (a_2 \varepsilon_{\text{В}} + b_2) V_{\text{И}} + (a_3 \varepsilon_{\text{В}} + b_3), \quad (6.53)$$

$$b(V_{\text{И}}, \varepsilon_{\text{В}}) = (a_4 \varepsilon_{\text{В}} + b_4) V_{\text{И}} + (a_5 \varepsilon_{\text{В}} + b_5). \quad (6.54)$$

Здесь выражение (6.53) определяет зависимость коэффициента  $a$  от скорости и угла визирования истребителя, а выражение (6.54) – зависимость коэффициента  $b$  от скорости и угла визирования истребителя.

Результатирующее выражение аппроксимации угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета» (эталона) принимает вид

$$\tilde{\omega}_{\text{ЭТ}}(D, V_{\text{И}}, \varepsilon_{\text{В}}) = a(V_{\text{И}}, \varepsilon_{\text{В}}) \ln(D) + b(V_{\text{И}}, \varepsilon_{\text{В}}), \quad (6.55)$$

где численные значения коэффициентов следующие:

$$\begin{aligned} a_2 &= -4,2 \cdot 10^{-4}; & b_2 &= -4,5 \cdot 10^{-6}; \\ a_3 &= 2,3 \cdot 10^{-2}; & b_3 &= 3,8 \cdot 10^{-4}; \\ a_4 &= 4,4 \cdot 10^{-3}; & b_4 &= 4,7 \cdot 10^{-5}; \\ a_5 &= -0,23; & b_5 &= -3,8 \cdot 10^{-3}; \end{aligned}$$

Таким образом, на основе кинематической модели самонаведения ракеты на истребитель в соответствии с методом пропорционального сближения и использования критерия минимума квадрата разности определено выражение аппроксимации вида логарифмической регрессии с соответствующими коэффициентами для угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета». Выражение (6.55) положено в основу работы блока эталонов (рис. 6.11) и реализуется в следующем подалгоритме (рис. 6.15).

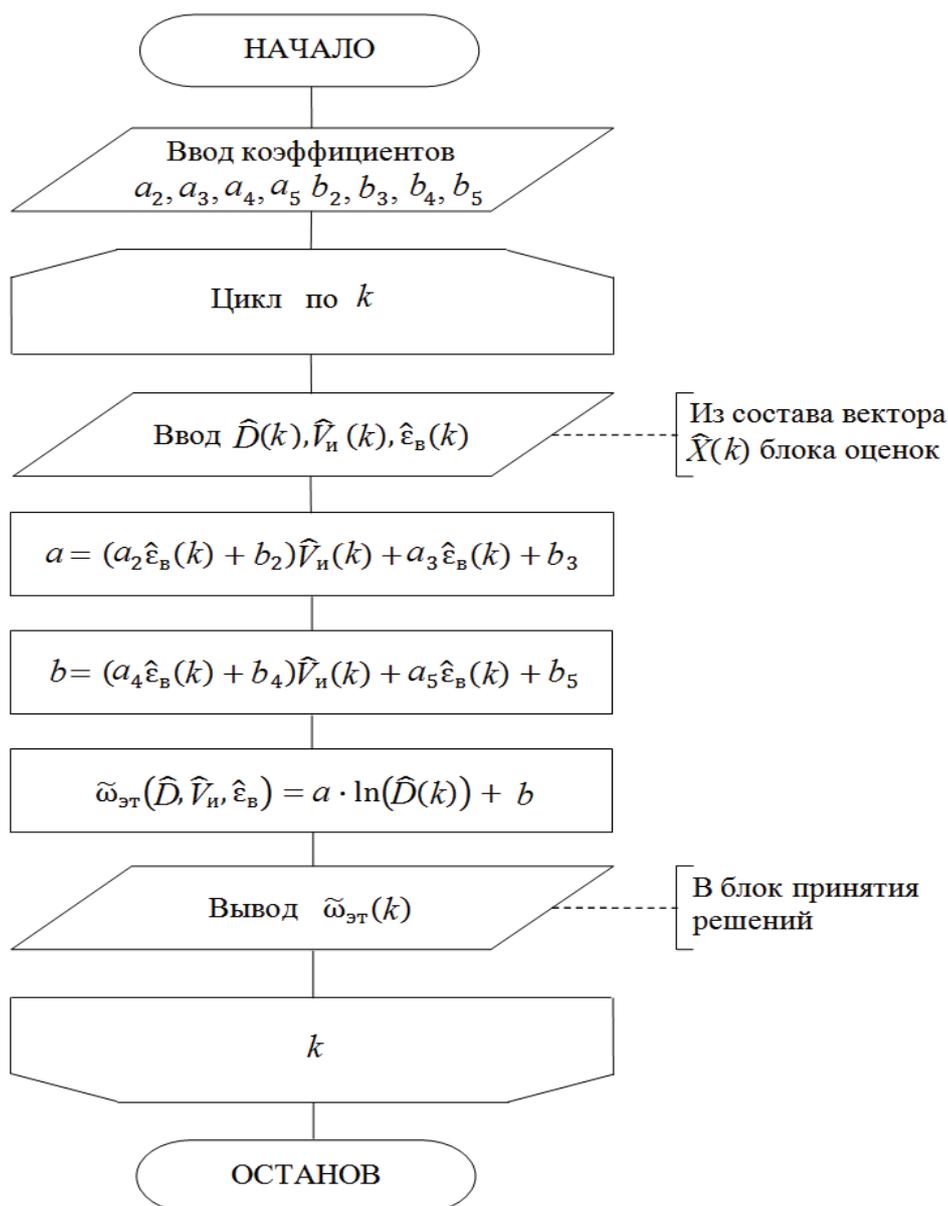


Рис. 6.15. Блок-схема подалгоритма блока эталонов

Определим точность аппроксимации в блоке эталонов, т. е. максимально возможные ошибки аппроксимации оцененных оптимальным калмановским фильтром (с учётом погрешностей измерения фазовых координат) значений угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета» при различных оценках фазовых координат  $\hat{D}$ ,  $\hat{V}_n$  и  $\hat{e}_b$ , поступающих на вход подалгоритма блока эталонов. Точность аппроксимации угловой скорости вращения линии визирования осуществлялась посредством вычислений оценок фазовых координат в синтезированном калмановском фильтре по  $N$ -испытаниям. Результаты вычислений представлены на рис. 6.16 и 6.17 при максимально возможных ошибках фильтрации.

Расчётное значение числа опытов составило  $N_1 = 384$  (при  $q = 14$  дБ) и  $N_2 = 96$  (при  $q = 20$  дБ).

Точность аппроксимации значений угловой скорости вращения линии визирования при использовании критерия минимума суммы квадрата разности (2.8) оцениваемого параметра между полученными путем моделирования кинематики процесса самонаведения ракеты на истребитель при угле визирования  $\hat{\varepsilon}_b = 0^\circ$  и с максимально возможным значением угла  $\hat{\varepsilon}_b = 30^\circ$  при прочих равных условиях для  $q = 14$  дБ и  $q = 20$  дБ на входе блока оценок составила соответственно  $5,7 \cdot 10^{-4}$ ,  $1^\circ/\text{с}$  и  $5,53 \cdot 10^{-4}$ ,  $1^\circ/\text{с}$ .

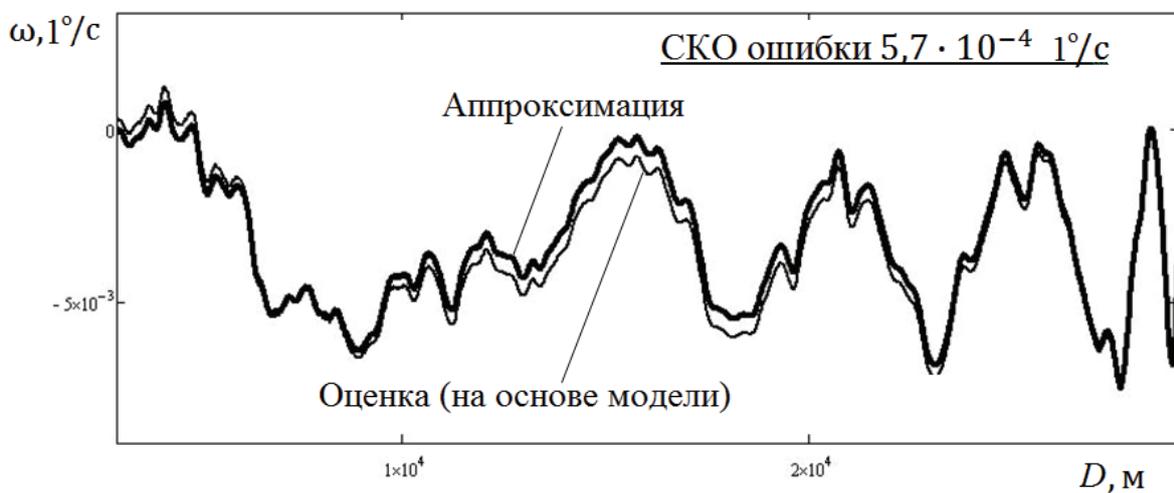


Рис. 6.16. Точность аппроксимации оцененной угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета» при  $q = 14$  дБ

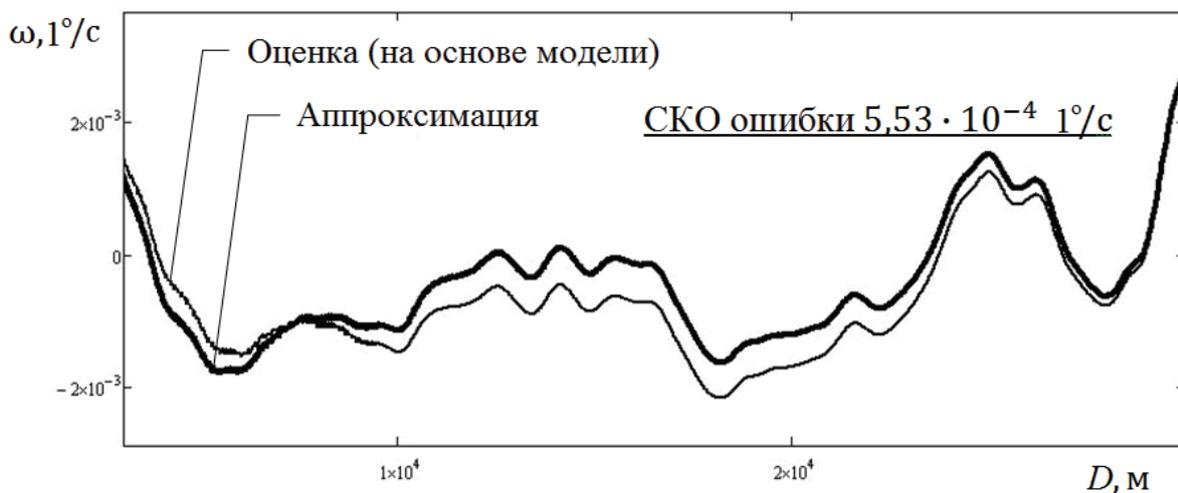


Рис. 6.17. Точность аппроксимации оцененной угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета» при  $q = 20$  дБ

В соответствии с критерием минимума квадрата разности получаем  $\chi \leq 0,22$ . С учётом этого неадекватность математического описания оцениваемого параметра угловой скорости вращения линии визирования  $\hat{\omega}_в$  не превышает  $\delta \leq 3,43$  % при  $q = 14$ – $20$  дБ.

Таким образом, на основе созданной кинематической модели самонаведения ракеты «воздух–воздух» на истребитель методом пропорционального сближения разработан блок эталонов, учитывающий закон изменения параметра угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета»  $\omega_{эт}$  и выполняющий задачу получения его эталонного значения, близкого по точности к истинному (среднеквадратическое отклонение ошибки менее 1 %), при различных значениях дальности до ракеты, скоростях и углах визирования истребителя.

### 6.4.3. Синтез подалгоритма блока принятия решений

В основу подалгоритма принятия решений о направлении полёта управляемой ракеты противника по принципу «на меня – не на меня» предполагается заложить такое сравнение оцененной угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета» (с блока оценок) с эталонным её значением (с блока эталонов), в котором должны учитываться все возможные значения. Другими словами, необходимо определить область возможных значений и построить доверительные границы для оцениваемой угловой скорости вращения линии визирования в процессе самонаведения ракеты на истребитель. При синтезе подалгоритма принятия решений необходимо также учитывать влияние следующих факторов:

- с момента постановки ракеты противника на сопровождение в бортовых РЛС обоих истребителей начальные оценки фазовых координат калмановским фильтром имеют большие по величине дисперсии ошибки фильтрации, значительно превышающие допустимые значения (переходной процесс);
- необходимое и достаточное количество оценок фазовых координат с момента постановки ракеты на сопровождение в бортовых РЛС истребителей, т.е. необходимое время для распознавания априорно неизвестно;
- требования к временным затратам определяют необходимость минимизации времени на распознавание и принятие решения о направлении полёта ракеты противника.

С учётом этого осуществим поэтапный синтез подалгоритма блока принятия решений.

1. Определим область возможных значений и построим доверительные границы (интервал) для оцениваемой угловой скорости вращения линии визирования.

Для этого, согласно [64], определим нижнюю и верхнюю границу (доверительный интервал) значений оцениваемой на каждом шаге угловой скорости вращения линии визирования  $\hat{\omega}_в$  по числу опытов  $N$  и получим значение ошибки  $\vartheta$ , возникающей при замене оцененной  $\hat{\omega}_в$  её эталонным значением  $\tilde{\omega}_{эт}$ , т. е.

$$\tilde{\omega}_{эт} - \vartheta < \hat{\omega}_в < \tilde{\omega}_{эт} + \vartheta = \beta, \quad (6.56)$$

что означает попадание значения  $\hat{\omega}_в$  в доверительный интервал

$$I_\beta = (\tilde{\omega}_{эт} - \vartheta; \tilde{\omega}_{эт} + \vartheta). \quad (6.57)$$

2. Исключим значения оцененных фазовых координат ракеты и истребителя, полученные во время переходного процесса фильтра (15–20 первых тактов работы) и имеющие большие ошибки.

Для этого введём в подалгоритм блока принятия решений цикл задержки заданной длительности, равной длительности переходного процесса подалгоритма блока оценок  $t_{пр} \approx 1$  с.

3. Минимальное время наблюдения (распознавания)  $t_{орг \min}$  будем считать достаточным только тогда, когда при соответствующем количестве измерений фазовых координат  $n_{из}$  оцененная статистическая вероятность попадания (событие  $A = 1$ ) или непопадания (событие  $A = 0$ ) параметра угловой скорости вращения линии визирования  $\hat{\omega}_в$  в доверительные границы её эталонного значения  $\tilde{\omega}_{эт}$  (6.56) окажется не ниже порога  $p$  (необходимо в дальнейшем определить), при котором значение вероятности распознавания подалгоритмом не превысит требуемое [15, 17, 18] ограничение  $P_{пор} = 0,8$ . Тогда максимальное время наблюдения  $t_{орг \min}$  будет определяться с учётом оставшегося времени до встречи ракеты с истребителем и необходимого его запаса на совершение противоракетного манёвра. При этом оценку на каждом  $i$ -м шаге (при  $i = \overline{0, k} \in t_p$ ) обозначим событием  $A_i$ , которое принимает значение  $A_i = 1$ , если попало, и  $A_i = 0$ , если не попало, т.е. определим статистическую вероятность [64, 65] правильного распознавания состояния ракеты противника:

$$\hat{v} = \frac{\sum_{i=1}^k A_i}{n_{из}}. \quad (6.58)$$

Таким образом, подалгоритм функционирования блока принятия решений будет определяться следующей блок-схемой (рис. 6.18).

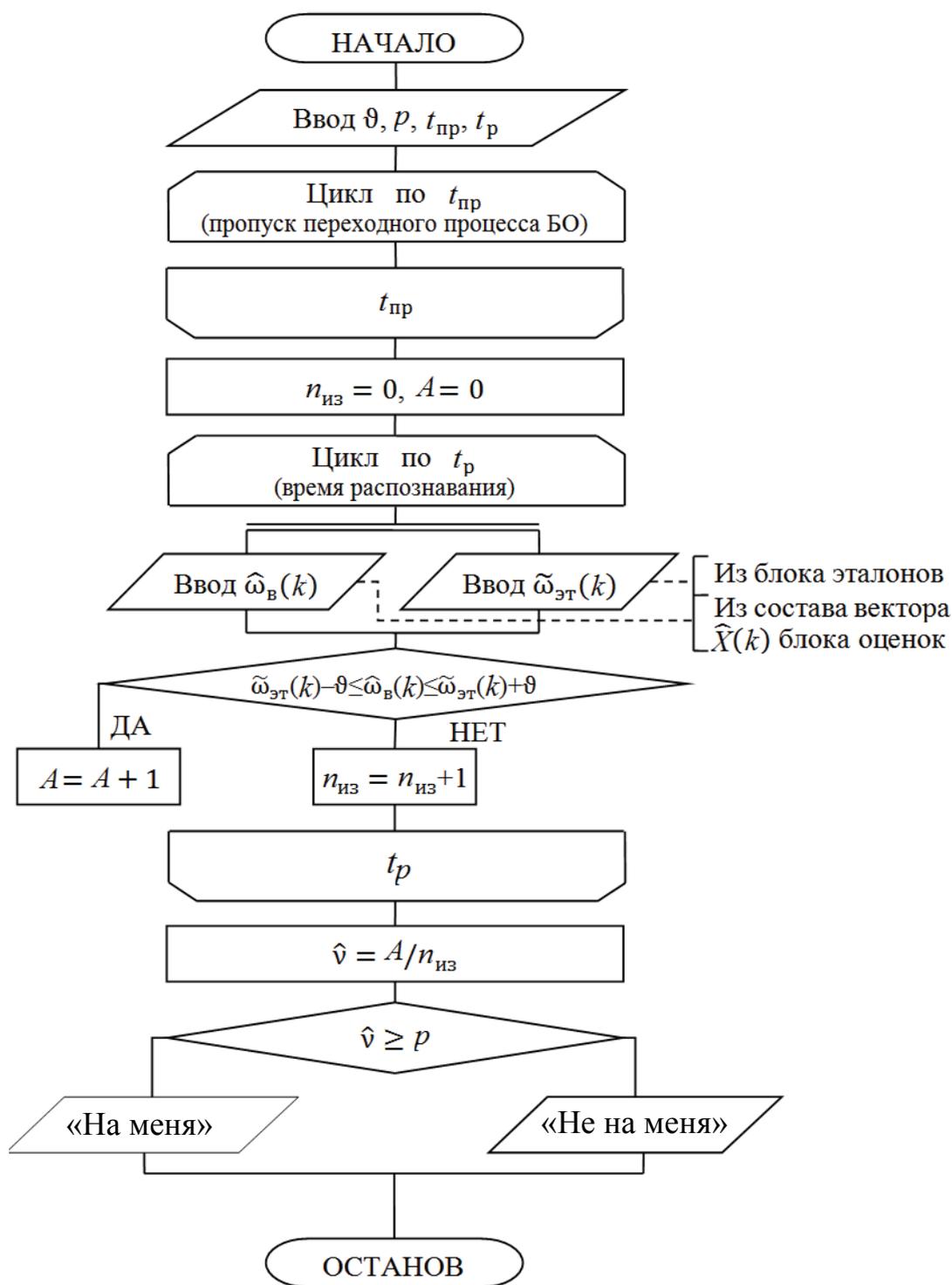


Рис. 6.18. Блок-схема подалгоритма блока принятия решений

Для реализации подалгоритма блока принятия решений (рис. 6.18) необходимо на основе моделирования определить численные значения вводимых в первом блоке неизвестных параметров ошибки  $\vartheta$ , порога  $p$  и времени наблюдения  $t_p$ .

Вычислим величину ошибки  $\vartheta$ , затем определим доверительные границы для угловой скорости вращения линии визирования с учётом ошибки аппроксимации  $\omega_{\text{ниж}} = \tilde{\omega}_{\text{эТ}} - \vartheta$  и  $\omega_{\text{верх}} = \tilde{\omega}_{\text{эТ}} + \vartheta$ . Для этого за время опытов  $N$  заменим на каждом шаге неизвестные для  $\vartheta$  параметры их точечными оценками, т. е. математическим ожиданием и дисперсией.

Из проведённых опытов на кинематической модели и синтезированном подалгоритме блока оценок среднеквадратическая ошибка при различном отношении сигнал/шум на его входе (в установившемся режиме) составляет:

$$\sigma_{\tilde{\omega}_B} (14 \text{ дБ}) = 8,92 \cdot 10^{-3}, 1^\circ/\text{с},$$

$$\sigma_{\tilde{\omega}_B} (20 \text{ дБ}) = 2,97 \cdot 10^{-3}, 1^\circ/\text{с}.$$

В итоге значение  $\vartheta$  при различном отношении сигнал/шум и подстановке параметра  $t_\beta$  с учётом точности аппроксимации угловой скорости вращения линии визирования «истребитель–ракета» (3,43 %) будет определяться как

$$\vartheta_1 = (\sigma_{\tilde{\omega}_B} (14 \text{ дБ}) 3,43 \%) t_{0,95} \approx 0,06 \cdot 1^\circ/\text{с},$$

$$\vartheta_2 = (\sigma_{\tilde{\omega}_B} (20 \text{ дБ}) 3,43 \%) t_{0,95} \approx 0,02 \cdot 1^\circ/\text{с}.$$

Используя полученные значения ошибок, построим доверительные границы блока принятия решений для случая наведения ракеты на пару истребителей, когда рассматривается два состояния ракеты противника: при наведении ракеты на первый истребитель, т. е. на меня; и на второй истребитель, т. е. не на меня, рис. 6.19–6.22.

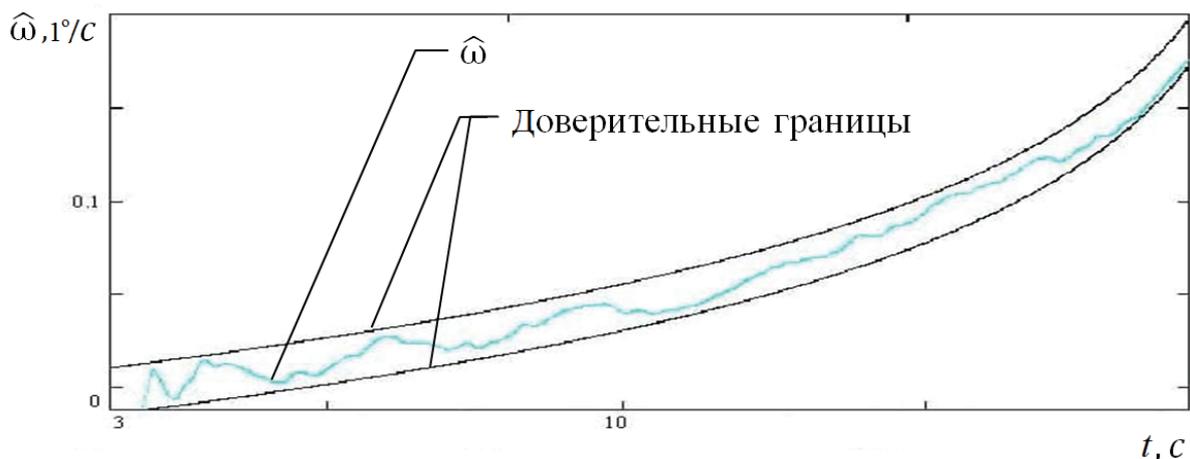


Рис. 6.19. Доверительный интервал для оценки угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета» при наведении «на меня» ( $q = 14 \text{ дБ}$ )

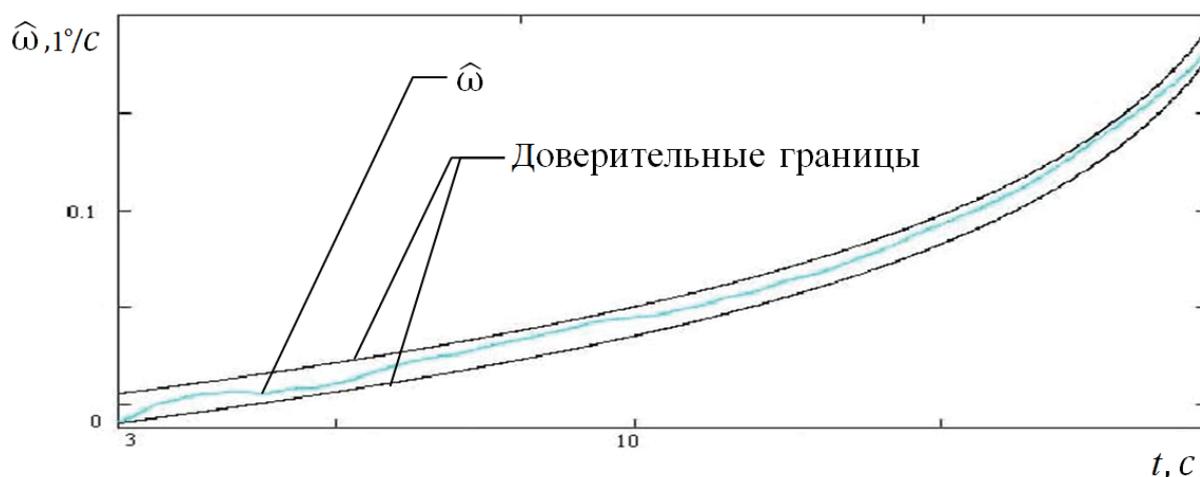


Рис. 6.20. Доверительный интервал для оценки угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета» при наведении «на меня» ( $q = 20$  дБ)

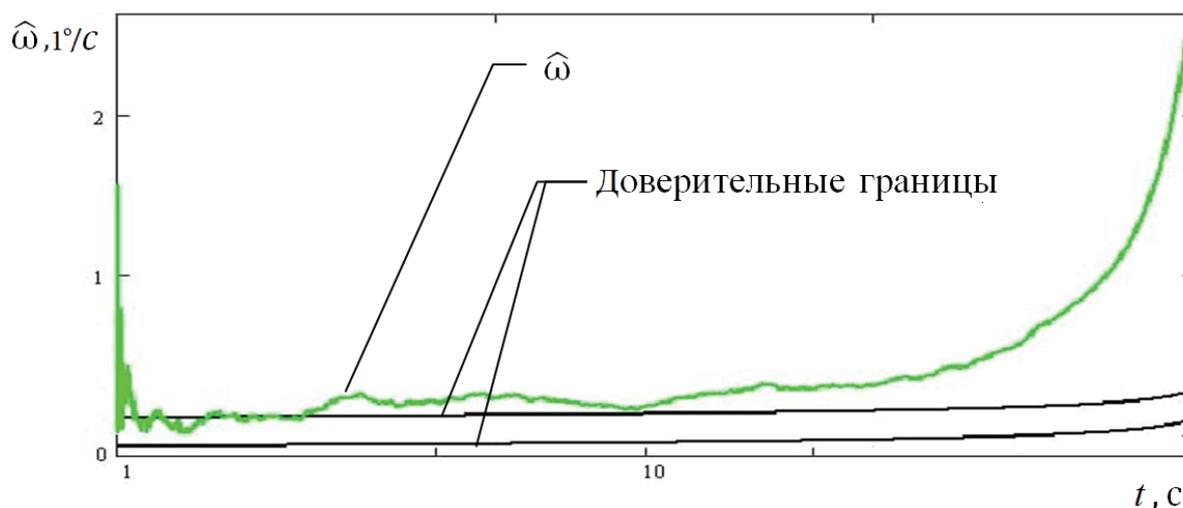


Рис. 6.21. Оценка угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета» при наведении «не на меня» ( $q = 14$  дБ)

Из анализа графиков, приведенных на рис. 6.19–6.22, видно, что динамика изменения угловой скорости вращения линии визирования  $\hat{\omega}_в$  явно различна для рассматриваемых состояний направления полёта по принципу «на меня – не на меня» ракеты противника. Это доказывает устойчивость признака  $\hat{\omega}_в$  при распознавании этих состояний.

Необходимое для распознавания время  $t_p$  будем определять исходя из известных [1] требований (порядка 3 с) путём варьирования в пределах 2–5 с и оценки вероятностей правильного и ложного распознавания состояний наводящейся на истребитель ракеты противника.

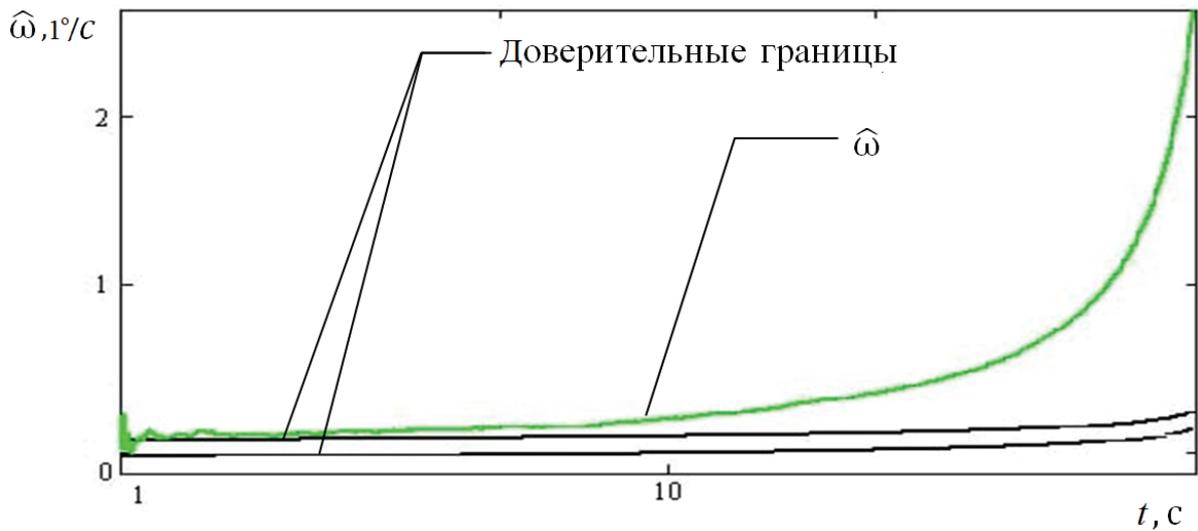


Рис. 6.22. Оценка угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета» при наведении «не на меня» ( $q = 20$  дБ)

Затем, сравнивая полученную статистику  $\hat{\omega}$  с задаваемым и варьируемым порогом  $p$  (в пределах  $p = 0,5-1$ ), проведём  $N$  независимых испытаний, в каждом из которых будет приниматься одна из двух гипотез (решений):  $H_1$  – ракета наводится на первый истребитель (т. е. на меня) при значении статистики  $\hat{\omega} \geq p$ ;  $H_0$  – ракета не наводится на первый истребитель (т. е. наводится не на меня, а на второй истребитель) при значении  $\hat{\omega} \leq 1 - p$ . Тогда при моделировании самонаведения ракеты на истребитель пары за период  $t_p$  возможно оценить вероятность правильного распознавания, моделируя наведение ракеты «на меня» (на первый истребитель) и вероятность правильного нераспознавания, моделируя наведение ракеты «не на меня» (на второй истребитель), путём вычисления отношения числа верных решений подалгоритма принятия решений  $N_{вр}$  к числу  $N$  опытов

$$\hat{P} = \frac{N_{вр}}{N}. \quad (6.59)$$

В результате сравнения оценок искомых вероятностей (6.59) с требуемым пороговым значением ( $P_{пор} = 0,8$ ) определяется влияние численных значения порога  $p$  на решающую статистику и необходимого времени для распознавания состояния ракеты противника  $t_p$ , закладываемые в подалгоритм блока принятия решений.

Таким образом, при синтезе подалгоритма блока принятия решений о направлении полёта управляемой ракеты противника определены:

- интервалы доверительных значений параметра угловой скорости вращения линии визирования;

- подалгоритм работы блока, основной принцип которого заключается в сравнении значения оцененной угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета», поступающей с блока оценок, с её эталонным значением, поступающим из блока эталонов и учитывающим все возможные значения (рис. 6.18).

## 6.5. Разработка рекомендаций по практическому применению оптимального алгоритма распознавания состояния ракеты противника

Рекомендации по практическому применению синтезированного алгоритма распознавания состояния пущенной ракеты противника были выработаны в следующем порядке:

- оценка точностных и вероятностных характеристик алгоритма;
- оценка требуемых вычислительных ресурсов  $b^{(BM)}$  для программной реализации алгоритма: постоянного и оперативного объёма памяти запоминающего устройства бортовой ЦВМ радиолокационной станции истребителя  $M_{тр}$ , а также быстродействия бортового вычислителя  $S_{тр}$ ;
- оценка прироста в эффективности действий истребителя при ведении дальнего ракетного воздушного боя с противником в рассматриваемых тактических условиях при использовании алгоритма;
- разработка рекомендаций по практическому применению синтезированного алгоритма.

1. В результате моделирования кинематики самонаведения пущенной на истребитель ракеты и синтезированного оптимального алгоритма были получены следующие точностные и вероятностные характеристики:

- дисперсия реальных ошибок фильтрации параметров (отношение сигнал/шум  $q = 14–20$  дБ) при:
  - ❖ дальности до ракеты  $7,1–23,4$  м,
  - ❖ скорости истребителя  $10^{-2} – 6 \cdot 10^{-2}$  м/с,
  - ❖ скорости ракеты  $10^{-2} – 8,5 \cdot 10^{-2}$  м/с,
  - ❖ угла визирования  $8 \cdot 10^{-3} – 2,6 \cdot 10^{-3}$  град,
  - ❖ угловой скорости вращения  $8,85 \cdot 10^{-6} – 7,96 \cdot 10^{-5}$  град/с;
  - ❖ линии визирования
- сокращение длительности переходного процесса в 3 раза при увеличении отношения сигнал/шум на 6 дБ;
- величина математического ожидания оценки вероятности правильного распознавания направления полёта ракеты противника «на меня» при времени распознавания  $t_p = 3–5$  с составляет:

- ❖  $\hat{P}_{\text{пр}} = 0,846-0,95$  (при  $q = 14$  дБ);
- ❖  $\hat{P}_{\text{пр}} = 0,942-0,999$  (при  $q = 20$  дБ);
- величина математического ожидания оценки вероятности правильного нераспознавания направления полёта ракеты противника «не на меня» при удалении от атакуемого истребителя из состава пары на 500–2 000 м и времени распознавания  $t_p = 3$  с, составляет:
  - ❖  $\hat{P}_{\text{пн}} = 0,818-0,999$  (при  $q = 14$  дБ);
  - ❖  $\hat{P}_{\text{пн}} = 0,95-0,999$  (при  $q = 20$  дБ);
- вероятность ложного распознавания  $\hat{P}_{\text{лр}}$  направления полёта ракеты противника «на меня» за время распознавания  $t_p = 3$  с не превышает:
  - ❖  $\hat{P}_{\text{лр}} \leq 0,12$  (при  $q = 14$  дБ) и  $\hat{P}_{\text{лр}} \leq 0,05$  (при  $q = 20$  дБ) при  $D_{\text{инт}} = 500$  м (самые неблагоприятные условия);
  - ❖  $\hat{P}_{\text{лр}} \leq 10^{-6}$  (при  $q = 14$  дБ) и  $\hat{P}_{\text{лр}} \leq 10^{-8}$  (при  $q = 20$  дБ) при  $D_{\text{инт}} = 2\,000$  м;
- вероятность ложного нераспознавания  $\hat{P}_{\text{лн}}$  направления полёта самонаводящейся ракеты противника «не на меня» при времени распознавания  $t_p = 3-5$  с не превышает:
  - ❖  $\hat{P}_{\text{лн}} \leq 8,8 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^{-2}$  (при  $q = 14$  дБ);
  - ❖  $\hat{P}_{\text{лн}} \leq 1,2 \cdot 10^{-2} - 10^{-5}$  (при  $q = 20$  дБ);
- среднеквадратическое отклонение ошибки оценивания времени, оставшегося до встречи ракеты противника с истребителем (точность оценки времени), в диапазоне изменения скоростей сближения 800–1 500 м/с на дальностях 30–35 км составляет:  $\sigma_{t_{\text{в}}} = 2,5 \cdot 10^{-2} - 4 \cdot 10^{-2}$  с при  $q = 14$  дБ и  $\sigma_{t_{\text{в}}} = 1,3 \cdot 10^{-5} - 2 \cdot 10^{-6}$  с при  $q = 20$  дБ.

2. В результате оценки практической реализуемости синтезированного оптимального алгоритма распознавания состояния ракеты противника определены следующие требуемые вычислительные ресурсы к бортовой ЦВМ:

- дополнительный объём памяти  $M_{\text{тр}}$  – не менее 354 кБ;
- быстродействие  $S_{\text{тр}}$  – не менее 1,2 млн. оп/с.

3. Проведенные расчёты по оценке прироста в эффективности в дальнем ракетном воздушном бою действий истребителя, имеющего на борту информацию о состоянии ракеты противника, показали, что выигрыш в эффективности может составлять 2–10 раз.

4. Разработана структурная схема скоростного канала бортовой РЛС истребителя с синтезированным алгоритмом распознавания состояния ракеты противника (рис. 6.23).

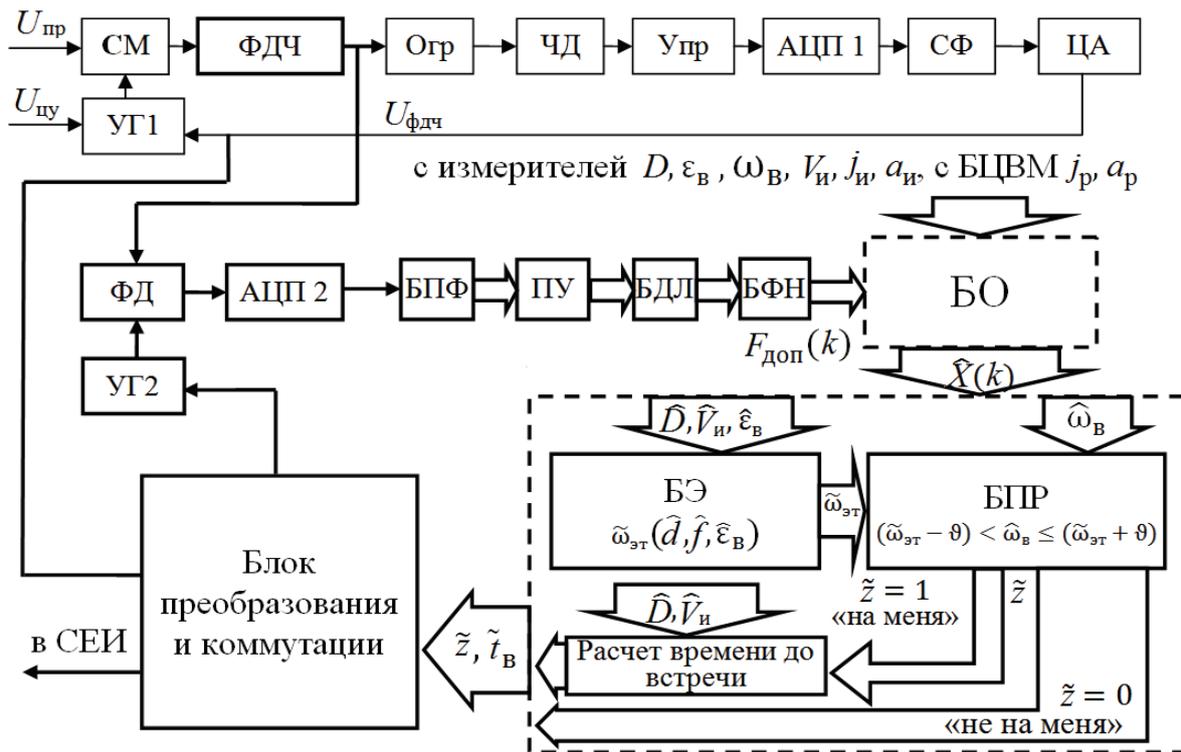


Рис. 6.23. Структурная схема скоростного канала бортовой РЛС истребителя

На рис. 6.23. блоки и соединения, обозначенные тонкими линиями, представляют собой известный канал сопровождения воздушной цели (ракеты) по скорости (доплеровской частоте), используемый в импульсно-доплеровской бортовой РЛС истребителей.

Отличие заключается в том, что полоса пропускания фильтра доплеровской частоты выбирается равной ширине спектра радиолокационного сигнала, отражённого от ракеты. На рис. 6.23. даны следующие обозначения:

- $U_{пр}$  – сигнал на промежуточной частоте;
- $U_{фдч}$  – сигнал на частоте Доплера по сопровождаемой ракете;
- $U_{цу}$  – управляющий сигнал гетеродина;
- СМ – смеситель;
- ФДЧ – фильтр доплеровской частоты;
- Огр – ограничитель;
- ЧД – частотный детектор;
- Упр – управитель;
- ЦАП – цифроаналоговый преобразователь;
- СФ – сглаживающий фильтр;
- УГ – управляемый гетеродин;
- ФД – фазовый детектор;

ФВ – фазовращатель;  
СЕИ – система единой индикации;  
АП – анализатор помехи.

Скоростной канал работает следующим образом. Сигнал на промежуточной частоте с выхода приемника поступает на смеситель, где преобразуется на промежуточную частоту, которая практически остается постоянной при изменении доплеровской частоты. Это достигается путем изменения частоты управляемого гетеродина 1 с помощью функционирования следящей системы по частоте Доплера.

С помощью фазового детектора, фазовращателя, управляемого гетеродина 2 и аналого-цифрового преобразователя 2 осуществляется преобразование сигнала и перенос на видеочастоту с последующим формированием квадратурных цифровых кодов для работы БПФ, в котором эквивалентная полоса пропускания одного бина (ширина полосы пропускания доплеровского фильтра) выбирается исходя из ширины спектра сигнала, отраженного от ракеты противника. Совокупность блоков БПФ, ПУ и БДЛ по существу представляет собой измеритель (формирователь доплеровских сигналов), на выходе которого формируются отсчеты доплеровских частот  $F_{\text{доп}}(k)$ , соответствующие сопровождаемой по доплеровской частоте ракеты противника. Дискретные значения доплеровских частот  $F_{\text{доп}}(k)$ , дальности  $D(k)$ , угловых координат  $\varepsilon_{\text{в}}(k)$ ,  $\omega_{\text{в}}(k)$ , скорости истребителя  $V_{\text{и}}(k)$ , радиального  $a_{\text{и}}(k)$  и бокового  $j_{\text{и}}(k)$  ускорений истребителя, измеренные с помощью дальномера, угломера и инерциальной навигационной системы бортовой РЛС истребителя, а также рассчитываемые в его ЦВМ боковое  $j_{\text{р}}(k)$  и радиальное  $a_{\text{р}}(k)$  ускорения ракеты противника поступают на вход синтезированного алгоритма.

С выхода блока оценок оцененные значения дальности, скорости и угла визирования истребителя поступают в блок эталонов, в котором (подпункт 6.3.3) осуществляется вычисление эталонных значений угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета». Полученное эталонное значение  $\tilde{\omega}_{\text{эт}}(\hat{d}, \hat{f}, \hat{\varepsilon}_{\text{в}})$  поступает на блок принятия решений о направлении полёта ракеты противника, в котором происходит сравнение её с оцененной угловой скоростью вращения линии визирования  $\hat{\omega}$  с учётом погрешности  $\vartheta$ , т. е. осуществляется анализ попадания текущего оцененного значения  $\hat{\omega}$  в пределы доверительного интервала, характеризующего закон изменения  $\tilde{\omega}_{\text{эт}}$  при самонаведении ракеты противника на истребитель, и принятие решения  $\tilde{z} = 1$  («на меня») или  $\tilde{z} = 0$  («не на меня»).

При  $\tilde{z} = 1$  рассчитывается время, оставшееся до встречи пущенной самонаводящейся ракеты с истребителем  $\hat{t}_{\text{в}}$ . Затем признак  $\tilde{z}$  и значение  $\hat{t}_{\text{в}}$  поступают на блок преобразования и коммутации. На его выходе форми-

руются сигналы  $\tilde{z}_{\text{инд}}$  и  $\hat{t}_{\text{в\_инд}}$ , необходимые для отображения в системе единой индикации. Кроме того, на его выходе для управляемого гетеродина 2 формируется сигнал, соответствующий сумме минимальной доплеровской частоты спектра сигнала для обеспечения расположения спектральных составляющих в положительной области анализируемых доплеровских частот, что необходимо для компенсации собственного ускорения истребителя в интересах обеспечения заданного времени когерентного накопления  $\tau_{\text{кн}}$ .

Таким образом, основными особенностями практического применения синтезированного оптимального алгоритма распознавания состояния ракеты противника класса «воздух – воздух» средней и большой дальности пуска являются следующие:

1. Эквивалентная полоса пропускания одного бина процедуры быстрого преобразования Фурье при узкополосной доплеровской фильтрации должна составлять  $\Delta f_{\text{удф}} = 20\text{--}30$  Гц, что соответствует времени когерентного накопления  $\tau_{\text{кн}} = 30\text{--}50$  мс.

2. На основе оценок  $\tilde{z}$  – направления полёта по принципу «на меня – не на меня» и  $\hat{t}_{\text{в}}$  – времени, оставшегося до встречи ракеты с истребителем, в блоке преобразования и коммутации должны формироваться сигналы для отображения в системе единой индикации.

## Выводы

В результате проведения лётных экспериментальных исследований по регистрации радиолокационных сигналов, отражённых от реальных истребителей и ракет, и их обработке на основе узкополосной доплеровской фильтрации получены спектральные и траекторные доплеровские портреты, которые неоспоримо свидетельствуют о возможности обнаружения данного класса воздушных целей, а также их сопровождения в БРЛС истребителя.

Выявлено отличие видов автокорреляционных функций траекторных доплеровских портретов, полученных по результатам регистрации отражённых радиолокационных сигналов от истребителей и ракет.

По критерию минимума суммы квадрата разности определено аппроксимирующее выражение для автокорреляционной функции траекторного доплеровского портрета радиолокационных сигналов, отраженных от пущенной ракеты.

На основе метода формирующих фильтров определена структура динамической модели полёта ракеты, которая в качестве априорной ин-

формации используется при синтезе калмановского фильтра, положенного в основу алгоритма распознавания состояния ракеты противника при сопровождении её в бортовой РЛС истребителя.

Разработанная динамическая модель полёта ракеты «воздух – воздух» является адекватной по траекторным статистическим характеристикам её реальному полёту (неадекватность не превышает 15 %) и линейной, что предопределяет возможность использования линейной дискретной калмановской фильтрации при синтезе алгоритма распознавания состояния пущенной ракеты противника.

Сформулирован метод распознавания направления полёта пущенной ракеты противника по одному из истребителей пары. Сущность метода заключается в том, что в процессе сопровождения ракеты по функционально-связанным координатам в бортовых РЛС истребителей пары оцененные значения угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета» сравниваются с аналогичными эталонными значениями, соответствующими кинематике самонаведения ракеты на истребитель. Далее по критерию минимума квадрата разности между этими значениями за время распознавания принимается решение о наведении ракеты «на меня» или «не на меня». Точность аппроксимации подалгоритмом блока эталонов оцениваемых реальных значений угловой скорости вращения линии визирования при  $q = 14\text{--}20$  дБ характеризуется погрешностью, не превышающей  $\delta = 3,43\%$ .

На основе положений теории совместного оценивания и различения сигналов разработана структура алгоритма распознавания состояния ракеты противника.

Согласно разработанной структуре алгоритма распознавания состояния ракеты противника осуществлён синтез подалгоритмов работы входящих в него блоков:

- оптимальный по критерию минимума среднеквадратического отклонения ошибки фильтрации подалгоритм работы блока оценок;
- подалгоритм вычисления по оцененным значениям функционально-связанных координат эталонных значений угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – ракета»;
- подалгоритм работы блока принятия решений о направлении полёта ракеты вместе с оценкой времени, оставшегося до встречи ракеты с истребителем при распознавании состояния ракеты противника «на меня».

9. Разработаны рекомендации по практическому применению синтезированного оптимального алгоритма распознавания состояния пущенной ракеты противника.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В монографии на основе положений статистической теории оптимального управления в пространстве состояний синтезированы методы самонаведения истребителя и ракет класса «воздух–воздух» на групповую воздушную цель, дополнительно обеспечивающие в их БРЛС и АРГС требуемые условия радиолокационного наблюдения отраженных сигналов.

Несмотря на то, что разработанные алгоритмы обработки сигналов в БРЛС истребителя и АРГС ракеты позволяют достаточно эффективно обеспечить решение задач разрешения элементов ГВЦ и распознавание их типа, работоспособность алгоритмов во многом определяется информативностью отражённых от ГВЦ радиолокационных сигналов, которая, в свою очередь, зависит от условий его РЛ наблюдения.

На основе СТОУ в пространстве состояний для истребителя синтезирован оптимальный по минимуму локального функционала качества метод самонаведения на ГВЦ, дополнительно обеспечивающий в БРЛС истребителя условия для требуемого линейного разрешения элементов ГВЦ на основе эффекта радиолокационного синтезирования апертуры антенны.

Синтезированы три метода самонаведения ракеты с АРГС, оптимальные по критерию минимума локального функционала качества, позволяющие дополнительно создать в процессе самонаведения требуемые условия радиолокационного наблюдения сигналов в АРГС ракеты в интересах:

- разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ и наблюдения отражённых от неё сигналов под заданным ракурсом (первый метод);
- наблюдения отражённых от ГВЦ сигналов под заданным ракурсом (второй метод);
- разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ на основе эффекта синтезирования апертуры антенны (третий метод).

Результаты моделирования синтезированных методов самонаведения и расчёты свидетельствуют об их работоспособности и реализуемости.

На базе решения уравнения Беллмана разработан алгоритм стохастического оптимального управления, учитывающий динамику получения информации в темпе движения объекта управления, а также найдено линейаризованное решение, не требующее вычисления в обратном времени на каждую дискрету получения информации.

Разработан метод распознавания направления полёта пущенной ракеты противника по принципу «на меня – не на меня» и синтезирован ал-

горитм, реализующий его, с оценкой времени до встречи ракеты с истребителем в случае наведения ракеты «на меня» в режиме её сопровождения в бортовой РЛС истребителя, а также рекомендации по практическому применению оптимального алгоритма распознавания состояния ракеты противника в БРЛС истребителя.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авиация ПВО России и научно-технический прогресс: боевые комплексы и системы вчера, сегодня, завтра / под ред. Е. А. Федосова. Монография. – М.: Дрофа, 2004.
2. Бабич В. К. Истребители меняют тактику. – М.: Воениздат, 1983. 151 с.
3. Дрожжин А., Сатаров В. Основные направления развития боевой авиации США и способ её применения // Зарубежное военное обозрение. 2007. № 7.
4. Заяц В. Роль ВВС в реализации национальной военной стратегии США // Зарубежное военное обозрение. 2004. № 1.
5. Кириллов В. Боевые порядки тактической авиации (по опыту локальных войн) // Зарубежное военное обозрение. 1990. № 3.
6. Кондратьев В. Тактическая авиация в операциях на ТВД (по взглядам военных экспертов США и НАТО) // Зарубежное военное обозрение. 1987. № 9.
7. Алексеев А. Анализ боевого применения авиации США в ходе операции «Решительная сила» (По взглядам зарубежных экспертов) // Зарубежное военное обозрение. 2001. № 1.
8. Краснов А. Эволюция воздушного боя истребителей // Зарубежное военное обозрение. 1997 г. № 6.
9. Федосов Е. А., Федунов Б. Е., Баханов Л. Е. Как «умнеют» самолеты // Армейский сборник. 2002 г. № 6.
10. Сергиевский А. ВВС в войне «Судного дня» // ВКО. 2006. № 3–5.
11. Куликов А. ВВС как инструмент политики. // ВКО. 2007. № 5–6.
12. Бабич В.К. Проблемы современного воздушного боя // Военная мысль. 1987. № 7.
13. Рог В. Господство в воздухе: прошлое и будущее // Независимое военное обозрение. 2002. № 7.
14. Козлов В. Легко ли быть ведомым? // Авиация и космонавтика. 1989. № 1.
15. Методы наведения летательных аппаратов на групповую воздушную цель в интересах построения радиоэлектронных систем управления с элементами поддержки решений летчика / А. В. Богданов, А. А. Кучин, В. Г. Мещеряков, А. А. Филонов, И. В. Лютиков // Радиотехника. 2013. № 6. С. 65–70.
16. Особенности распознавания воздушных целей в бортовых РЛС при длительной когерентной обработке сигналов / О. В. Васильев, В. А. Абатун

ров, Р. А. Потапов, А. Г. Ситников, С. С. Коротков // Радиотехника. 2011. № 2. С. 43–52.

17. Методика построения динамических моделей радиальных скоростей и ускорений пары воздушных целей, летящих в сомкнутом боевом порядке, с учётом их манёвра в паре и составом пары / А. В. Богданов, А. Ю. Чистилин, А. К. Ибрагим, А. А. Филонов // Радиотехника. 2010. № 5. С. 28–35.

18. Алгоритм совместного траекторного сопровождения-распознавания функционального назначения самолетов, летящих в сомкнутом боевом порядке / А. В. Богданов, В. А. Голубенко, А. И. Княжев, А. А. Филонов // Радиотехника. 2008. № 10.

19. Васильев О. В., Макаев В. Е. Метод радиолокационного распознавания воздушной цели по турбинному эффекту // Радиотехника. 2000. № 11.

20. Аганин А. Г., Васильев О. В., Макаев В. Е. Распознавание воздушной цели класса «самолет с винтовым двигателем» // Радиотехника. 2001. № 8.

21. Ильин В., Левин М. Современная авиация. Истребители / под ред. Е. И. Ружицкого. М.: Виктория, 1996.

22. Техника пилотирования и навигация самолета Су-27. Методическое пособие. М.: Воениздат, 1991.

23. Медников В. Н. Динамика полета и пилотирования самолетов. – Монино: Изд-во ВВА им. Ю. А. Гагарина, 1976.

24. Смилтниекс А. Групповой полет – полет особый // Авиация и космонавтика. 1988. № 5.

25. Петров В. Маневрирование в воздушном бою // Зарубежное военное обозрение. 1985. № 1.

26. Акопян И. Г. Мозг ракеты // Воздушно-космическая оборона. 2006. № 2.

27. Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов. Т. 1. Теоретические основы / М. С. Ярлыков, А. С. Богачев, В. И. Меркулов, В. В. Дрогалин; под ред. М. С. Ярлыкова. М.: Радиотехника, 2012.

28. Системы радиоуправления. Кн. 1. Состояние и тенденции развития систем радиоуправления: коллективная монография / под ред. В. С. Вербы. М.: Радиотехника, 2013. 268 с.

29. Абрамов В. Н., Москвителев Н. И., Дуров В. Р. Боевое применение и боевая эффективность авиационных комплексов Войск ПВО страны / под ред. В. Н. Абрамова. М.: Воениздат, 1979.

30. Системы управления вооружением истребителей. Основы интеллекта многофункционального самолета / под ред. академика РАН Е. А. Федосова. М.: Машиностроение, 2005.

31. Состояние и перспективы развития оружия класса «воздух–воздух» для самолетов 5-го поколения: Аналитический обзор по материалам зарубежных информационных источников / под общей ред. Е. А. Федосова. НИЦ ФГУП «ГосНИИАС». 2004.

32. Фомин А. В. Су-27. История истребителя. М.: «РА Интервестник», 1999.

33. Володин В. Информация к размышлению (F-22 «Рэптор»: от боевых учений на полигоне в Неваде к боевому дежурству у границ Китая) // Фазотрон. 2008. № 1–2 (13).

34. Алгоритм распознавания характера полёта вертолёта в активной радиолокационной головке самонаведения ракеты «воздух–воздух» / А. В. Богданов, А. А. Кучин, А. Г. Ситников, В. О. Черваков, С. А. Шпортко // Радиотехника. 2012. № 1. С. 83–92.

35. Тенденции в создании систем самонаведения / Г. В. Анцев, В. А. Сарычев и др. // Фазотрон. 2007. № 1–2 (10).

36. Егоров К. Перспективы развития зарубежных управляемых ракет класса «воздух–воздух» // Зарубежное военное обозрение. 2001. № 8.

37. Онищук А. Бортовые радиолокационные станции современных многоцелевых истребителей // Фазотрон. 2007. № 1–2 (10).

38. Базлев Д. А., Почуев С. И. Радар для самолета пятого поколения // Фазотрон. 2006. № 1–2 (4).

39. Меркулов В. И. Улучшение разрешающей способности бортовой радиолокационной системы по углу путем траекторного управления наблюдением // Радиотехника. 2003. № 1. С. 76–80.

40. Многофункциональные радиоэлектронные комплексы истребителей / В. Н. Антипов, С. А. Исаев, А. А. Лавров, В. И. Меркулов; под ред. Г. С. Кондратенков. М.: Воениздат, 1994.

41. Авиационные радиолокационные комплексы и системы / П. И. Дудник, Г. С. Кондратенков, Б. Г. Татарский, А. Р. Ильчук, А. А. Герасимов. М.: Изд-во ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского. 2006.

42. Справочник по радиолокации / под ред. М. Скольника. Том 3. Радиолокационные устройства и системы. Пер. с англ. под ред. К. Н. Трофимова. М.: Советское радио, 1976.

43. Радиолокационные станции с цифровым синтезированием апертуры антенны / В. Н. Антипов, В. Т. Горяинов, А. Н. Кулин и др.; под ред. В. Т. Горяинова. М.: Радио и связь, 1988.

44. Дудник П. И., Чересов Ю. И. Авиационные радиолокационные устройства. М.: Изд-во ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1986.

45. Авиационные радиолокационные комплексы и системы: учебник для слушателей и курсантов ВУЗов ВВС / под ред. П. И. Дудника. М.: Изд-во ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 2006.

46. Многофункциональные радиолокационные системы: учеб. пособие для вузов / под ред Б. Г. Татарского. М.: Дрофа, 2007.
47. Слюсарь Н. М. Эффект вторичной модуляции радиолокационных сигналов. Минск: ВА РБ, 2005.
48. Радиолокационные измерители дальности и скорости / В. И. Меркулов, А. И. Перов, В. Н. Саблин и др.; под ред. В. Н. Саблина. М.: Радио и связь, 1999.
49. Вексин С. И. Обработка радиолокационных сигналов в доплеровских головках самонаведения. М.: Изд-во МАИ, 2005.
50. Экспериментальные исследования информационных свойств когерентных радиолокационных сигналов / А. В. Богданов, О. В. Васильев, В. Е. Макаев, А. Н. Савельев, М. М. Черных // Радиотехника. 2000. № 3.
51. Меркулов В. И., Дрогалин В. В., Викулов О. В. Синтез радиолокационного угломера для сопровождения интенсивно маневрирующих целей // Радиотехника. 1995. № 11.
52. Верба В. С., Садовский П. А., Меркулов В. И. Алгоритм индивидуального наведения на воздушную цель в составе плотной группы // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2009. №9. С. 3–7.
53. Забелин И. В., Шуклин А. И. Чувствительность информационно-вычислительной системы ракеты «воздух-поверхность» к точности измерителей в режиме синтезирования апертуры антенны // Радиотехника. 2003. № 6.
54. Меркулов В. И., Шуклин А. И. Чувствительность к точности измерителей алгоритмов траекторного управления самолетом при наведении на наземную цель с адаптацией к режимам работы бортовой РЛС // Радиотехника. 2011. № 6.
55. Викулов О. В. Траекторное управление наведением в активной радиолокационной системе самонаведения // Радиотехника. 1995. № 11. С. 81–85.
56. Черных М. М., Васильев О. В. Экспериментальная оценка когерентности отраженного от воздушной цели радиолокационного сигнала // Радиотехника. 1999. № 2.
57. Богданов А. В., Меркулов В. И., Нечаев Ю. В. Совместная оптимизация управления летательным аппаратом и шириной полосы пропускания доплеровского фильтра для обеспечения радиолокационного разрешения групповой воздушной цели по доплеровской частоте и согласованной обработки отраженного сигнала // Радиотехника. 2004. № 10.
58. Синтез оптимального алгоритма совместного траекторного сопровождения-распознавания состояния плотной группы воздушных объектов / А. В. Богданов, В. А. Гандурин, В. А. Голубенко, А. А. Филонов // Радиопромышленность. 1998. Вып. 1.

59. Способ формирования сигнала управления ракетой / А. В. Богданов, А. А. Филонов, А. А. Кучин и др. Патент на изобретение № 2335730. 2006.
60. Филонов А. А., Богданов А. В. Способ формирования сигнала управления ракетой класса «воздух–воздух». Патент на изобретение № 2099665. 1997.
61. Кузьмин С. З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию. Киев: Изд-во КВЦ, 2000.
62. Небабин В. Г., Гришин В. К. Методы и техника радиолокационного распознавания: современное состояние, тенденции развития, перспективы // Зарубежная радиоэлектроника. 1992. № 10.
63. Филонов А. А. Ракурсная зависимость спектральных составляющих вторичной модуляции радиолокационного сигнала, отраженного от самолета типа «истребитель» // Сб. материалов IV науч.-практ. конф. «Перспективные системы и задачи управления». Таганрог, Домбай: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009.
64. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М.: Наука. 1969.
65. Волковец А. И., Гуринович А. Б. Теория вероятностей и математическая статистика: конспект лекций для студентов всех специальностей и форм обучения БГУИР. Минск: БГУИР, 2003.
66. Вопросы специальной радиоэлектроники. Вып. 19. Сер. РЛТ. 1981.
67. Результаты экспериментальных исследований по оценке возможности радиолокационного распознавания состояния воздушных целей в бортовых радиолокационных системах сантиметрового диапазона волн и пути их использования / А. В. Богданов, В. А. Голубенко, А. А. Кучин и др. // Сб. науч. тр. Междунар. науч.-техн. конф. «Многопроцессорные вычислительные и управляющие системы». Т.2. Таганрог. Дивноморское: Изд-во. ТТИ ЮФУ. 2007.
68. Максимов М. В., Горгонов Г. И., Чернов В. С. Авиационные системы радиоуправления. М.: Изд-во ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1984.
69. Алгоритмы обработки сигналов в многофункциональной активной радиолокационной головке самонаведения управляемой ракеты класса «воздух-воздух» для обеспечения её наведения на элемент групповой воздушной цели по заданному целераспределению: монография / А. В. Богданов, А. А. Филонов, А. А. Кучин и др. Тверь: ВА ВКО, 2008.
70. Меркулов В. И., Харьков В. П. Оптимизация радиоэлектронных систем управления. Методы и алгоритмы синтеза оптимального управления (обзор) // Радиотехника. 1998. № 9.
71. Крутько П. Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: Линейные модели. М.: Наука, 1987. 304 с.
72. Крутько П. Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: нелинейные модели. М. Наука, 1988. 328 с.

73. Крутько П. Д., Максимов А. И., Скворцов Л. М. Алгоритмы и программы проектирования автоматических систем. М.: Радио и связь. 1988. 306 с.
74. Галиуллин А. С. Обратные задачи динамики. М.: Наука; Главная редакция физико-математической литературы, 1981. 144 с.
75. Бойчук Л. М. Оптимальные системы автоматического регулирования. Киев: Наук. думка, 1965.
76. Бойчук Л. М. Метод структурного синтеза нелинейных систем автоматического управления. М.: Энергия, 1971.
77. Оценивание дальности и скорости в радиолокационных системах. / под ред. А. И. Канащенкова и В. И. Меркулова. М.: Радиотехника, 2004. 312 с.
78. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1971.
79. Матвеев Н. М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Минск: Вышэйшая школа, 1970.
80. Бермант А. Ф. Краткий курс математического анализа для ВТУ-Зов. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1961.
81. Отчёты о НИР «Атака-3». Тема специальная. ВА ВКО им. Г. К. Жукова. 2006–2010.
82. Отчёты о НИР «Казус-3». Тема специальная. ВА ВКО им. Г. К. Жукова. 2007–2009.
83. Отчёты о НИР «Акула». Тема специальная. ВА ВКО им. Г. К. Жукова. 2006–2010.
84. Отчёт о НИР «Экспансия-3». Тема специальная. ВА ВКО им. Г. К. Жукова. 2008–2010.
85. Способ сопровождения групповой воздушной цели / А. В. Богданов, А. А. Филонов и др. Патент на изобретение № 2324952. 2008.
86. Способ сопровождения воздушной цели из класса «самолет с турбореактивными двигателями» / А. В. Богданов, А. А. Филонов и др. Патент на изобретение № 2419815. 2009.
87. Способ сопровождения пилотируемой воздушной цели / А. В. Богданов, А. А. Филонов и др. Патент на изобретение № 2408031, 2009.
88. Устройство формирования параметра рассогласования в радиоэлектронной системе управления самолётом в горизонтальной плоскости / А. В. Богданов, А. А. Филонов, А. А. Кучин и др. Патент на полезную модель № 112755, 2011.
89. Способ сопровождения воздушной цели «Вертолет» / А. В. Богданов, А. А. Филонов и др. Патент на изобретение № 2468385., 2012.

90. Способ сопровождения групповой воздушной цели из класса «самолёты с турбореактивными двигателями» / А. В. Богданов, А. А. Филонов и др. Патент на изобретение № 2456633. 2012.

91. Устройство формирования параметра рассогласования в радиоэлектронной системе управления самолётом в горизонтальной плоскости А. В. Богданов, А. А. Филонов, А. А. Кучин и др. Патент на полезную модель № 118072. 2012.

92. Казаков И. Е. Статистическая теория систем управления в пространстве состояний. М.: Наука, 1975.

93. Камке Э. Справочник по дифференциальным уравнениям в частных производных первого порядка; пер. с немецкого. М.: Наука, 1966.

94. Миллер Б. М., Панков А. Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах // «Физико-математическая литература». М.: МАИК, 2001.

95. Радиолокационные устройства (теория и принципы построения) / В. В. Васин, О. В. Власов, В. В. Григорин-Рябов, П. И. Дудник, Б. М. Степанов. М.: Советское радио, 1970.

96. Неупокоев Ф. К. Стрельба зенитными ракетами. М.: Воениздат. 1991.

97. Калинин А. К., Юхно П. М. Идентификация атакуемой цели по траекторным измерениям // Радиотехника. 2009. № 6.

98. Тихонов В. И., Харисов В. Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем: учеб. пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1991.

99. Фарина А., Студер Ф. Цифровая обработка радиолокационной информации. Сопровождение целей; пер. с англ. М.: Радио и связь, 1993.

100. Ярлыков М. С. Статистическая теория радионавигации. М.: Радио и связь, 1985.

## СПИСОК ПРИНЯТЫХ СОКРАЩЕНИЙ

А	–	антенна;
АКФ	–	автокорреляционная функция;
АРГС	–	активная радиолокационная головка самонаведения;
АЦП	–	аналого-цифровой преобразователь;
БДЛ	–	блок дискретной логики;
БП	–	боевой порядок;
БПФ	–	быстрое преобразование Фурье;
БРЛС	–	бортовая радиолокационная станция;
БФДС	–	блок формирования доплеровских сигналов;
БФН	–	блок формирования наблюдения;
ВВС	–	военно-воздушные силы;
ВМ	–	ведомый;
ВЦ	–	воздушная цель;
ВЩ	–	ведущий;
ГВЦ	–	групповая воздушная цель;
ДНА	–	диаграмма направленности антенны;
ИД	–	импульсно-доплеровский;
КВД	–	компрессор высокого давления;
КНД	–	компрессор низкого давления;
КО	–	количество отворотов;
ЛА	–	летательный аппарат;
ЛКГ	–	линейно-квадратично-гауссовская;
ЛЭИ	–	лётно-экспериментальные исследования;
НУТВ	–	наивыгоднейшая упреждённая точка встречи;
МОЖ	–	математическое ожидание;
МПН	–	метод пропорционального наведения (навигации)
ОДМ	–	обобщенная динамическая модель;
ПН	–	пропорциональное наведение (навигация)
ПРД	–	передатчик;
ПРМ	–	приёмник;
ПУ	–	пороговое устройство;
РГС	–	радиолокационная головка самонаведения;
РЛ	–	радиолокационный(ое) ;
РЛС	–	радиолокационная станция;
РСА	–	радиолокационное синтезирование апертуры;
РЭСУ	–	радиоэлектронная система управления;
САП	–	станция активных помех;

### Список принятых сокращений

---

СДП	–	спектральный доплеровский портрет;
СКО	–	среднеквадратическая ошибка (отклонение) ;
СОК	–	система объективного контроля;
СТОУ	–	статистическая теория оптимального управления;
СУР	–	система управления ракетой;
ТДП	–	траекторный доплеровский портрет;
ТДЧ	–	траектория доплеровской частоты;
ТРД	–	турбореактивный двигатель;
ТСХ	–	траекторные статистические характеристики;
ТТХ	–	тактико-технические характеристики;
УДФ	–	узкополосный(ая) доплеровский(ая) фильтр(ация);
УР	–	управляемая ракета;
ФДЧ	–	фильтр доплеровской частоты;
ЦР	–	целераспределение;
ЦУ	–	целеуказание;
ЭВМ	–	электронно-вычислительная машина.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

### **Богданов Александр Викторович (1958 г. рожд.)**

Заслуженный изобретатель Российской Федерации (2000), доктор технических наук (2003), профессор (2005), действительный член Академии военных наук (2007). Окончил Даугавпилское высшее военное училище им. Яна Фабрициуса (1984) и адъюнктуру (1994). Автор более 300 научно-методических трудов и изобретений, на научных должностях – более 25 лет. Подготовил 3 доктора и 10 кандидатов технических наук.



В 1989 году начинал проведение лётно-экспериментальных исследований информационных свойств радиолокационных сигналов, отражённых от реальных воздушных целей, а с 1994 года возглавляет их. Им создана и плодотворно развивается ведущая научная школа, где выполнены исследования по 8 грантам Президента РФ для поддержки молодых российских учёных и ведущих научных школ и подготовлено 5 докторов и более 35 кандидатов технических наук.

В настоящее время – начальник НИЛ по проблемам вооружения и военной техники ВКО Военной академии воздушно-космической обороны им. Маршала Советского Союза Г. К. Жукова. Область научных интересов – радиолокация, радиоэлектронные системы управления летательными аппаратами.

Область научных интересов: радиолокационное распознавание образов, обработка и анализ сигнала, математические модели сигналов, экспериментальные исследования информационных свойств сигналов.

Адрес электронной почты: [kuchin.a.a@gmail.com](mailto:kuchin.a.a@gmail.com).

### **Филонов Андрей Александрович (1969 г. рожд.)**

Доктор технических наук, доцент. Имеет более 250 научных и методических трудов. Является автором одного учебника, 5 учебных пособий, 9 конспектов лекций. В соавторстве написал 11 монографий, имеет 10 патентов РФ на изобретения и 4 патента на полезную модель. Подготовил



4 кандидата технических наук. Является научным руководителем 3 соискателей учёной степени кандидата технических наук.

Область научных интересов: радиолокационное распознавание образов, обработка и анализ сигнала, математические модели сигналов, экспериментальные исследования информационных свойств сигналов.

Адрес электронной почты: [phil99@rambler.ru](mailto:phil99@rambler.ru).

### **Ковалёв Александр Аркадьевич (1961 г. рожд.)**



Окончил Харьковскую военную инженерную радиотехническую академию ПВО им. Маршала Советского Союза Л. А. Говорова.

Старший преподаватель кафедры радиотехники Военной академии воздушно-космической обороны им. Маршала Советского Союза Г. К. Жукова. Кандидат технических наук. Автор более 100 научных трудов.

Область научных интересов: стохастическое оптимальное управление и оценивание. Получение и обработка локационной информации.

Адрес электронной почты: [kuchin.a.a@gmail.com](mailto:kuchin.a.a@gmail.com).

### **Кучин Александр Александрович (1982 г. рожд.)**



В Вооруженных силах РФ с 1999 года. Окончил ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского (2004), адъюнктуру Военной академии Воздушно-космической обороны им. Маршала Советского Союза Г. К. Жукова (2009). Преподаватель высшей школы (2007), кандидат технических наук (2009). В настоящее время докторант Военной академии ВКО.

Автор более 80 научных трудов, среди которых 5 монографий (в соавторстве), 3 конспекта лекций, 7 патентов РФ на изобретение и полезную модель, более 20 отчетов о НИР по 7 темам.

Подготовил 1 кандидата технических наук.

Область научных интересов: синтез и анализ радиотехнических систем и устройств, теория оптимального управления, авиационные системы радиоуправления.

Адрес электронной почты: [kuchin.a.a@gmail.com](mailto:kuchin.a.a@gmail.com).

**Лютиков Игорь Витальевич, (1978 г. рожд.)**

Окончил Военный университет ПВО им. Маршала Советского Союза Г. К. Жукова, с отличием (2000), очную адъюнктуру при ВА ВКО им. Маршала Советского Союза Г. К. Жукова (2008), преподаватель высшей школы (2007), кандидат технических наук (2008). С октября 2009 года по настоящее время – профессор Учебного военного центра ВИИ СФУ. Является научным сотрудником лаборатории и кафедры радиолокации научно-образовательного центра «Иридий» ВИИ СФУ (<http://vii.sfu-kras.ru/nauka-i-innovatsii>) принимает участие в научной работе с ВА ВКО им. Маршала Советского Союза Г. К. Жукова. Член Совета молодых учёных СФУ (<http://smu.sfu-kras.ru/about/sostav/ILutikov.php>).



Опубликовал около 60 научных и учебно-методических трудов, из них 5 статей в журналах РИНЦ, более 20 в журналах из перечня ВАК, около 10 отчётов о НИР, одну монографию (в соавторстве), три учебника и учебное пособие с грифом МО РФ (в соавторстве).

Область научных интересов: синтез и анализ радиотехнических систем и устройств, обработка и анализ радиолокационных сигналов, математические модели сигналов.

Адрес электронной почты: [lyutikovigor@mail.ru](mailto:lyutikovigor@mail.ru), [ILutikov@sfu-kras.ru](mailto:ILutikov@sfu-kras.ru)

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение .....</b>	<b>3</b>
<b>1. Анализ радиоэлектронных систем управления истребителем и ракетой .....</b>	<b>7</b>
1.1. Назначение, состав и алгоритмы функционирования радиоэлектронной системы управления истребителем и ракетой класса «воздух–воздух» .....	7
1.2. Анализ тактико-технических требований к БРЛС, АРГС и РЭСУ истребителя и ракеты для обеспечения их индивидуального наведения на воздушную цель из состава группы .....	17
1.3. Критерии оптимальности при синтезе методов самонаведения .....	21
1.4. Экспериментальные исходные данные для синтеза методов самонаведения истребителя и ракеты .....	24
<b>2. Синтез метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель .....</b>	<b>32</b>
2.1. Основные положения синтеза метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель .....	32
2.1.1. Постановка задачи синтеза метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель, оптимального по минимуму локального функционала качества .....	32
2.1.2. Постановка задачи синтеза метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель, основанная на концепции обратных задач динамики .....	35
2.2. Условия синтеза метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель .....	37
2.2.1. Условия синтеза метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель, оптимального по минимуму локального функционала качества .....	40
2.2.2. Условия синтеза метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель на основе концепции обратных задач динамики .....	41
2.3. Синтез метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель .....	42
2.3.1. Синтез метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель, оптимального по минимуму локального функционала качества .....	42

---

2.3.2. Синтез метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель на основе концепции обратных задач динамики .....	45
2.4. Определение коэффициентов матриц штрафов и весового коэффициента в синтезированных методах самонаведения истребителя на групповую воздушную цель .....	47
2.4.1. Определение коэффициентов матриц штрафов в методе самонаведения истребителя на групповую воздушную цель, оптимальном по минимуму локального функционала качества.....	47
2.4.2. Определение весового коэффициента в методе самонаведения истребителя на групповую воздушную цель, синтезированном на основе концепции обратных задач динамики .....	49
<b>3. Синтез методов самонаведения управляемой ракеты на групповую воздушную цель.....</b>	<b>52</b>
3.1. Постановка задачи синтеза методов самонаведения управляемой ракеты на групповую воздушную цель .....	52
3.2. Условия синтеза методов самонаведения ракеты на групповую воздушную цель .....	52
3.3. Синтез оптимальных методов самонаведения ракеты для обеспечения требуемых условий радиолокационного наблюдения отражённых от групповой воздушной цели сигналов .....	58
3.3.1. Синтез оптимального метода самонаведения управляемой ракеты, позволяющего обеспечить в её аргс условия для разрешения групповой воздушной цели по доплеровской частоте и наблюдения отражённых сигналов под требуемым ракурсом при минимальном промахе .....	59
3.3.2. Синтез оптимального метода самонаведения управляемой ракеты под требуемым ракурсом радиолокационного наблюдения отражённых от групповой воздушной цели сигналов вторичной модуляции при минимальном промахе .....	61
3.3.3. Синтез оптимального метода самонаведения управляемой ракеты для обеспечения в её АРГС разрешения по доплеровской частоте элементов групповой воздушной цели на основе эффекта синтезирования апертуры антенны при минимальном промахе .....	63
3.4. Определение коэффициентов матриц штрафов в методах самонаведения ракеты на групповую воздушную цель.....	65

3.4.1. Коэффициенты матриц штрафов оптимального закона управления боковым ускорением ракеты, обеспечивающего в её аргс условия для разрешения групповой воздушной цели по доплеровской частоте, наблюдения отражённых сигналов под требуемым ракурсом и минимальный промах .....	65
3.4.2. Определение коэффициентов матриц штрафов оптимального закона управления боковым ускорением ракеты, обеспечивающего её наведение под требуемым ракурсом радиолокационного наблюдения отражённых от групповой воздушной цели сигналов вторичной модуляции и минимальный промах .....	67
3.4.3. Определение коэффициентов матриц штрафов оптимального закона управления боковым ускорением ракеты, обеспечивающего в её аргс разрешение по доплеровской частоте элементов групповой воздушной цели и минимальный промах .....	68
<b>4. Рекомендации по применению методов самонаведения истребителя и ракеты на групповую воздушную цель .....</b>	<b>71</b>
4.1. Рекомендации по применению метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель .....	71
4.1.1. Оценка эффективности применения синтезированных законов оптимального управления боковым ускорением истребителя .....	71
4.1.2. Рекомендации по тактическому применению синтезированного метода самонаведения истребителя на групповую воздушную цель .....	74
4.2. Рекомендации по применению методов самонаведения ракеты на групповую воздушную цель .....	76
4.2.1. Оценка реализуемости синтезированных методов самонаведения ракеты .....	76
4.2.2. Алгоритм выбора метода самонаведения ракеты .....	82
<b>5. Стохастическое оптимальное управление в реальном времени .....</b>	<b>92</b>
<b>6. Метод и алгоритм распознавания направления полёта пущенной ракеты противника .....</b>	<b>106</b>
6.1. Экспериментальное определение исходных данных .....	106
6.2. Разработка метода распознавания направления полёта ракеты противника .....	110

---

6.2.1. Структура метода распознавания направления полёта ракеты противника .....	116
6.3. Структура алгоритма, реализующего метод распознавания направления полёта ракеты противника.....	118
6.3.1. Структура оптимального алгоритма .....	120
6.4. Синтез оптимального алгоритма распознавания состояния ракеты противника.....	122
6.4.1. Синтез подалгоритма блока оценок.....	122
6.4.2. Синтез подалгоритма блока эталонов.....	132
6.4.3. Синтез подалгоритма блока принятия решений.....	138
6.5. Разработка рекомендаций по практическому применению оптимального алгоритма распознавания состояния ракеты противника.....	144
<b>Заключение.....</b>	<b>150</b>
<b>Список литературы.....</b>	<b>152</b>
<b>Список принятых сокращений .....</b>	<b>159</b>
<b>Сведения об авторах .....</b>	<b>161</b>

Научное издание

**Богданов** Александр Викторович  
**Филонов** Андрей Александрович  
**Ковалёв** Александр Аркадьевич

**Кучин** Александр Александрович  
**Лютиков** Игорь Витальевич

**МЕТОДЫ САМОНАВЕДЕНИЯ  
ИСТРЕБИТЕЛЕЙ И РАКЕТ  
КЛАССА «ВОЗДУХ–ВОЗДУХ»  
НА ГРУППОВУЮ ВОЗДУШНУЮ ЦЕЛЬ**

Редактор *Т. И. Тайгина*  
Компьютерная верстка *О. А. Кравченко*

Подписано в печать 25.11.2014. Печать плоская. Формат 60×84/16  
Бумага офсетная. Усл. печ. л. 10,5. Тираж 500 экз. Заказ № 1771

Издательский центр  
Библиотечно-издательского комплекса  
Сибирского федерального университета  
660041, Красноярск, пр. Свободный, 79  
Тел./факс (391) 206-21-49, e-mail: [rio@lan.krasu.ru](mailto:rio@lan.krasu.ru)

Отпечатано Полиграфическим центром  
Библиотечно-издательского комплекса  
Сибирского федерального университета  
660041, Красноярск, пр. Свободный, 82а  
Тел./факс (391) 206-26-49; тел. (391) 206-26-67  
E-mail: [print\\_sfu@mail.ru](mailto:print_sfu@mail.ru); <http://lib.sfu-kras.ru>