

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Сибирский федеральный университет

# РАДИОАВТОМАТИКА

Учебное пособие

*Под общей редакцией доктора технических наук, профессора  
В. Н. Бондаренко*

*Допущено Министерством обороны Российской Федерации  
в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся  
по специальности 210304.65 «Радиоэлектронные системы»  
а также для студентов направления подготовки бакалавров  
210300.62 «Радиотехника», 200100.62 «Приборостроение»,  
210302.65 «Радиотехника», 200101.65 «Приборостроение»,  
210303.65 «Бытовая радиоэлектронная аппаратура»*

Красноярск  
СФУ  
2013

УДК 621.396.6.52  
P154

*Авторы:*

***В.Н. Бондаренко, В.Н. Тяпкин, Д.Д. Дмитриев,  
Е.Н. Гарин, Р.Г. Галеев, В.Ю. Градусов, А.В. Гребенников,  
В.М. Владимиров, Ю.Л. Фатеев, А.Н. Фомин***

**P154 Радиоавтоматика** : учеб. пособие / В.Н. Бондаренко, В.Н. Тяпкин, Д.Д. Дмитриев [и др.] ; ред. В.Н. Бондаренко. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т . – 2013. – 172 с.  
ISBN 978-5-7638-2772-9

В учебном пособии изложены основы теории линейных непрерывных автоматических систем и принципы построения систем радиоавтоматики (систем частотной и фазовой автоподстройки и др.), широко используемых в радионавигации, радиолокации, радиосвязи и других областях радиоэлектроники. Рассмотрены вопросы анализа и синтеза систем радиоавтоматики. Приведены примеры практического применения радиотехнических автоматических систем, а также примеры и задачи по теории линейных непрерывных автоматических систем.

Предназначено для студентов специальности 210304.65 «Радиоэлектронные системы» а также для студентов направления подготовки бакалавров 210300.62 «Радиотехника», 200100.62 «Приборостроение», специальностей 210302.65 «Радиотехника», 200101.65 «Приборостроение», 210303.65 «Бытовая радиоэлектронная аппаратура».

**УДК 621.396.6.52**

ISBN 978-5-7638-2772-9

© Сибирский федеральный университет, 2013

## ПРЕДИСЛОВИЕ

В пособии рассматриваются вопросы, составляющие основное содержание курса «Радиоавтоматика», который в образовании радиоинженера занимает важное место. При его изучении студент сталкивается с комплексным использованием знаний, полученных в курсах высшей математики и физики, общетехнических и специальных технических дисциплин, предусмотренных учебными планами для студентов, обучающихся по специальности 210304.65 «Радиоэлектронные системы».

В главе 1 дается общая характеристика автоматических систем, а также излагаются основы теории линейных непрерывных систем автоматического управления (САУ): типовые звенья систем радиоавтоматики; методы математического описания радиотехнических следящих систем; устойчивость автоматических систем. Рассмотрены вопросы оценки показателей качества систем автоматического управления: прямые и косвенные методы оценки качества переходного процесса; точность автоматических систем при типовых воздействиях (статические и динамические ошибки типовых САУ); точность автоматических систем при воздействии помех; оптимальные линейные фильтры систем радиоавтоматики; оптимизация следящей системы при детерминированном и случайном воздействиях.

Основное внимание уделено изучению факторов, определяющих основные качественные показатели автоматических систем: точность, запас устойчивости, быстродействие и др. Требования к точности, быстродействию, надежности радиотехнических автоматических систем неуклонно растут, что указывает на актуальность изучения данных вопросов. Приведенные в конце каждого параграфа контрольные вопросы, а также примеры решения задач способствуют более глубокому усвоению материала.

Глава 2 посвящена изучению принципов построения типовых радиотехнических автоматических систем: автоматической регулировки усиления (АРУ), частотной и фазовой автоподстройки частоты (АПЧ и ФАПЧ), систем слежения за задержкой сигнала (ССЗ), систем слежения за направлением (ССН). Основными областями их применения являются радио-

связь, радиолокация, радионавигация, радиоуправление. Важное место занимает изучение принципа действия и практического применения типовых автоматических систем и факторов, определяющих основные показатели качества автоматических систем. Контрольные вопросы, примеры решения задач, приводимые в конце каждого параграфа, способствуют более глубокому усвоению материала.

Радиотехнические автоматические системы относятся к классу информационно-управляющих технических систем, осуществляющих извлечение, обработку и преобразование информации с использованием радиосигналов. По виду применяемых сигналов различают непрерывные, импульсные и цифровые системы радиоавтоматики. В непрерывных системах информация отображается в изменении параметров (амплитуды, частоты, фазы) непрерывного (обычно гармонического) колебания. В импульсных системах сигнал представляет последовательность радиоимпульсов, в параметрах которых (амплитуде, задержке, частоте, фазе) может содержаться информация, используемая для управления каким-либо объектом (например, подстраиваемым генератором).

В цифровых системах сигнал предварительно квантуется по времени и уровню. Каждому уровню соответствует определенная кодовая комбинация импульсов, которую принято называть *цифровым сигналом*. Цифровые системы легко сопрягаются с персональным компьютером или специализированным вычислителем, осуществляющим обработку и запоминание информации, воспроизводимой затем устройством отображения.

Особенностью радиотехнических САУ является то, что сообщение, содержащееся в каком-либо параметре сигнала (в теории автоматического управления его принято называть *задающим воздействием*) представляет собой медленно меняющийся случайный процесс, энергетический спектр которого сосредоточен в области очень низких частот (обычно, не выше 10 Гц). Благодаря узкому спектру задающего воздействия могут использоваться узкополосные следящие измерители параметров сигналов, обеспечивающие высокую помехоустойчивость и точность измерений.

В цифровых системах радиоавтоматики могут использоваться близкие к оптимальным (квазиоптимальные) алгоритмы фильтрации, обеспечивающие практически потенциальные (предельно достижимые) показатели качества (прежде всего, точность и помехоустойчивость).

Основные показатели качества работы систем радиоавтоматики имеют вероятностный (статистический) характер, что связано с влиянием различных случайных факторов (помех, флуктуаций характеристик радиоканала и пр.) в процессе формирования, распространения и обработки радиосигналов. Это предопределяет необходимость статистического подхода к анализу и синтезу систем радиоавтоматики, в связи с чем значительное место в пособии занимает изложение основ статистической теории радио-

технических следящих систем. При этом основное внимание уделяется задачам слежения за частотой, фазой и задержкой сигнала применительно к системам АПЧ, ФАПЧ и ССЗ, которые широко применяются в навигации самолетов, морских судов и других подвижных объектов, а также для решения других задач, требующих высокоточной «привязки» местонахождения объекта (геодезия, разведка полезных ископаемых и пр.).

Особенностью изложения материала в пособии является использование системного подхода, базирующегося на знаниях студентов, полученных при изучении предшествующих курсов. При этом учтены особенности специализации радиоинженеров по эксплуатации автоматических систем, для которых вопросы анализа систем более важны, чем вопросы их синтеза и проектирования.

## ВВЕДЕНИЕ

Предмет изучения дисциплины «Радиоавтоматика» – системы радиоавтоматики, охватывающие широкий класс автоматических систем, применяемых в радиолокации, радионавигации, радиосвязи, радиоуправлении и других областях радиоэлектроники.

Отличительной особенностью таких систем является использование радиосигналов для управления, а сами объекты управления – радиотехнические устройства (генераторы, усилители, антенны и пр.). Необходимая для управления информация содержится в том или ином параметре сигнала (амплитуде, частоте, фазе, времени запаздывания, направлении прихода) и выделяется в результате обработки сигнала.

Сходство систем радиоавтоматики (РА) с автоматическими системами другого назначения определяется, прежде всего, единством теории – теории автоматического управления, а также общностью многих элементов, из которых строятся эти системы (усилители, корректирующие и исполнительные элементы, управляющие ЭВМ и др.).

Первые системы РА – системы автоматической регулировки усиления – появились в 1930-е годы. Системы АРУ широко используются в приемниках современных радиосистем самого разного назначения.

Большое применение находят также системы частотной и фазовой автоподстройки частоты. Они используются для стабилизации промежуточной частоты приемников, в качестве демодуляторов сигналов с частотной и фазовой модуляцией, в синтезаторах частот, в следящих измерителях координат и скорости подвижных объектов.

В радиолокации и радионавигации широкое применение находят системы слежения за задержкой сигнала, на основе которых строятся следящие измерители дальности. Кроме того, они используются в радиосвязи в качестве систем синхронизации.

Еще один важный класс систем РА составляют системы слежения за направлением. Основными областями их применения являются радиолокация и радионавигация, где они используются в качестве следящих измерителей угловых координат; радиоуправление крылатыми ракетами, а также радиосвязь (наведение направленных антенн).

Основными задачами дисциплины являются изучение основ теории автоматического управления, принципов действия типовых систем РА, методов их анализа и синтеза.

Задача анализа формулируется следующим образом. Заданы входные воздействия: полезное – сигнал и мешающее – шум (возмущения, нестациональности). Требуется определить тот или иной показатель качества (запас устойчивости, быстродействие, точность).

Возможны два подхода к решению этой задачи: детерминированный и статистический. При первом подходе полезное и мешающее воздействия подаются детерминированными (известными функциями времени), при втором – случайными, но с известными характеристиками (корреляционными функциями, спектральными плотностями, законами распределения). В первом случае анализ проще, однако нельзя гарантировать, что в реальной системе будут те же характеристики, поскольку не учитывается статистический характер воздействий.

Обратимся теперь к задаче синтеза, которая формулируется так: заданы входные воздействия (детерминированные или случайные). Требуется отыскать оптимальную в соответствии с некоторыми критериями качества структуру системы. В качестве критерия оптимальности систем РА наиболее часто используют критерий минимума среднего квадрата ошибки (так как ошибка случайна). Решение задачи оптимизации системы требует знания априорной (известной до приема сигнала) информации о статистических характеристиках сигнала и помех. Реально же эти характеристики всегда отличаются от тех, что были приняты при синтезе системы. Это вызывает не оптимальность системы в реальных условиях (отличие от оптимальной системы тем больше, чем сильнее отличаются расчетные и действительные характеристики).

Задачи оптимизации систем при не полностью известных априорных сведениях о сигналах и помехах носят название задач синтеза с априорной неопределенностью. Среди многих методов решения подобных задач наибольший практический интерес представляют два: *адаптивный* и *робастный*. В первом случае получают самонастраивающуюся (адаптивную) систему, меняющую свою структуру в соответствии с оценками (результатами измерений) неизвестных априори параметров. В качестве примера можно привести систему, в которой осуществляется адаптация полосы пропускания к уровню шума (чем больше шум, тем уже полоса), что обеспечивает неизменную точность (шумовая ошибка постоянна).

Другой подход (робастный) предполагает, что система нечувствительна к изменению характеристик сигнала и помех. Например, использование двустороннего ограничения сигнала позволяет устранить влияние меняющейся амплитуды сигнала на показатели системы (разумеется, если амплитуда не является информационным параметром). Качество робастной (иначе непараметрической, инвариантной) системы ниже, чем строго оптимальной при полной априорной информации, однако оно гарантируется на приемлемом уровне при любых условиях.

# 1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

## 1.1. Общая характеристика автоматических систем

Сходство систем радиоавтоматики с автоматическими системами другого назначения определяется, прежде всего, единством теории – *теории автоматического управления*. Общими являются также многие определения, понятия и термины, относящиеся к теории линейных непрерывных автоматических систем.

### 1.1.1. Основные понятия и определения

*Автоматика* – отрасль науки и техники, охватывающая теорию и практику автоматического управления, а также принципы построения автоматических систем.

*Автоматическое регулирование* – поддержание заданного значения какой-либо физической величины без непосредственного участия человека с помощью специальных автоматических регуляторов. Примерами системы автоматического регулирования (САР) являются стабилизатор напряжения, система АРУ, система АПЧ гетеродина приемника.

*Автоматическое управление* – изменение по некоторому закону какой-либо физической величины без непосредственного участия человека с помощью специальных автоматических управителей. Примеры САУ: системы автосопровождения движущихся объектов по дальности (АСД) и направлению (АСН), следящий измеритель скорости подвижных объектов, системы вращения антенны обзорной радиолокационной станции.

САУ – общее название всех автоматических систем (САР – частный случай систем автоматического управления).

*Элемент автоматики* – звено автоматической системы, выполняющее определенную функцию и характеризующееся назначением, принципом действия, устройством (конструкцией), электронной схемой. По функциональному признаку все элементы автоматики объединяют в группы: задающие, чувствительные, усилительные, исполнительные, преобразовательные, корректирующие элементы и объекты управления (основные элементы САУ).

### 1.1.2. Функциональная схема замкнутой автоматической системы

Схема автоматической системы, составленная по функциональному признаку входящих в нее элементов, называется *функциональной*. Элементы системы изображаются на ней в виде прямоугольников (рис. 1.1), в которые вписаны первые буквы названия элемента (ЭС – элемент сравнения, ЧЭ – чувствительный элемент, У – усилитель, ИУ – исполнительный элемент, ОУ – объект управления).

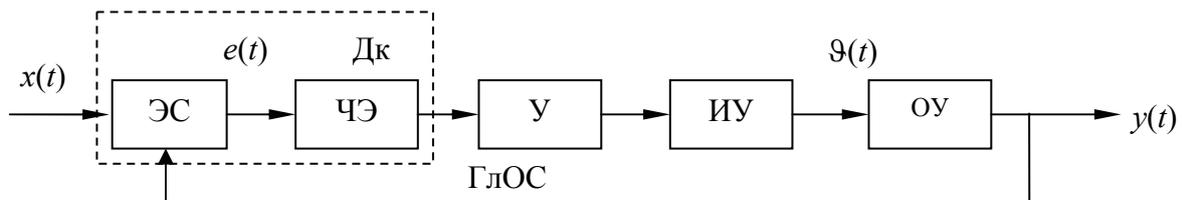


Рис. 1.1

Переменные, характеризующие состояние объекта управления, называются выходными переменными, или выходными сигналами системы. Точки системы, в которых выходные сигналы могут наблюдаться в виде определенных физических величин, называются *выходами* системы.

Любой объект управления и элемент системы могут испытывать (воспринимать) внешние воздействия. Точки системы, в которых приложены внешние воздействия, называются *входами*, а сами внешние воздействия могут быть разделены на *задающие* и *возмущающие* воздействия.

Сигналы, содержащие необходимую для управления информацию, называются *полезными*, а не содержащие такой информации – *мешающими* (*помехами*).

Понятие входов и выходов условно и относится всегда только к определенной системе. В схеме, представленной на рис. 1.1, существуют один вход  $x(t)$  и один выход  $y(t)$ . Такие системы называются *одномерными*; системы с несколькими входами и выходами называются *многомерными*.

Одномерные системы, имеющие только одну главную обратную связь (ГлОС), называются *одноконтурными*. Одномерные системы, имею-

щие, кроме главной обратной связи, одну или несколько местных обратных связей (охватывающих отдельные элементы или их группы), называются *многоконтурными*. Многомерные системы всегда являются многоконтурными.

Задача управления заключается в том, чтобы обеспечить изменение во времени управляемой переменной в соответствии с задающим воздействием  $x(t)$ . Математически это формулируется так:  $y(t) = x(t)$ .

Управление осуществляется с помощью устройства управления (ЭС, ЧЭ, У и ИУ), которое формирует управляющее воздействие  $\vartheta(t)$ , приложенное к объекту управления. ЭС и ЧЭ образуют *измеритель рассогласования* (*дискриминатор* – Дк), который в конструктивном отношении представляет единый функциональный элемент. Наличие рассогласования (ошибки)  $e = x - y$  приводит к тому, что на выходе дискриминатора формируется так называемый *сигнал ошибки*, представляющий собой постоянное или медленно меняющееся напряжение  $u(t)$ , величина и знак которого определяются величиной и знаком ошибки. После усиления сигнал ошибки преобразуется в *управляющее воздействие*, которое изменяет управляемую переменную таким образом, чтобы свести ошибку к нулю. Достигается это посредством главной обратной связи, по которой управляемая переменная поступает на вход элемента сравнения. Это единичная отрицательная обратная связь, так как коэффициент передачи этой цепи равен  $-1$  (выходная переменная поступает на вычитающий вход элемента сравнения).

Характер управляющего воздействия определяется видом исполнительного устройства и объекта управления. Например, в угломерных электромеханических следящих системах в качестве объекта управления выступает антенна, угол поворота которой определяется механическим воздействием, создаваемым электродвигателем, связанным с антенной посредством редуктора (т. е. исполнительное устройство электромеханическое). Примерами чисто электронных автоматических систем являются системы частотной автоподстройки (АПЧ и ФАПЧ), в которых объектом управления является подстраиваемый генератор, а исполнительным устройством – управитель частотой на основе варикапа.

Отличительной особенностью любой замкнутой автоматической системы является то, что ее работа основана на сравнении входной и выходной переменных (принцип работы по отклонению). В отличие от замкнутых в разомкнутых автоматических системах отсутствует главная обратная связь, а управление осуществляется без учета информации об ошибке, поэтому точность таких систем ниже, чем замкнутых. Такие системы называют системами, работающими по возмущению. Примеры разомкнутых автоматических систем: стабилизатор напряжения, система вращения антенны обзорной РЛС и прочее.

### 1.1.3. Классификация автоматических систем

По характеру задающего воздействия автоматические системы подразделяются на *системы стабилизации, программного управления и следящие*. В системах стабилизации задающее воздействие (следовательно, и выходная переменная) является неизменным; в системах программного управления оно изменяется по определенной, заранее известной программе; в следящих системах задающее воздействие заранее неизвестно (как правило, случайно). Системы стабилизации (САР) и системы программного управления являются частными случаями следящих систем, когда задающее воздействие постоянно или является известной функцией времени.

По виду действующих в системе сигналов автоматические системы подразделяются на *непрерывные* и *дискретные*. В первом случае сигналы – непрерывные функции времени, во втором – дискретные (ступенчатые, импульсные). В свою очередь, дискретные системы делят на импульсные и цифровые. Помимо временной дискретизации в цифровых системах осуществляется дискретизация (квантование) сигналов по уровню. При определенных условиях (когда полоса пропускания системы существенно меньше частоты дискретизации) дискретная система может быть заменена квазинепрерывной моделью, что позволяет проводить анализ таких систем известными методами (операторным, частотным или временным).

По виду уравнений, описывающих систему, все автоматические системы подразделяются на *линейные* и *нелинейные*. В первом случае они описываются линейными дифференциальными (или разностными для дискретных систем) уравнениями, во втором – нелинейными.

Система является линейной, если все ее элементы линейны. Звено является линейным, если его характеристика имеет вид  $y = kx$ , где  $k$  – коэффициент передачи, имеющий размерность  $[k] = [y]/[x]$ . Например, для усилителя  $k$  – безразмерная величина, для частотного или фазового дискриминатора соответственно В/Гц и В/рад, для электродвигателя – (рад/с)/В.

Строго линейных звеньев не существует. Даже для усилителя, который принято считать линейным звеном, амплитудная характеристика может полагаться линейной лишь в ограниченном диапазоне амплитуд входного сигнала. Однако на практике в целях упрощения анализа систем широко используют линейную аппроксимацию характеристик нелинейных элементов  $y = f(x)$  (это относится в первую очередь к дискриминаторам).

Примеры характеристик нелинейных звеньев приведены на рис. 1.2. Первые три являются типовыми характеристиками дискриминаторов (соответственно частотного, фазового и временного), четвертая соответствует характеристике 8-уровневого аналого-цифрового преобразователя (АЦП), а пятая – бинарному квантизатору (двухуровневое квантование).

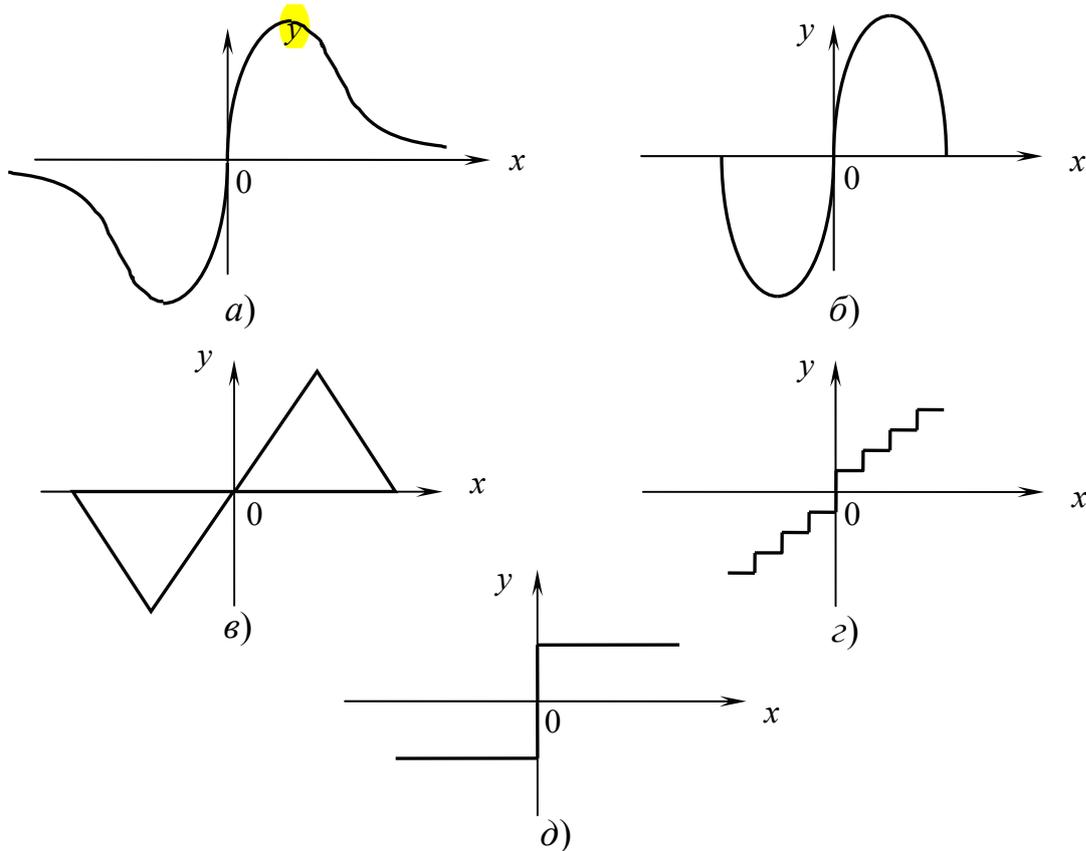


Рис. 1.2

Алгебраическое уравнение  $y = f(x)$ , описывающее связь между мгновенными значениями сигналов на входе и выходе звена в один и тот же момент времени, называют *статической характеристикой*. Она является исчерпывающей характеристикой для описания безынерционных звеньев, имеющих равномерную в полосе частот от нуля до бесконечности амплитудно-частотную характеристику (АЧХ). Реальные звенья являются инерционными, так как имеют конечную полосу пропускания. Для их описания используются *динамические характеристики* (дифференциальные уравнения или передаточные функции). В качестве примера можно привести распространенное звено –  $RC$ -фильтр нижних частот (ФНЧ), описываемый дифференциальным уравнением

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t), \quad (1.1)$$

или передаточной функцией

$$K(p) = \frac{1}{1 + Tp}, \quad (1.2)$$

где  $T = RC$  – постоянная времени, имеющая размерность секунды.

При постоянном воздействии в установившемся режиме уравнение (1.1) принимает вид  $y(t) = x(t)$ , что соответствует передаточной функции (1.2)  $K(p) = \text{const} = 1$ . В переходном же режиме для описания ФНЧ необходимо использовать динамические характеристики (1.1) или (1.2). Если воздействие меняется во времени, то описание инерционного звена с помощью статической характеристики невозможно даже в установившемся режиме.

При анализе систем широко используют аппроксимацию характеристик различных функциональных элементов (усилителей, дискриминаторов и других), заменяя их безынерционными звеньями. Такая замена справедлива, если последовательно с элементом включен другой элемент со значительно более узкой полосой. Например, включение ФНЧ после дискриминатора часто позволяет считать предшествующий тракт приемника широкополосным, т.е. заменить его безынерционным элементом.

*По стабильности параметров* системы во времени (постоянные или переменные параметры) все системы подразделяются на *стационарные* и *нестационарные*. Первые описываются уравнениями (дифференциальными или разностными) с постоянными коэффициентами. Примером нестационарной системы является система АРУ, содержащая нестационарный элемент (усилитель или аттенуатор с регулируемым во времени коэффициентом передачи).

*По виду управляемой переменной* системы подразделяются на системы АРУ, системы слежения за частотой (системы АПЧ), фазой (системы ФАПЧ), задержкой (ССЗ), направлением (ССН) и др.

*По виду используемой для управления энергии* системы делят на *электромеханические*, *электронные* и пр.

*По числу управляемых переменных* системы классифицируются на *одномерные* и *многомерные*.

Классификация реальных автоматических систем производится, как правило, по нескольким признакам одновременно. Например, цифровая система ФАПЧ (система нелинейна, так как содержит АЦП; дискретна из-за наличия устройства, осуществляющего временную дискретизацию, и предназначена для управления фазой (частотой) подстраиваемого генератора).

### ***Контрольные вопросы***

1. Укажите области применения типовых систем РА.
2. Поясните сущность задач анализа и синтеза автоматической системы (АС).
3. Каковы задачи автоматического регулирования и управления?
4. Назовите основные функциональные элементы и нарисуйте функциональную схему замкнутой АС.

5. В чем заключается сущность задачи управления и как она решается?
6. Поясните понятия *управляемая переменная, задающее и возмущающее воздействия*.
7. В чем заключается различие АС, работающих *по рассогласованию и по возмущению*?
8. Проведите классификацию АС и назовите основные признаки классификации.
9. Что называется статической и динамической характеристиками? Для описания каких элементов автоматики они используются?

## 1.2. Типовые звенья систем радиоавтоматики

Любое линейное звено может быть описано дифференциальным уравнением или передаточной функцией  $K(p)$ , которая представляет собой оператор, показывающий, какие преобразования должны быть выполнены над входным сигналом  $x(t)$  для получения выходного сигнала  $y(t)$ . Описание звена с помощью передаточной функции удобно и наглядно. Оно эквивалентно описанию с помощью дифференциального уравнения  $y(t) = K(p)x(t)$ , где  $p = d/dt$  – оператор дифференцирования. К *типovým* относят такие звенья, которые описываются уравнением не выше второго порядка. Помимо *операторного метода*, базирующегося на понятии передаточной функции и использовании прямого и обратного преобразований Лапласа, при анализе систем радиоавтоматики широко используются частотный и временной методы.

*Частотный метод* основан на использовании преобразований Фурье и понятий комплексного коэффициента передачи  $K(j\omega)$  или его модуля  $K(\omega)$  – амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) и аргумента  $\varphi(\omega)$  – фазо-частотной характеристики (ФЧХ). Анализ систем существенно упрощается при использовании логарифмических частотных характеристик – амплитудных (ЛАХ)  $L = 20 \lg K(\omega)$  и фазовых (ЛФХ). Объясняется это тем, что ЛАХ можно аппроксимировать отрезками прямых, имеющих определенный наклон. Кроме того, для построения ЛАХ используют простые выражения, так как в результате логарифмирования АЧХ произведения и частные от деления заменяют суммами и разностями. Основная область использования частотного метода – это анализ систем в установившемся режиме (определение запаса устойчивости, точности при воздействии помех).

*Временной метод* базируется на понятиях переходной  $h(t)$  и импульсной  $g(t)$  характеристик и связан с использованием интеграла Дюамеля (интеграла свертки). Наиболее часто этот метод применяется для анали-

за систем в переходном режиме (определение быстродействия, перерегулирования и других показателей качества).

### 1.2.1. Безынерционное (усилительное, пропорциональное) звено

Уравнение динамики безынерционного звена – алгебраическое уравнение

$$y(t) = kx(t), \quad (1.3)$$

где  $k$  – коэффициент усиления (или передачи).

Передаточная функция безынерционного звена

$$K(p) = Y(p)/X(p) = k.$$

Амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики определяются как  $K(\omega) = k$  и  $\varphi(\omega) = 0$  для всех  $\omega$ , а ЛАХ звена  $L(\omega) = 20 \lg k$ .

Переходная характеристика безынерционного звена аналогична по форме входному сигналу – ступенчатому воздействию:  $h(t) = kI(t)$ , где  $I(t)$  – функция единичного скачка (равна единице при  $t \geq 0$  и нулю при  $t < 0$ ).

Импульсная характеристика звена также повторяет по форме входной сигнал: имеет вид дельта-функции  $\delta(t)$  – при  $t = 0$  она обращается в бесконечность, а при  $t > 0$  – равна нулю).

Примерами конструктивного выполнения безынерционного звена являются потенциометр (аттенюатор), усилитель и другие, если уравнения их динамики можно представить уравнением вида (1.3).

### 1.2.2. Инерционное звено (апериодическое звено первого порядка)

Уравнение динамики инерционного звена имеет вид

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t), \quad (1.4)$$

где  $T$  – постоянная времени, обусловленная наличием емкости, индуктивности, момента инерции и т. д.;  $k$  – коэффициент передачи.

Передаточная функция инерционного звена

$$K(p) = k/(1+Tp). \quad (1.5)$$

Амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики звена определяются выражениями:

$$K(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}}, \quad (1.6)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg(\omega T). \quad (1.7)$$

Построенные по этим формулам АЧХ и ФЧХ инерционного звена для двух значений постоянной времени ( $T_2 > T_1$ ) представлены на рис. 1.3.

Чтобы построить ЛАХ звена, необходимо определить логарифмическую функцию АЧХ в децибелах из формулы (1.6):

$$L(\omega) = 20 \lg K(\omega) = 20 \lg \left[ \frac{k}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}} \right]$$

или

$$L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg(1 + \omega^2 T^2)^{1/2}. \quad (1.8)$$

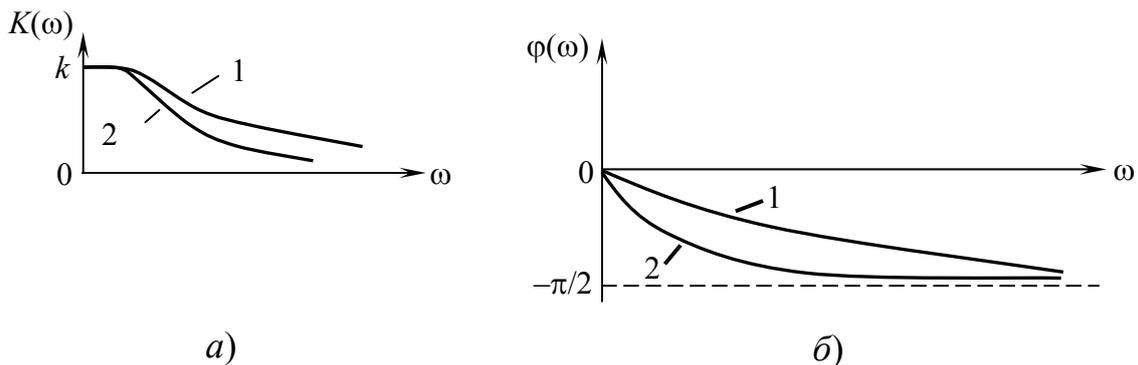


Рис. 1.3

Точное построение ЛАХ заключается в последовательном определении значений  $L(\omega)$  при различных частотах  $\omega$ . Построение ЛАХ обычно упрощают, заменяя точную  $L(\omega)$  ее асимптотами. Первая асимптота характеризует ЛАХ при малых частотах, когда величиной  $\omega^2 T^2$  можно пренебречь, т. е. принимают

$$L'(\omega) \cong 20 \lg k. \quad (1.9)$$

Эта асимптота не зависит от частоты. Вторая асимптота характеризует ЛАХ при больших частотах, когда  $\omega^2 T^2 \gg 1$ , т. е. принимают

$$L''(\omega) \cong 20 \lg k - 20 \lg \omega T. \quad (1.10)$$

Если принять приращение частоты на одну декаду ( $\omega_2 = 10\omega_1$ ), то АЧХ в децибелах изменится на величину

$$\Delta L = -20 \lg 10\omega_1 T + 20 \lg \omega_1 T = -20 \lg 10 = -20 \text{ дБ} .$$

Следовательно, для второй асимптоты известен наклон, характеризующий убывание амплитуды на 20 дБ при возрастании частоты на 1 декаду. Точка сопряжения обеих асимптот определяется равенством  $L'(\omega)$  и  $L''(\omega)$ , т. е.

$$20 \lg 1 = -20 \lg \omega_c T ,$$

откуда  $\omega_c = 1/T$ .

Величина  $\omega_c$  определяется постоянной времени инерционного звена и называется *сопрягающей частотой*.

Асимптотическая ЛАХ, построенная по формулам (1.9), (1.10), представлена на рис. 1.4. Как видно из сравнения выражений (1.8), (1.9) и (1.10), максимальное отклонение асимптотической ЛАХ от точной характеристики  $L_T(\omega)$  равно 3 дБ при частоте сопряжения  $\omega_c$  (эта частота определяет полосу пропускания по уровню 0,7) и незначительно при других частотах.

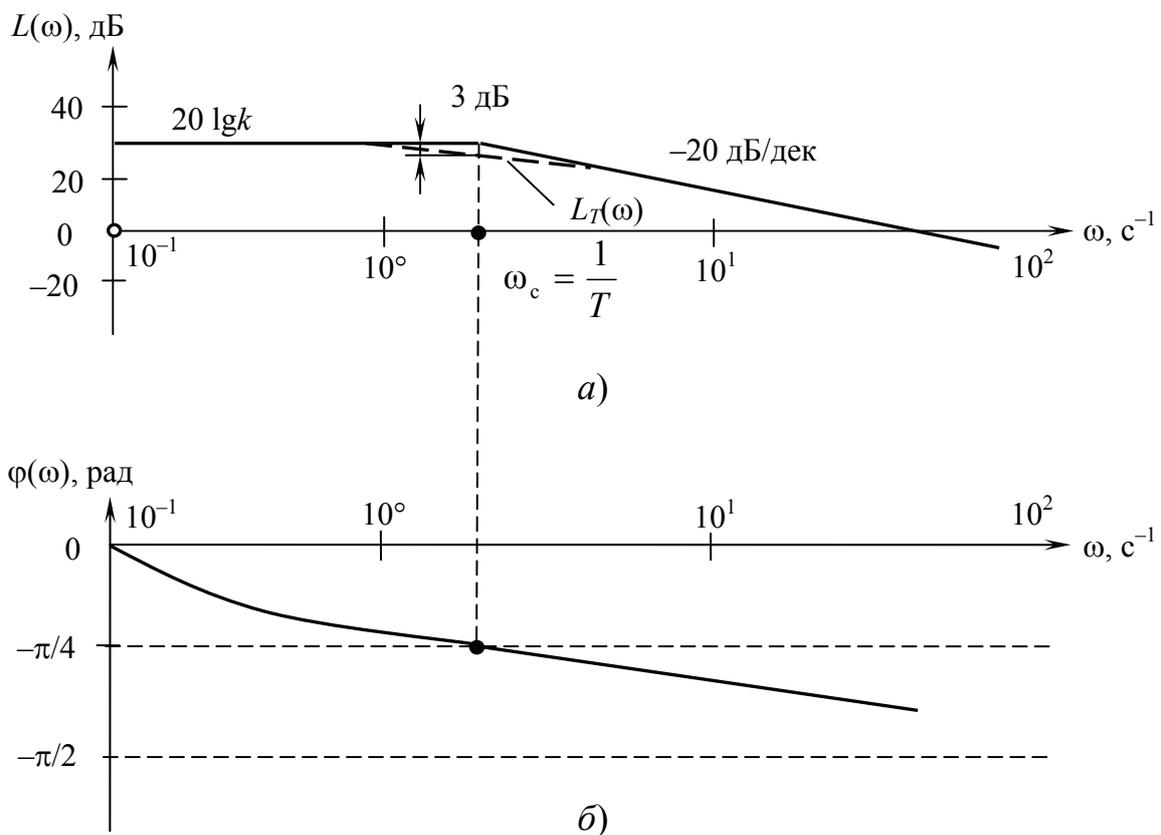


Рис. 1.4

Логарифмическая фазочастотная характеристика инерционного звена

$$\varphi(\omega) = -\arctg\omega T = -\arctg(\omega/\omega_c).$$

Для сопрягающей частоты фаза

$$\varphi(\omega_c) = -\arctg(\omega_c/\omega_c) = -\arctg 1 = -\pi/4.$$

Переходная характеристика инерционного звена

$$h(t) = k(1 - e^{-t/T}), \quad (1.11)$$

а импульсная

$$g(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{k}{T} e^{-t/T}. \quad (1.12)$$

Построенные по формулам (1.11), (1.12) характеристики при двух значениях постоянной времени ( $T_2 > T_1$ ) представлены на рис. 1.5. Время переходного процесса, определяемое как время установления значения

$$h(t_{\text{п}}) \cong 0,95h_{\text{max}} = 0,95k,$$

тем больше, чем больше постоянная времени ( $t_{\text{п}} \cong 3T = 3/\omega_c$ ).

Примерами инерционного звена являются:  $RC$  (или  $RL$ ) фильтры нижних частот; дискриминатор (например, частотный); генератор постоянного (или переменного) тока; электродвигатель и т. д., если уравнения их динамики можно представить в виде выражения (1.4).

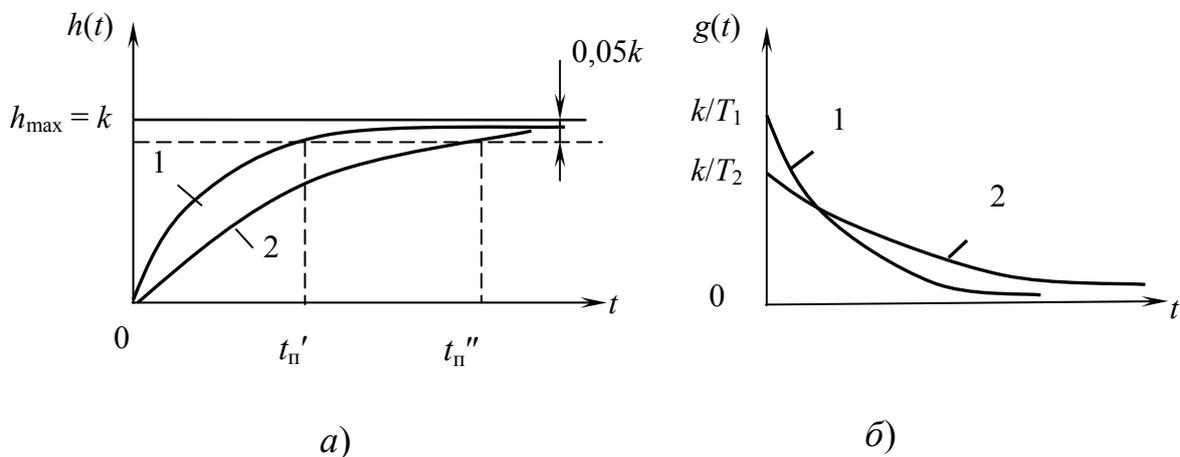


Рис. 1.5

### 1.2.3. Интегрирующее звено

Уравнение динамики интегрирующего звена имеет вид

$$\left. \begin{aligned} & y(t) = k_{\text{и}} \int_0^t x(\tau) d\tau, \\ \text{или} & \frac{dy(t)}{dt} = k_{\text{и}} x(t), \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

где  $k_{\text{и}}$  – коэффициент передачи, имеющий размерность  $\text{с}^{-1}$ .

Передаточная функция интегрирующего звена

$$K(p) = \frac{k_{\text{и}}}{p}, \quad (1.14)$$

а частотные характеристики определяются выражениями

$$K(\omega) = \frac{k_{\text{и}}}{\omega}, \quad (1.15)$$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}(-\infty) = -\pi/2. \quad (1.16)$$

АЧХ и ФЧХ интегрирующего звена, построенные в соответствии с формулами (1.15) и (1.16), представлены на рис. 1.6.

ЛАХ интегрирующего звена на основании (1.15) определяется выражением

$$L(\omega) = 20\lg K(\omega) = 20\lg k_{\text{и}} - 20\lg \omega. \quad (1.17)$$

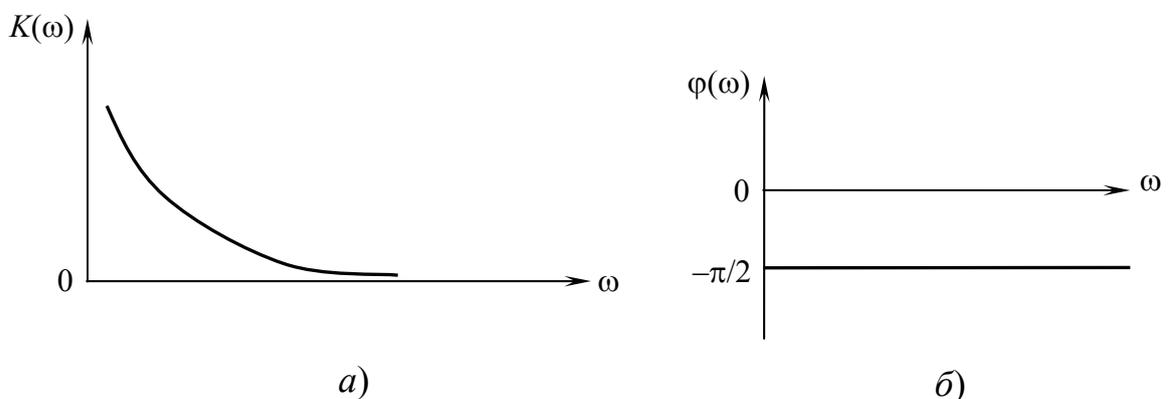


Рис. 1.6

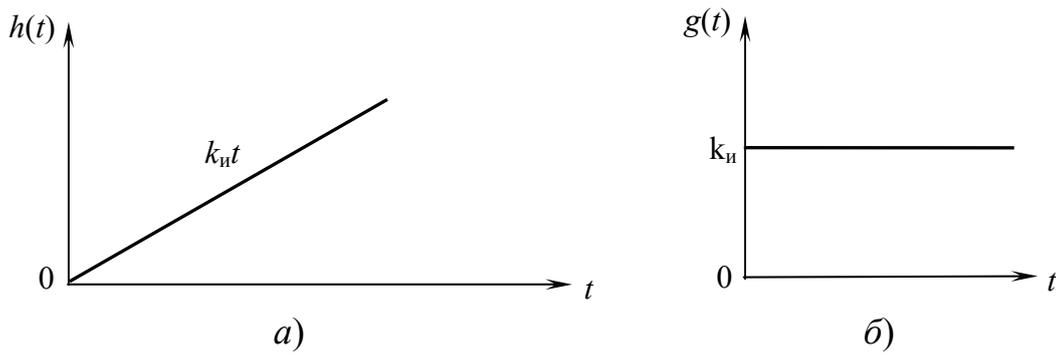


Рис. 1.7

Это выражение подобно (1.10), поэтому ЛАХ интегрирующего звена является прямой линией, проходящей с наклоном  $-20$  дБ/дек через точку на оси частот  $\omega = k_{ин}$ .

Логарифмическая фазочастотная характеристика отличается от представленной на рис. 1.6 характеристики  $\varphi(\omega)$  лишь масштабом по оси частот (логарифмическим вместо линейного).

Переходная характеристика интегрирующего звена представляет собой линейную функцию времени, а импульсная – ступенчатую функцию (рис. 1.7).

Примерами интегрирующего звена являются: интегратор на основе операционного усилителя, редуктор исполнительного устройства системы вращения антенны и другие, если уравнения их динамики имеют вид (1.13).

#### 1.2.4. Форсирующее звено

Динамические свойства форсирующего звена описываются уравнением

$$y(t) = kT \frac{dx(t)}{dt} + kx(t), \quad (1.18)$$

где  $k$  – коэффициент передачи звена;  $T$  – постоянная времени.

Передаточная функция форсирующего звена

$$K(p) = k(1 + Tp). \quad (1.19)$$

АЧХ и ФЧХ звена на основании формулы (1.19) определяются выражениями

$$K(\omega) = k\sqrt{1 + (\omega T)^2}, \quad (1.20)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \omega T. \quad (1.21)$$

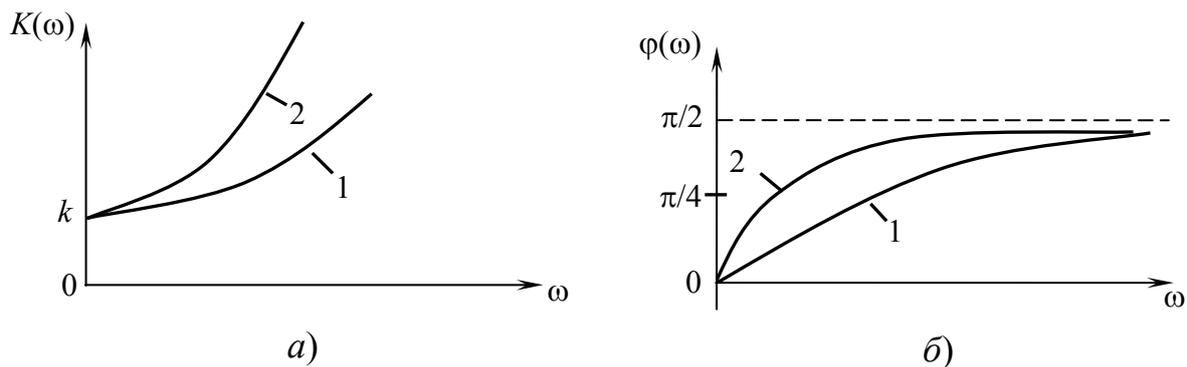


Рис. 1.8

Частотные характеристики форсирующего звена, построенные с использованием равенств (1.20) и (1.21) для двух значений постоянной времени ( $T_2 > T_1$ ), представлены на рис. 1.8.

ЛАХ форсирующего звена получается из выражения (1.20):

$$L(\omega) = 20 \lg K(\omega) = 20 \lg |k \sqrt{1 + (\omega T)^2}|$$

или

$$L(\omega) = 20 \lg k + 20 \lg (1 + \omega^2 T^2)^{1/2}. \quad (1.22)$$

Асимптотическая ЛАХ может быть представлена двумя прямыми:

$$L'(\omega) = 0 \lg k \text{ при } \omega \leq 1/T,$$

$$L''(\omega) = 20 \lg k + 20 \lg \omega T \text{ при } \omega > 1/T. \quad (1.23)$$

Первая представляет собой отрезок горизонтальной прямой с ординатой  $20 \lg k$ , а вторая – прямую, проходящую с наклоном 20 дБ/дек. Частота сопряжения  $\omega_c = 1/T$  этих прямых соответствует значениям АЧХ  $K(\omega_c) = k\sqrt{2}$  и ФЧХ  $\varphi(\omega_c) = \pi/4$ . Максимальная погрешность аппроксимации ЛАХ составляет 3 дБ и соответствует частоте  $\omega_c$ .

Графики частотных характеристик (ЛАХ и ЛФХ) форсирующего звена отличаются от представленных на рис. 1.4 соответствующих характеристик инерционного звена лишь тем, что наклон асимптоты  $L''(\omega)$ , а также знак фазы положительны.

Переходная характеристика форсирующего звена изображена на рис. 1.9. Она содержит две составляющие: первая имеет вид дельта-функции, что соответствует дифференциальной составляющей правой части уравнения (1.18), а вторая – ступенчатой функцией, соответствующей пропорциональной компоненте уравнения.

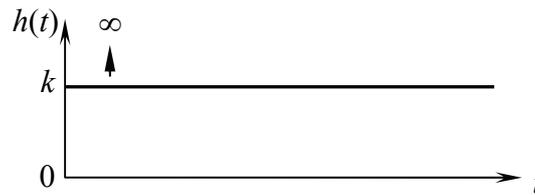


Рис. 1.9

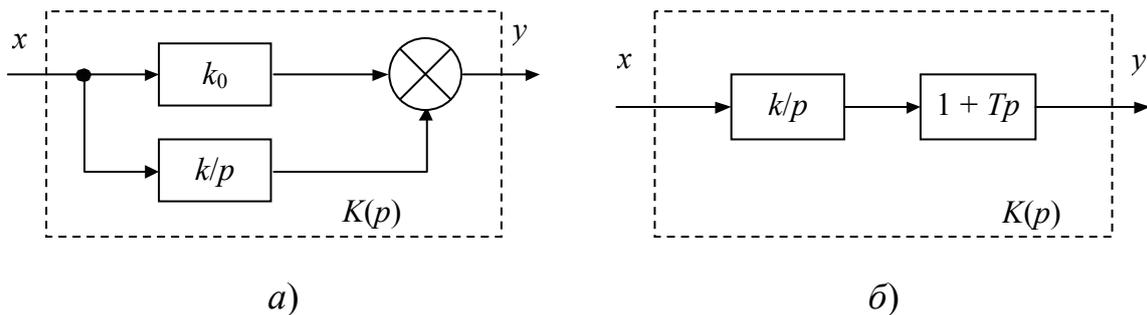


Рис. 1.10

Форсирующее звено относится к корректирующим звеньям, вводимым в систему с целью обеспечения заданных характеристик (запаса устойчивости, точности и т. д.). Поскольку идеальных дифференцирующих звеньев создать невозможно, то практическая реализация форсирующих звеньев осуществляется с использованием других типовых звеньев. Например, параллельное соединение безынерционного (пропорционального) и интегрирующего звеньев (рис. 1.10, а) эквивалентно последовательному соединению форсирующего звена и интегратора (рис. 1.10, б) с общей передаточной функцией

$$K(p) = \left( k_0 + \frac{k}{p} \right) = \frac{k(1 + Tp)}{p}, \quad (1.24)$$

где  $T = \frac{k_0}{k}$  – постоянная времени;  $k$  – общий коэффициент передачи.

Нетрудно убедиться, что в обоих случаях передаточная функция определяется выражением (1.24).

Другой способ реализации форсирующего звена основан на использовании так называемого *пропорционально-интегрирующего фильтра* (ПИФ) (рис. 1.11).

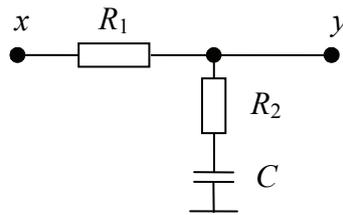


Рис. 1.11

Передаточная функция такого фильтра имеет вид

$$K(p) = \frac{1 + T_1 p}{1 + T_2 p}, \quad (1.25)$$

где постоянные времени  $T_1 = R_2 C$  и  $T_2 = (R_1 + R_2) C$ .

Фильтр нижних частот с передаточной функцией (1.25) можно представить как последовательное соединение двух типовых звеньев: форсирующего и инерционного с общим коэффициентом передачи  $k = 1$ .

### 1.2.5. Колебательное звено

Уравнение динамики колебательного звена имеет вид

$$T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\gamma T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t), \quad (1.26)$$

где  $T$  – постоянная времени;  $\gamma$  – коэффициент затухания (демпфирования);  $k$  – коэффициент передачи.

Передаточная функция, соответствующая уравнению (1.26)

$$K(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\gamma T p + 1}. \quad (1.27)$$

Частотные характеристики можно определить, используя выражение (1.27). При этом АЧХ колебательного звена

$$K(\omega) = \frac{k}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4\gamma^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}, \quad (1.28)$$

а ФЧХ

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{2\gamma (\omega / \omega_0)}{1 - (\omega / \omega_0)^2}, \quad (1.29)$$

где  $\omega_0 = 1/T$  – собственная частота.

Графики частотных характеристик, построенные в соответствии с формулами (1.28), (1.29) для различных значений  $\gamma$ , представлены на рис. 1.12 ( $\gamma_1 > 1$ ,  $\gamma_2 = 1$ ,  $\gamma_3 = 0,5$ ,  $\gamma_4 < 0,5$ ).

При значениях коэффициента затухания  $\gamma < 0,5$  АЧХ имеет ярко выраженный максимум, который смещается влево по оси частот по мере увеличения затухания (типичными для радиоавтоматики являются значения  $\gamma = 0,5-0,7$ ).

Резонансная частота определяется как  $\omega_p = \omega_0 \sqrt{1 - 2\gamma^2}$ . Значение АЧХ на этой частоте  $K_{\max} = K(\omega_p) = k / (2\gamma \sqrt{1 - \gamma^2})$ , а на частоте АЧХ  $\omega_0$   $K(\omega_0) = k / 2\gamma$ . При  $\gamma \geq 0,7$  АЧХ становится монотонно убывающей (отсутствует резонансный выброс).

При значениях коэффициента затухания  $\gamma \geq 1$  звено становится аperiодическим (второго порядка). Оно эквивалентно последовательному соединению двух инерционных звеньев (аperiодических первого порядка).

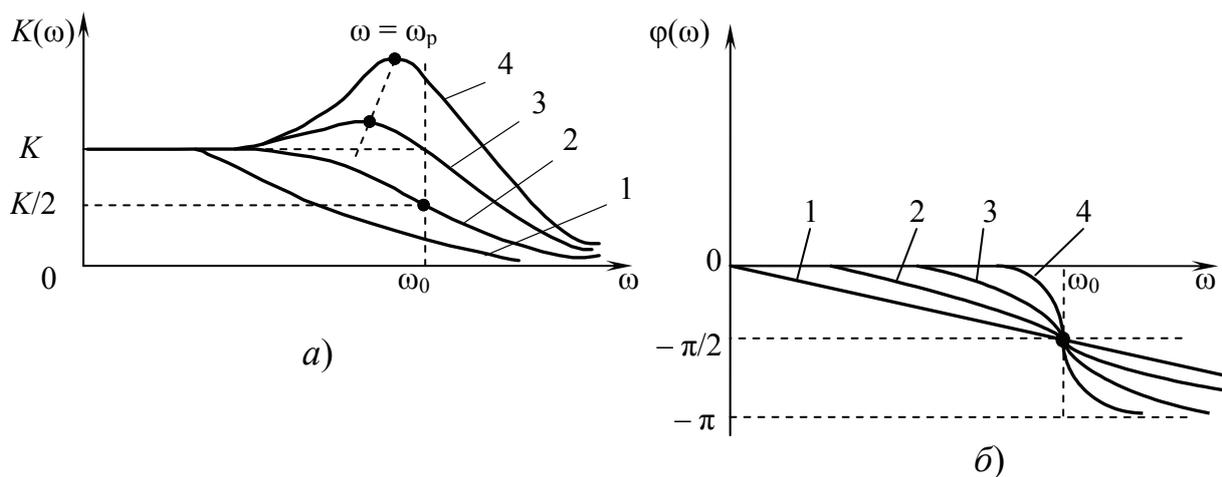


Рис. 1.12

ЛАХ колебательного звена определяется на основании выражения (1.28):

$$L(\omega) = 20 \lg K(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{[1 - (\omega/\omega_0)^2]^2 + 4\gamma^2 (\omega/\omega_0)^2}. \quad (1.30)$$

Аналогично тому, как это было выполнено для инерционного звена, ЛАХ колебательного звена можно заменить приближенной ЛАХ в виде двух асимптот. Первая асимптота характеризует ЛАХ при малых частотах, когда вместо выражения (1.30) можно приближенно принять

$$L'(\omega) \approx 20 \lg k. \quad (1.31)$$

Вторая асимптота характеризует ЛАХ при больших частотах, когда вместо выражения (1.30) можно полагать

$$L''(\omega) \approx 20 \lg k - 40 \lg(\omega/\omega_0). \quad (1.32)$$

Эта асимптота зависит от частоты: изменение частоты на одну декаду влечет уменьшение усиления на 40 дБ. Построенные по формулам (1.31), (1.32) ЛАХ отличаются от соответствующих характеристик инерционного звена (рис. 1.4) лишь тем, что наклон их при частотах  $\omega > \omega_c = \omega_0$  составляет  $-40$  дБ/дек. Максимальная погрешность аппроксимации точной ЛАХ соответствует частоте сопряжения  $\omega_c$ . Считается, что такая аппроксимация вполне приемлема, если коэффициент затухания  $\gamma = 0,5 - 0,7$ .

Переходная характеристика колебательного звена определяется выражением

$$h(t) = k \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\gamma^2}} e^{-\gamma t/T} \sin \left( \frac{\sqrt{1-\gamma^2}}{T} t + \arctg \frac{\sqrt{1-\gamma^2}}{\gamma} \right) \right] \text{ при } \gamma < 1. \quad (1.33)$$

Графическое изображение переходной характеристики при  $k = 1$  приведено на рис. 1.13. Время переходного процесса, определяемое как время, по истечении которого отклонение выходной величины от установившегося значения не превышает 5 %, определяется как  $t_{\pi} \approx 3/(\gamma\omega_0)$ . Период собственных колебаний  $T_0$  равен  $2\pi / (\omega_0 \sqrt{1-2\gamma^2})$ .

Примерами выполнения колебательных звеньев являются: колебательный контур, центробежный маятник, электродвигатель постоянного тока и т. д., если уравнения их динамики можно представить в виде выражения (1.26).

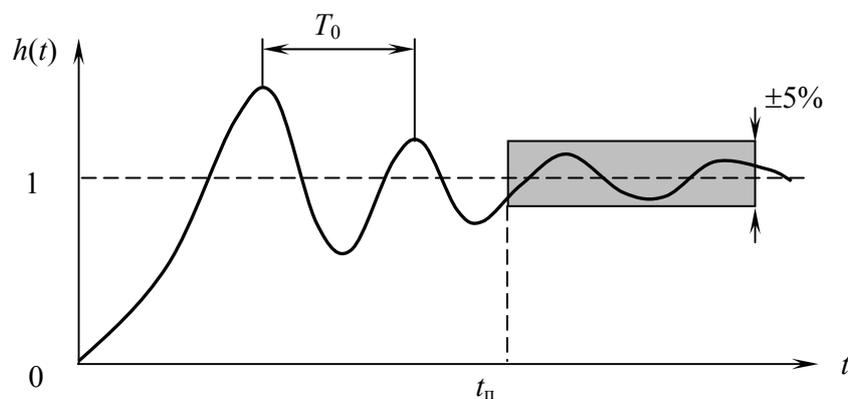


Рис. 1.13

**Пример 1.1.** Построить частотные характеристики (АЧХ, ФЧХ, и ЛАХ) пропорционально-интегрирующего фильтра с передаточной функцией

$$K(p) = \frac{1 + T_2 p}{1 + T_1 p}. \quad (1.34)$$

**Решение.** АЧХ и ФЧХ ПИФ получим, соответственно перемножив и сложив АЧХ и ФЧХ форсирующего и инерционного звеньев:

$$\left. \begin{aligned} K(\omega) &= \sqrt{\frac{1 + (\omega T_2)^2}{1 + (\omega T_1)^2}}, \\ \varphi(\omega) &= -\arctg \omega T_1 + \arctg \omega T_2. \end{aligned} \right\} \quad (1.35)$$

ЛАХ пропорционально-интегрирующего фильтра определяется по выражению

$$\begin{aligned} L_T(\omega) &= L_{T\Phi}(\omega) + L_{Tи}(\omega) = \\ &= 20 \lg [1 + (\omega T_2)^2]^{1/2} - 20 \lg [1 + (\omega T_1)^2]^{1/2}. \end{aligned} \quad (1.36)$$

Аппроксимируя точные ЛАХ в формуле (1.36) форсирующего и инерционного звеньев их асимптотами для нижних и верхних частот (1.9, 1.10, 1.23), для ЛАХ пропорционально-интегрирующего фильтра можно записать следующее:

$$L(\omega) \approx \begin{cases} 0 & \text{при } \omega \leq \omega_{c1} = 1 / T_1, \\ -20 \lg \omega T_1 & \text{при } \omega_{c1} < \omega \leq \omega_{c2} = 1 / T_2, \\ 20 \lg (T_2 / T_1) & \text{при } \omega > \omega_{c2}. \end{cases}$$

График ЛАХ, построенный с использованием этого выражения, приведен на рис. 1.14, а. Погрешность аппроксимации составляет приблизительно 3 дБ на частотах сопряжения и убывает по мере удаления от этих точек.

График ЛФХ, построенный в соответствии с (1.35), представлен на рис. 1.14, б.

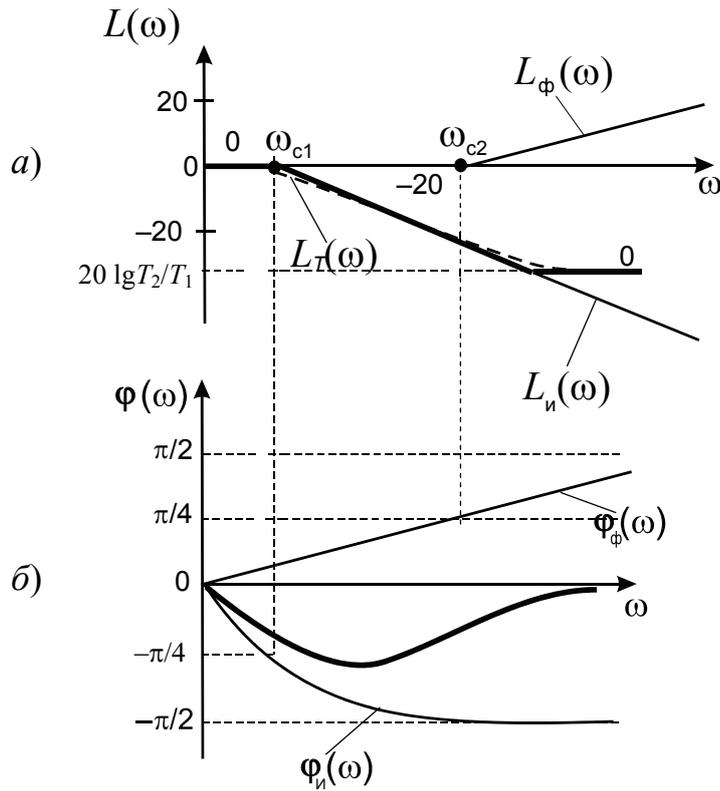


Рис. 1.14

**Пример 1.2.** Построить частотные характеристики (ЛАХ и ЛФХ) аperiodического звена второго порядка с передаточной функцией

$$K(p) = \frac{1}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}. \quad (1.37)$$

**Решение.** АЧХ и ФЧХ находим как произведение и сумму соответствующих характеристик двух инерционных звеньев:

$$\left. \begin{aligned} K(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{[1 + (\omega T_1)^2][1 + (\omega T_2)^2]}}, \\ \varphi(\omega) &= -\arctg \omega T_1 - \arctg \omega T_2. \end{aligned} \right\} \quad (1.38)$$

ЛАХ аperiodического звена второго порядка аппроксимируется асимптотами с наклоном соответственно 0 дБ/дек, -20 дБ/дек и -40 дБ/дек (рис. 1.15, а).

Погрешность аппроксимации не превышает 6 дБ при  $T_1 = T_2 = T$  на частоте сопряжения  $\omega_c = 1/T$ . При  $T_2 \ll T_1$  погрешность на частотах сопряжения составляет около 3 дБ.

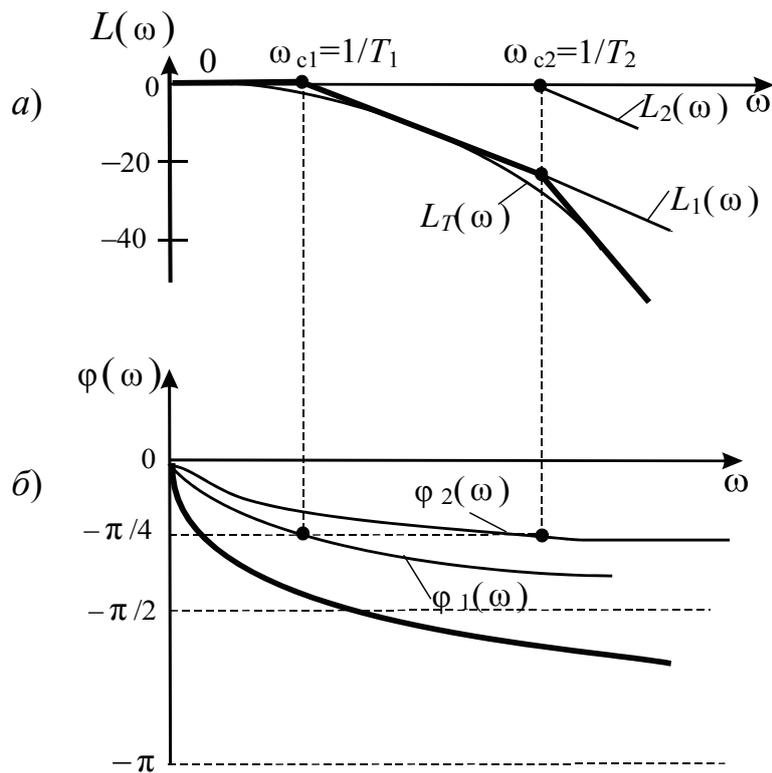


Рис. 1.15

График логарифмической фазочастотной характеристики, построенный с использованием (1.38), представлен на рис. 1.15, б.

**Пример 1.3.** Определить переходную характеристику и построить ее график для пропорционально-интегрирующего фильтра с передаточной функцией (1.34).

**Решение.** Находим изображение по Лапласу от выходной переменной, учитывая, что изображение входной переменной  $X(p) = \frac{1}{p}(x(t) - \text{единичная ступенчатая функция})$ :

$$Y(p) = K(p)X(p) = \frac{1 + T_2 p}{p(1 + T_1 p)}. \quad (1.39)$$

Переходную характеристику находим как обратное преобразование Лапласа от равенства (1.39):

$$h(t) = y(t) = 1 - \frac{T_1 - T_2}{T_1} e^{-t/T_1}. \quad (1.40)$$

Графики  $h(t)$ , рассчитанные по формуле (1.40) для нескольких значений параметра  $l = T_2/T_1$ , представлены на рис. 1.16. Кривые 1 и 2 соответствуют двум крайним значениям:  $l = 0$  (инерционное звено) и  $l = 1$  (безынерционное звено). Кривая 3 соответствует значению  $l = 0,1$ . Как видно из рисунка, введение форсирующего звена сокращает время переходного процесса  $t_{\text{п}}$  (чем больше  $l$ , тем меньше  $t_{\text{п}}$ ) и уменьшает ошибку в переходном режиме (начальное значение ошибки равно  $l = 0,1$ ).

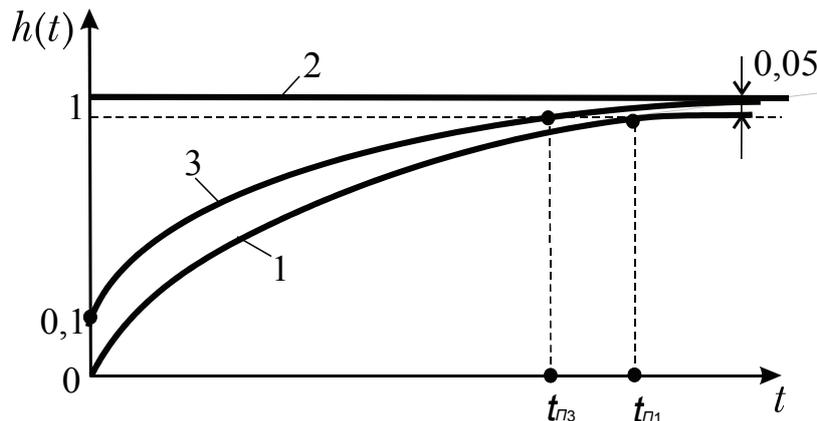


Рис. 1.16

**Пример 1.4.** Построить переходные характеристики для апериодического звена второго порядка с передаточной функцией (1.37) при нескольких значениях параметра  $l = T_2/T_1$  (полагая  $T_2 \leq T_1$ ).

**Решение.** Переходная характеристика определяется по изображению

$$Y(p) = \frac{1}{p(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)},$$

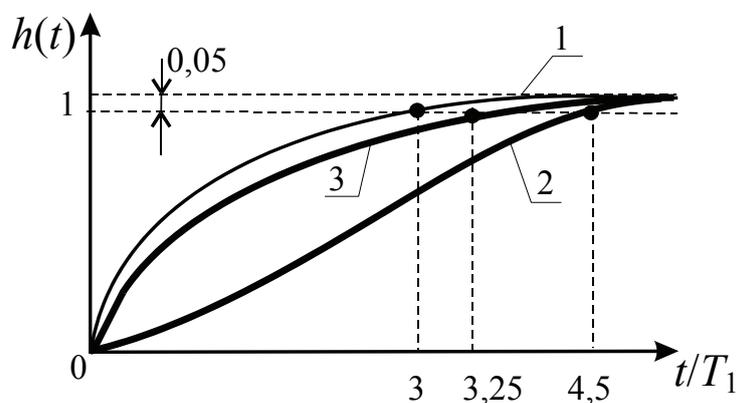


Рис. 1.17

что соответствует оригиналу

$$h(t) = y(t) = 1 + \frac{1}{T_1 - T_2} \left( T_2 e^{-t/T_2} - T_1 e^{-t/T_1} \right).$$

Графики  $h(t)$ , рассчитанные по этой формуле для значений  $l = 0$  (кривая 1),  $l = 1$  (кривая 2) и  $l < 1$  (кривая 3), представлены на рис. 1.17. Кривая 1 соответствует апериодическому звену первого порядка (инерционное звено с постоянной времени  $T_1$ ). Кривая 2 соответствует равенству  $T_1 = T_2 = T$  (в этом случае время переходного процесса максимально возможное и равно  $t_{\text{п}} \approx 4,5T_1$ ). При  $T_2 < T_1$  время  $t_{\text{п}}$  составляет от  $3T_1$  до  $4,5T_1$ , (уже при  $T_2 = T_1/4$  оно практически такое же, как для одного звена).

### Контрольные вопросы

1. Дайте краткую характеристику операторному, частотному и временному методам анализа линейных элементов и систем.
2. Что называется *передаточной функцией* элемента (системы)? Как получить эту функцию по известному дифференциальному уравнению?
3. Какие динамические звенья называют типовыми? Назовите основные типовые звенья АС. Укажите примеры элементов АС, которые могут быть описаны типовыми звеньями (для каждого типового звена).
4. Какой вид имеют уравнения динамики типовых звеньев?
5. Приведите выражения для передаточных функций типовых звеньев?
6. Какой вид имеют частотные характеристики (АЧХ, ФЧХ) типовых звеньев? Какими выражениями они описываются?
7. Как строят ЛАХ и ЛФХ типовых звеньев? Что дает использование логарифмических частотных характеристик для исследования АС?
8. Что называется *амплитудно-фазовой характеристикой* (АФХ) элемента (системы)?
9. Как строят АФХ типовых звеньев систем радиоавтоматики?
10. Изобразите временные характеристики (переходную, импульсную) типовых звеньев. Приведите их аналитическое описание.

## 1.3. Передаточные функции систем радиоавтоматики

Наиболее общим методом анализа линейных непрерывных автоматических систем является *операторный метод*, базирующийся на понятии передаточной функции и использовании прямого и обратного преобразований *Лапласа*. Передаточная функция  $K(p)$  автоматической системы

представляет собой оператор, показывающий, какие преобразования должны быть выполнены над входным сигналом  $x(t)$  для получения выходного сигнала  $y(t)$ . Описание автоматических систем с помощью передаточных функций удобно и наглядно. Оно эквивалентно описанию с помощью дифференциального уравнения вида  $y(t) = K(p)x(t)$ , где  $p = d/dt$  – оператор дифференцирования.

### 1.3.1. Обобщённая функциональная и структурная схемы радиотехнической следящей системы

Любая автоматическая система может быть отнесена к классу следящих систем (системы стабилизации и программного управления являются частными случаями следящих систем).

Несмотря на различное назначение, особенности конструктивного выполнения и прочее, все радиотехнические АС имеют много общего. Эта общность обусловлена прежде всего тем, что АС предназначены для слежения за тем или иным параметром сигнала. Общность процессов управления в различных по назначению следящих системах позволяет описать их обобщенной функциональной схемой (рис. 1.18).

На вход дискриминатора (Дк) поступает смесь сигнала и шума

$$u(t) = u_c(t, x) + u_{ш}(t). \quad (1.41)$$

Здесь  $x$  – параметр, за которым ведётся слежение. Взаимодействие полезного сигнала и шума, определяемое выражением (1.41), является наиболее простым (*аддитивный шум*). В случае *мультипликативной* помехи воздействие её на сигнал проявляется как паразитная модуляция (например, по амплитуде), поэтому такие помехи называют *модулирующими*.

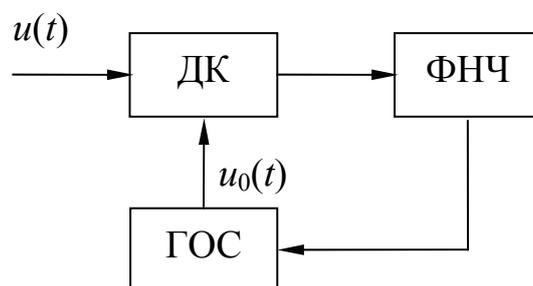


Рис. 1.18

Тип дискриминатора (частотный, фазовый и т. д.) определяется видом параметра  $x$  (частота, фаза и т. д.). На второй вход дискриминатора поступает опорное колебание  $u_0(t, y)$ , формируемое генератором опорного сигнала (ГОС) на основе оценки параметра  $x$  (выходной переменной  $y$ ).

Например, в системах АПЧ и ФАПЧ функции такого генератора выполняет подстраиваемый генератор, колебание которого совпадает по частоте (или имеет фиксированный частотный сдвиг, равный промежуточной частоте) с сигналом  $u_c(t)$ .

В системах ФАПЧ совпадение частот сигнала и опорного колебания производится с точностью до фазы.

В системах слежения за задержкой опорный сигнал формируется генератором селекторных импульсов, временное положение которых совпадает с положением сигнала.

Применительно к системам слежения за направлением понятие «генератор опорного сигнала» условно. Под «ГОС» понимается антенна, угловое положение которой совпадает с направлением прихода радиосигнала.

В дискриминаторе входной сигнал подвергается нелинейному преобразованию (параметр  $x$  и функция, описывающая сигнал, за исключением случая амплитудной модуляции, связаны нелинейно). В результате нелинейного преобразования входного и опорного сигналов на выходе дискриминатора формируется напряжение. Регулярная составляющая этого напряжения  $U$  определяется рассогласованием (ошибкой)  $e = x - y$  и характеризует полезную составляющую. Зависимость  $U(e)$  называется *дискриминационной характеристикой* (ДХ). Кроме полезной составляющей  $U(e)$ , на выходе дискриминатора присутствует помеха  $n(t, e)$  – результат нелинейного преобразования смеси сигнала и шума.

ФНЧ используется для сглаживания флуктуаций напряжения на выходе дискриминатора. Он отфильтровывает высокочастотные составляющие шума, которые определяют быстрые изменения напряжения, пропуская без искажений медленно меняющуюся полезную составляющую. Это напряжение управляет генератором опорного сигнала таким образом, чтобы уменьшить ошибку  $e$  до нуля (в действительности величина ошибки конечна, так как полностью избавиться от мешающего действия шума невозможно).

При анализе автоматических систем широко пользуются структурными схемами, на которых каждый функциональный элемент системы изображён в виде прямоугольника (или круга), а сущность выполняемых им преобразований описывается статической или динамической характеристиками (передаточной функцией). Представление следящих систем структурными схемами наглядно и удобно, так как после несложных преобразований позволяет свести структурную схему любой системы независимо от её назначения к обобщённой схеме (рис. 1.19).

На этой схеме дискриминатор представлен тремя безынерционными звеньями: элементом сравнения, реализующим операцию  $e = x - y$ ; нелинейным звеном со статической характеристикой  $U(e)$ ; сумматором, реализующим операцию  $U(e) + n(t, e)$ .

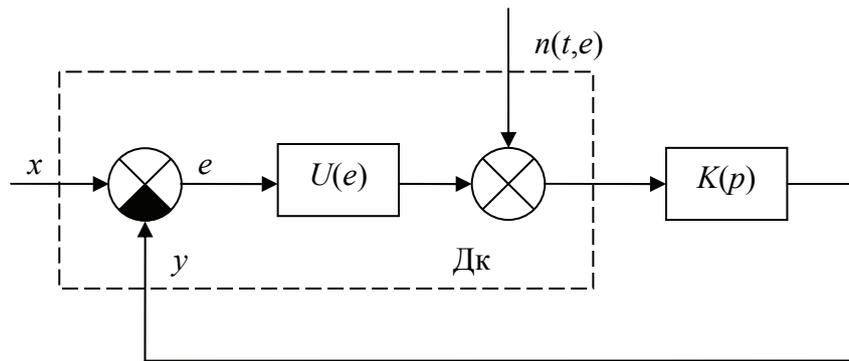


Рис. 1.19

В реальных системах дискриминатор может содержать то или иное инерционное звено. Однако полоса пропускания последующего тракта (ФНЧ и генератор опорного сигнала), как правило, во много раз меньше, чем полоса пропускания дискриминатора. Поэтому допущение о его безынерционности в большинстве случаев оправдано. Линейное динамическое звено с передаточной функцией  $K(p)$  описывает ФНЧ и ГОС. Вид функции  $K(p)$  определяется назначением системы, структурой фильтра и другими факторами.

Основной характеристикой дискриминатора является дискриминационная характеристика  $U(e)$ . Форма её определяется не только типом дискриминатора и его параметрами, но и характеристиками предшествующего тракта (главным образом, усилителя промежуточной частоты), а также отношением сигнал/шум на входе дискриминатора. Для исключения зависимости формы ДХ от амплитуды сигнала используется нормирование сигнала с помощью систем АРУ или ограничения. Стабилизация формы ДХ (прежде всего её крутизны) важна потому, что она существенно влияет на характеристики системы (устойчивость, полоса захвата, точность и др.).

Однако нормирование сигнала полностью не устраняет зависимости формы ДХ от флуктуаций амплитуды сигнала. В силу нелинейности дискриминатора имеет место зависимость крутизны ДХ от отношения сигнал/шум на входе дискриминатора. Чем меньше это отношение, тем меньше крутизна (кривая 2 на рис. 1.20, а). Этот эффект известен под названием «подавление слабого сигнала шумом». Уменьшить его влияние можно, используя пространственную селекцию сигналов (применяя остронаправленные антенны), повышая мощность передатчика и чувствительность приёмника, используя оптимальные методы обработки сигналов.

Дискриминационная характеристика имеет ограниченный раскрыв  $2\Delta e$ , определяемый допустимым значением напряжения  $U_{\text{доп}}$  (рис. 1.20, б). Обычно полагают  $U_{\text{доп}} = 0,1U_{\text{max}}$  ( $U_{\text{max}}$  – пиковое значение ДХ). Если ошибка выходит за пределы раскрыва ДХ, то происходит срыв слежения (сис-

тема размыкается). Для первоначального ввода в режим слежения, а также повторного – при срыве слежения (из-за воздействия помех, потери сигнала и т. д.) – требуется принудительное уменьшение ошибки до значения, определяемого раскрытием ДХ. Эта операция носит название поиска сигнала (по параметру  $x$ ).

Наряду с дискриминационной важной характеристикой дискриминатора является его *флуктуационная характеристика (ФХ)*, под которой понимается зависимость дисперсии помехи  $n(t,e)$  от ошибки. Обычно полоса предшествующего дискриминатору приёмного тракта много больше полосы тракта, включенного за дискриминатором. Это позволяет полагать  $n(t,e)$  белым шумом со спектральной плотностью  $N_0(e)$ , измеряемой в Вт/Гц. Поскольку мощность белого шума равна бесконечности, то под ФХ понимают зависимость от ошибки не дисперсии, а спектральной плотности помехи на выходе дискриминатора (рис. 1.21).

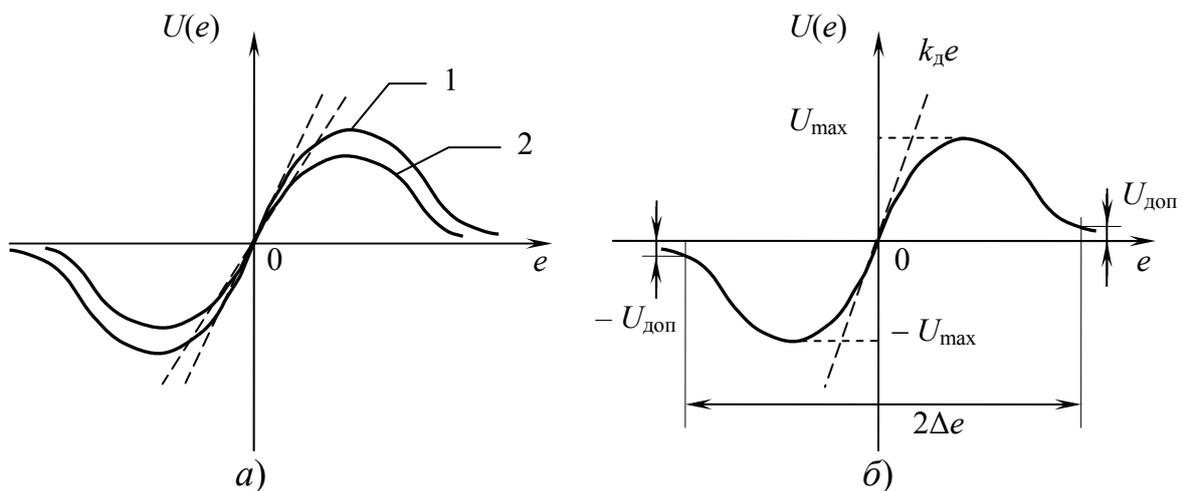


Рис. 1.20

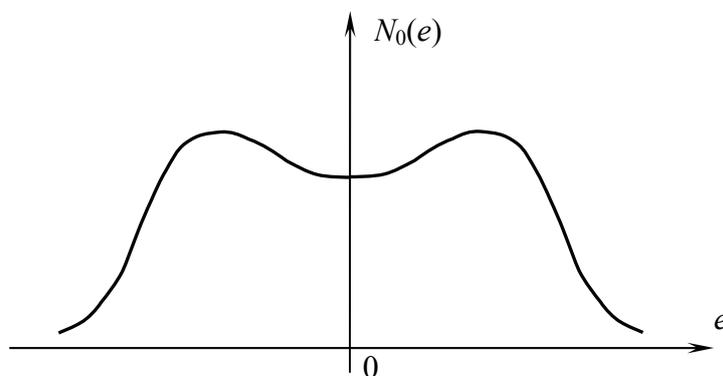


Рис. 1.21

Форма  $N_0(e)$  зависит от усиления предшествующего тракта, способа нормировки сигнала, отношения сигнал/шум, типа дискриминатора и его параметров.

В соответствии с обобщенной структурной схемой (рис. 1.19) можно записать дифференциальное уравнение системы (в операторной форме):

$$y(t) = K(p)[U(e) + n(t, e)]. \quad (1.42)$$

Это нелинейное стохастическое (вероятностное) уравнение. Нелинейность его обусловлена тем, что характеристики дискриминатора  $U(e)$  и  $N_0(e)$  нелинейны, а вероятностный характер – случайными функциями  $n(t, e)$  и  $x(t)$ , так как воздействие полагается случайным.

Анализ системы, описываемой уравнением (1.42), – чрезвычайно трудная задача. Поэтому стремятся упростить математическое описание системы. Упрощение достигается заменой нелинейного звена с характеристикой  $U(e)$  линейным звеном с коэффициентом передачи, равным крутизне ДХ (рис. 1.20, б):

$$k_{\text{д}} = \left. \frac{dU(e)}{de} \right|_{e=0}$$

Линеаризация дискриминационной характеристики справедлива, если ошибка  $e \rightarrow 0$ , что обычно имеет место на практике (высокая точность слежения). При этом флуктуационная характеристика может полагаться не зависящей от ошибки, т. е.  $N_0(e) = N_0 = \text{const}$ .

С учётом аппроксимации характеристик дискриминатора уравнение (1.42) принимает вид (рис. 1.22):

$$y(t) = k_{\text{д}} K(p)e(t) + K(p)n(t). \quad (1.43)$$

С использованием этой схемы могут быть решены такие задачи, как определение запаса устойчивости, быстродействия, точности слежения и др. При этом тип системы не имеет значения, т. е. линейная модель, представленная на рис. 1.22, справедлива для описания любой следящей системы при условии, что ошибка слежения мала.

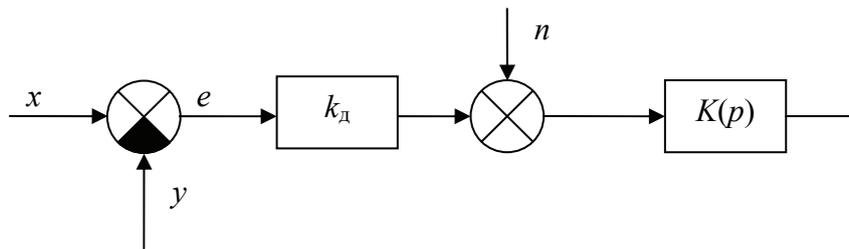


Рис. 1.22

Структурные схемы реальных следящих систем отличаются от линейной модели, однако, используя определённые правила преобразования структурных схем, их всегда можно свести к данной схеме.

### 1.3.2. Правила преобразования структурных схем

**Последовательное соединение звеньев.** Это такое соединение (рис. 1.23), когда выходная переменная каждого предыдущего звена является входным воздействием для последующего звена (и только для него одного).



Рис. 1.23

Передаточная функция последовательно соединённых звеньев равна произведению их передаточных функций:

$$K(p) = Y(p) / X(p) = \prod_{i=1}^n K_i(p).$$

**Параллельное соединение звеньев.** Это такое соединение, когда на вход всех звеньев подается один и тот же сигнал, а выходная переменная равна сумме выходных переменных звеньев (рис. 1.24).

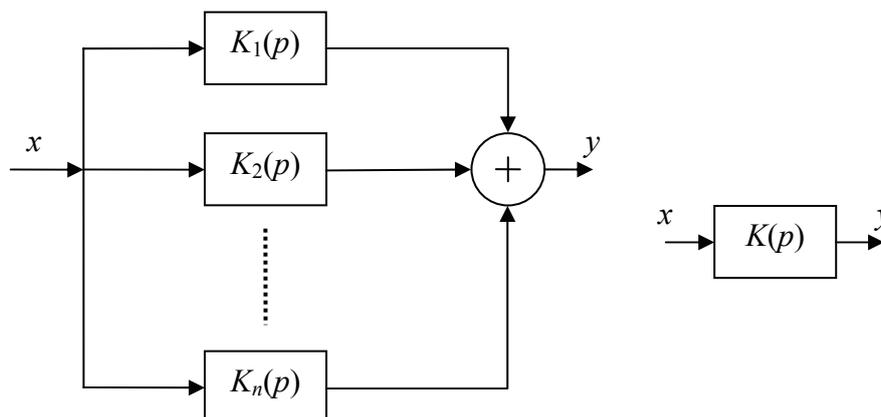


Рис. 1.24

При параллельном соединении  $n$  звеньев эквивалентная передаточная функция

$$K(p) = Y(p) / X(p) = \sum_{i=1}^n K_i(p).$$

**Встречно-параллельное соединение звеньев.** При таком соединении звеньев на вход звена подается не только входная переменная, но и выходная переменная по цепи отрицательной обратной связи (рис. 1.25).

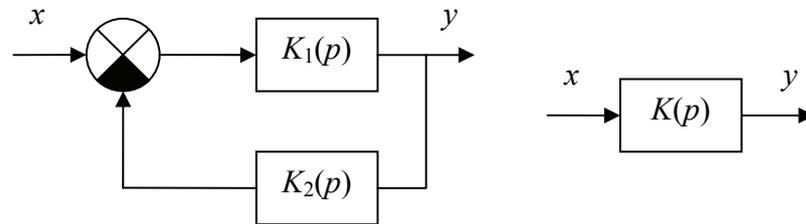


Рис. 1.25

Передаточная функция эквивалентного звена

$$K(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K_1(p)}{1 + K_1(p)K_2(p)}$$

**Перенос узла суммирования через звено** (рис. 1.26, а). В зависимости от направления переноса сумматора преобразованная структурная схема принимает следующий вид: 1.26, б соответствует переносу сумматора против хода сигнала, а рис. 1.26, в – по ходу сигнала.

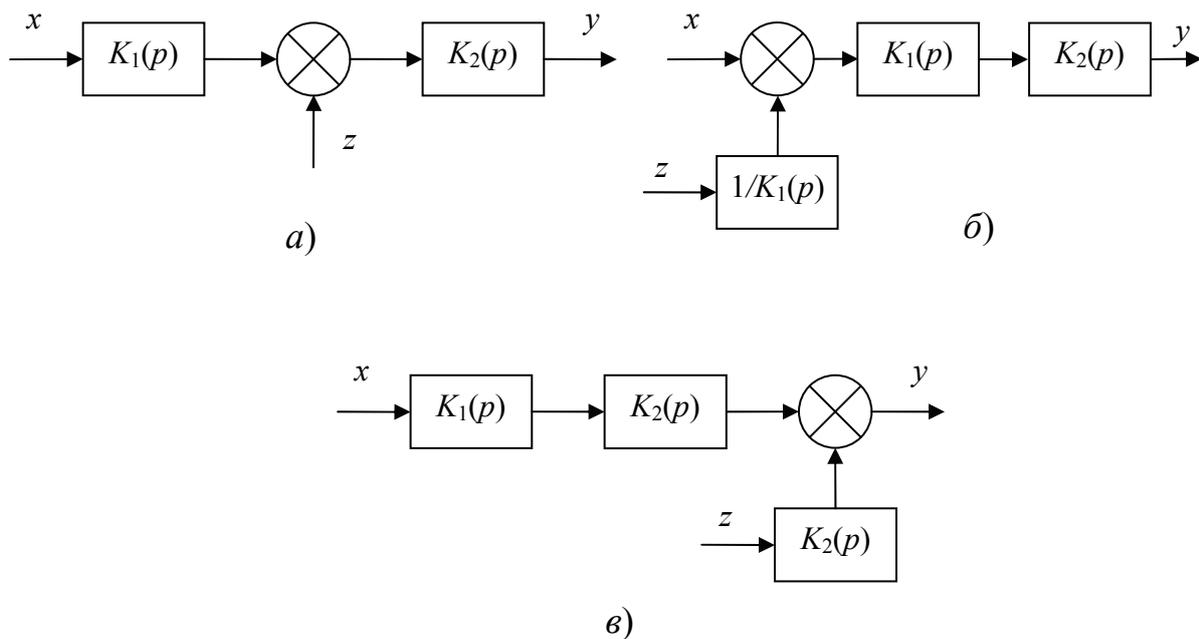


Рис. 1.26

**Перенос точки разветвления через звено** (рис. 1.27, а). Данное преобразование иллюстрируется рисунком (переносу против хода сигнала соответствует схема на рис. 1.27, б, а по ходу сигнала – рис. 1.27, в).

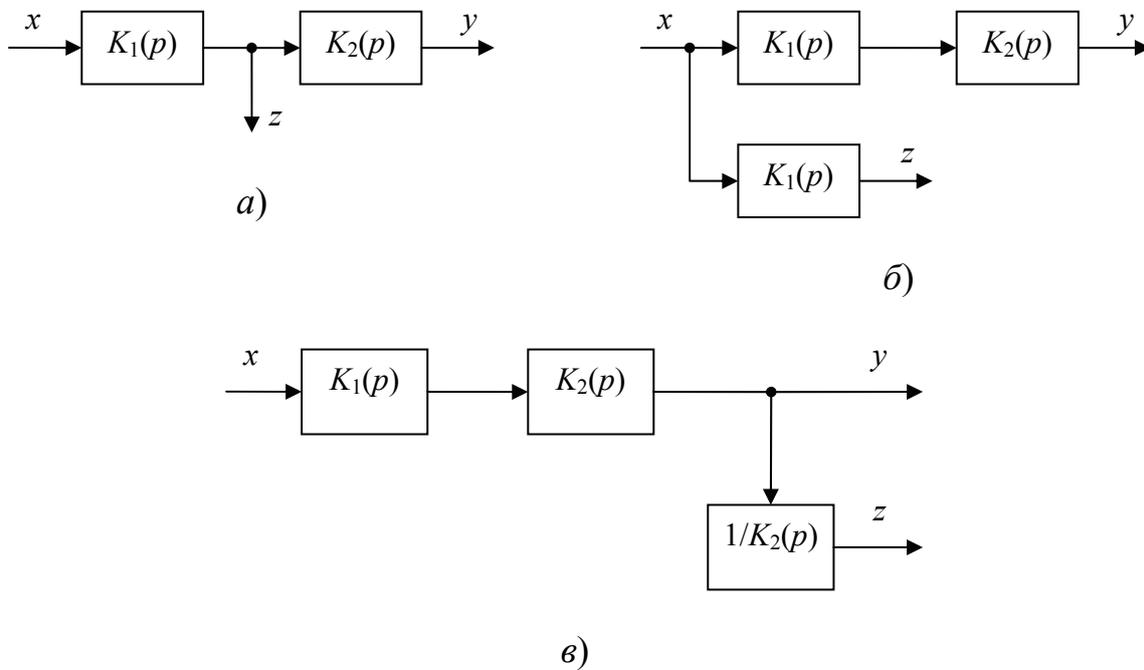


Рис. 1.27

**Пример 1.5.** Преобразовать структурную схему, представленную на рис. 1.28, в обобщённую структурную схему следящей системы (рис. 1.22).

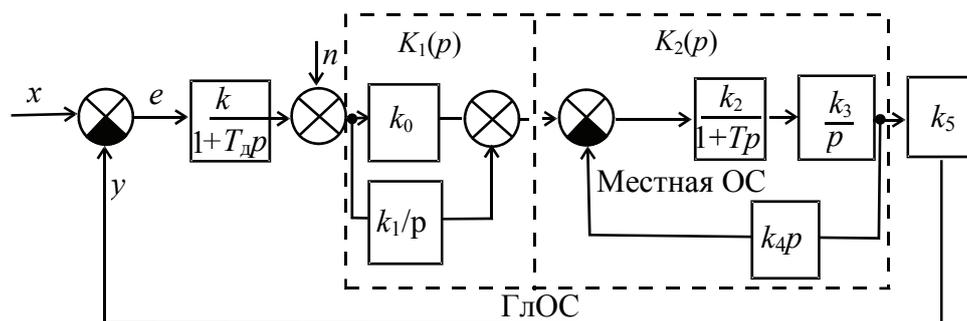


Рис. 1.28

**Решение.** В рассматриваемой схеме выделим два блока из типовых звеньев: первый образован параллельным соединением безынерционного и интегрирующего звеньев и описывается передаточной функцией

$$K_1(p) = \frac{k_1(1 + pk_0/k_1)}{p},$$

а второй соответствует встречно-параллельному соединению звеньев (в прямой ветви – последовательно соединённые инерционное и интегрирующее звенья). Его передаточная функция

$$K_2(p) = \frac{k_2k_3}{p(Tp + k_2k_3k_4 + 1)}.$$

Звено с передаточной функцией  $k_d/(1 + T_d p)$  представим в виде двух последовательно соединённых звеньев: безынерционного с коэффициентом передачи  $k_d$  и инерционного, которое перенесём за сумматор (правило переноса узла суммирования против хода сигнала).

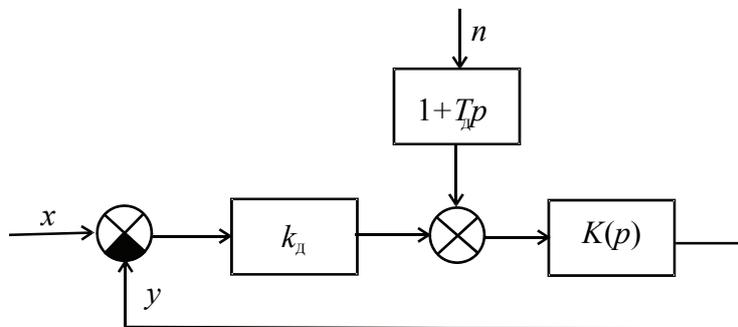


Рис. 1.29

Объединяя все последовательно соединённые звенья (рис. 1.29), запишем передаточную функцию динамического звена в виде

$$K(p) = k_5 K_1(p) K_2(p) / (1 + T_d p).$$

### 1.3.3. Передаточные функции замкнутой системы

При анализе замкнутых систем часто полагают, что помеха (возмущение) отсутствует (например, при анализе устойчивости или точности при детерминированном воздействии). Это позволяет представить обобщённую структурную схему, изображённую на рис. 1.22, в виде схемы, приведенной на рис. 1.30.

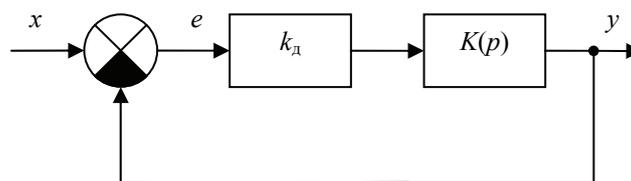


Рис. 1.30

Используя изложенные правила преобразования (последовательное и встречно-параллельное соединения звеньев), для передаточной функции замкнутой системы можем записать следующее выражение:

$$K_3(p) = K_{xy}(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k_d K(p)}{1 + k_d K(p)}. \quad (1.44)$$

В ряде задач (например, при анализе точности при типовых воздействиях) необходимо знать передаточную функцию «от воздействия к ошибке», т. е.

$$K_{xe}(p) = \frac{E(p)}{X(p)}.$$

Рассматривая последовательно соединённые звенья (рис. 1.30) как цепь обратной связи (ошибка  $e$  в данном случае является выходной переменной) и используя правило преобразования при встречно-параллельном соединении звеньев, находим

$$K_{xe}(p) = \frac{1}{1 + k_d K(p)}. \quad (1.45)$$

Сравнивая выражения (1.44) и (1.45), замечаем, что между указанными передаточными функциями существует однозначное соответствие:

$$K_{xe}(p) = 1 - K_3(p). \quad (1.46)$$

При исследовании точности следящих систем при воздействии помех требуется знание передаточной функции «от помехи к ошибке»:

$$K_{ne}(p) = \frac{E(p)}{N(p)}.$$

Для её нахождения преобразуем обобщённую схему, приведенную на рис. 1.22, в схему, показанную на рис. 1.31.

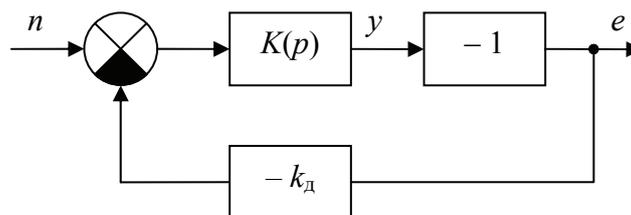


Рис. 1.31

На схеме, изображенной на рис. 1.31, суммирующий узел заменён элементом сравнения, а коэффициент передачи дискриминатора взят с противоположным знаком. Это позволяет свести исходную схему, показанную на рис. 1.22, к схеме встречно-параллельного соединения звеньев (т. е. с отрицательной ОС). Звено с коэффициентом передачи, равным  $-1$ , отображает элемент сравнения на входе системы (рис. 1.22) при условии, что воздействие отсутствует ( $x = 0$ ).

В соответствии со схемой, представленной на рис. 1.31, искомая передаточная функция

$$K_{ne}(p) = -\frac{K(p)}{1 + k_d K(p)} = -\frac{K_3(p)}{k_d}. \quad (1.47)$$

При совместном воздействии на систему полезного сигнала и помехи анализ проводится отдельно для каждой составляющей (сигнальной и шумовой) с использованием соответствующих передаточных функций, а результаты (в силу принципа суперпозиции) складываются. Например, результирующая ошибка равна сумме динамической ошибки, обусловленной инерционностью системы по отношению к воздействию, и шумовой ошибки.

В ряде случаев необходимо знание передаточной функции

$$K_{ny}(p) = \frac{Y(p)}{N(p)},$$

позволяющей определить характеристики помехи на выходе системы (такая задача возникает, например, при оценке спектральной чистоты выходного сигнала системы ФАПЧ). Эта передаточная функция может быть определена на основе структурной схемы, приведенной на рис. 1.31, если полагать, что выходная переменная – это  $y$ , а цепь обратной связи имеет коэффициент передачи  $k_d$ :

$$K_{ny}(p) = \frac{K(p)}{1 + k_d K(p)} = \frac{K_3(p)}{k_d}. \quad (1.48)$$

Приведенные выражения позволяют установить общее правило для нахождения передаточной функции замкнутой системы при любых точках приложения возмущения  $u$  (вход системы) и наблюдения реакции системы  $v$  (выход):

$$K_{uv}(p) = \frac{K_{np}(p)}{1 + K_p(p)}.$$

Здесь  $K_{пр}(p)$  – передаточная функция прямой цепи, т. е. разомкнутого участка цепи между точкой приложения воздействия и рассматриваемой выходной переменной;  $K_p(p) = k_d K(p)$  – передаточная функция разомкнутой системы (при разомкнутой обратной связи).

**Пример 1.6.** Найти передаточные функции замкнутой системы  $K_{xy}(p)$  и  $K_{xe}(p)$ , если динамическое звено системы (рис. 1.22) описывается выражением

$$K(p) = \frac{K(1+T_2p)}{p(1+T_1p)(1+T_3p)}. \quad (1.49)$$

**Решение.** Представим передаточную функцию разомкнутой системы в виде отношения полиномов  $B(p) = k_d K(1+T_2)$  и  $A(p) = p(1+T_1p)(1+T_3p)$ :

$$K(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = k_d K(1+T_2p) / p(1+T_1p)(1+T_3p).$$

Используя (1.44), находим передаточную функцию

$$K_3(p) = K_{xy}(p) = \frac{B(p)}{A(p) + B(p)} = \frac{K_1(1+T_2p)}{p(1+T_1p)(1+T_3p) + K_1(1+T_2p)},$$

где  $K_1 = k_d K$  – коэффициент усиления разомкнутой системы.

Передаточную функцию  $K_{xe}(p)$  находим как

$$K_{xe} = 1 - K_3(p) = \frac{A(p)}{A(p) + B(p)} = \frac{p(1+T_1p)(1+T_3p)}{p(1+T_1p)(1+T_3p) + K_1(1+T_2p)}.$$

### 1.3.4. Следящая система как фильтр

В соответствии с результатами, полученными в пункте 1.3.3, любая замкнутая система может быть представлена как линейный четырехполюсник с передаточной функцией  $K_3(p)$ , устанавливающей связь между выходной  $y$  и входной  $x$  переменными (рис. 1.32).

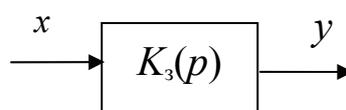


Рис. 1.32

Такое представление следящей системы является условным, так как в реальных системах отсутствует вход, на который подавалось бы воздействие  $x$  (как и выход, соответствующий переменной  $y$ ). Входом следящей системы является вход дискриминатора, на который подается сигнал (напряжение), зависящий от параметра  $x$ . Выходная переменная следящей системы – это, как правило, также напряжение (зависящее от параметра  $y$ ). Однако представление системы в виде четырехполюсника удобно с точки зрения ее математического описания. Оно позволяет не только проводить анализ системы, но и пояснить такое важное ее свойство, как фильтрующая способность.

Действительно, передаточной функции  $K_3(p)$  соответствует комплексный коэффициент передачи (АФХ)  $K_3(j\omega)$ , получаемый заменой переменной  $p$  на  $j\omega$ . Модуль АФХ есть АЧХ  $K_3(\omega)$ , а аргумент – ФЧХ  $\varphi_3(\omega)$  замкнутой системы.

АЧХ замкнутой системы может быть получена экспериментально, если на вход подать сигнал заданной формы, параметр  $x$  которого изменяется по гармоническому закону:

$$x(t) = X_m \sin(\omega t),$$

где  $X_m$  – «амплитуда», имеющая определенный смысл для каждого типа систем (девиация частоты для системы АПЧ, индекс фазовой модуляции для системы ФАПЧ и т. д.). Под АЧХ замкнутой системы понимается зависимость от частоты отношения «амплитуды»  $Y_m$  выходной переменной (также девиация, индекс фазовой модуляции и пр.) к «амплитуде»  $X_m$  входной переменной.

При значениях  $\omega$ , близких к нулю, система практически безошибочно отслеживает параметр  $x$ , т. е.  $Y_m = X_m$  (точное равенство имеет место в астатических системах, которые преимущественно и используются). По мере увеличения  $\omega$  начинает проявляться инерционность системы, обусловленная конечной полосой пропускания: отношение  $Y_m/X_m < 1$ , и стремится в пределе при  $\omega \rightarrow \infty$  к нулю. Сказанное свидетельствует о том, что следящая система представляет собой ФНЧ по отношению к воздействию  $x(t)$ .

Типичный вид АЧХ замкнутой системы иллюстрируется рис. 1.33, *a* (кривая 1 соответствует системе с монотонной переходной характеристикой – ПХ, а кривая 2 – системе с колебательной ПХ).

Конечная полоса пропускания системы приводит к специфической ошибке, называемой *динамической ошибкой*. Физический смысл возникновения этой ошибки поясняется рис. 1.33, *б*, на котором представлены АЧХ замкнутой системы (кривая 1) с полосой пропускания  $\Delta\omega_{0,7}$  (на уровне 0,7) и энергетический спектр воздействия  $S_x(\omega)$ , нормированный по значению  $S_x(0)$ .

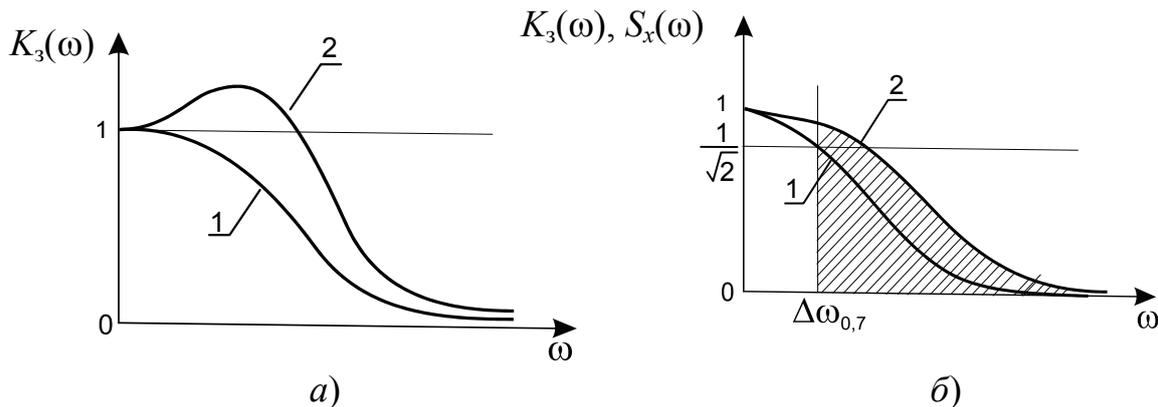


Рис. 1.33

Как видно из рисунка, замкнутая система подавляет спектральные составляющие воздействия на частотах  $\omega > \Delta\omega_{0,7}$  (заштрихованная область под кривой 2), что и приводит к динамической ошибке (чем больше отличие  $K_3(\omega)$  от единицы, тем больше ошибка). Увеличение полосы пропускания системы позволяет уменьшить динамическую ошибку, однако полностью устранить ее невозможно. Объясняется это тем, что при увеличении  $\Delta\omega_{0,7}$  возрастает мешающее влияние шумов (имеющих более широкий спектр, чем воздействие). Выбор оптимальной полосы пропускания, позволяющей минимизировать суммарную ошибку (динамическую и шумовую), является важнейшей задачей проектирования радиотехнических следящих систем.

**Пример 1.7.** Для системы, структурная схема которой представлена на рис. 1.34, а, найти выражение для АЧХ и построить ее график при значениях параметров  $K = 10 \text{ с}^{-1}$  и  $T = 0,1 \text{ с}$ .

**Решение.** Передаточная функция замкнутой системы равна

$$K_3(p) = \frac{B(p)}{A(p) + B(p)} = \frac{K}{p(1 + Tp) + K}. \quad (1.50)$$

Поделив числитель и знаменатель в формуле (1.50) на  $B(p) = K$ , запишем следующее:

$$K_3(p) = \frac{1}{Tp^2 / K + p / K + 1}. \quad (1.51)$$

Выражение (1.51) описывает передаточную функцию колебательного звена с параметрами

$$\omega_0 = \sqrt{K/T} \quad \text{и} \quad \gamma = 1/(2\sqrt{KT}).$$

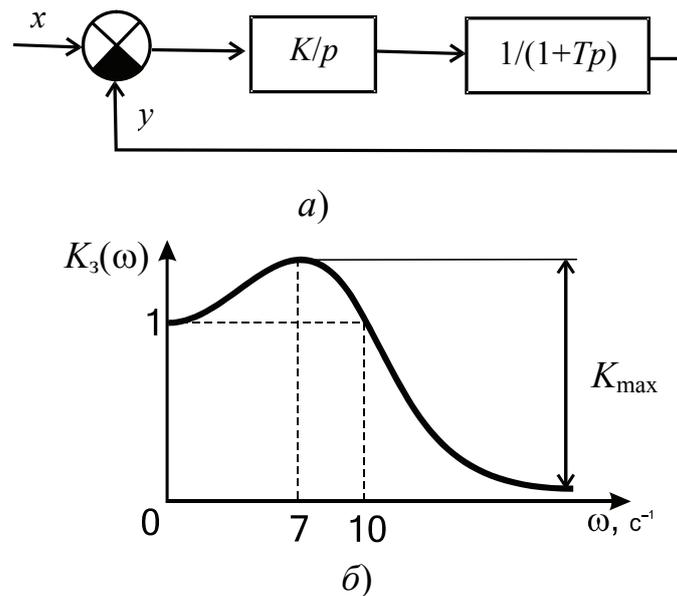


Рис. 1.34

АЧХ рассматриваемой системы описывается формулой (1.28). График  $K_3(\omega)$  при  $\omega_0 = 10 \text{ с}^{-1}$  и  $\gamma = 1/2$  представлен на рис. 1.34, б. Пиковое значение  $K_{\max} = 2\sqrt{3}$  соответствует частоте  $\omega_p = \omega_0 / \sqrt{2} = 7 \text{ с}^{-1}$ . Частота среза, определяемая из условия  $K_3(\omega_{\text{ср}}) = 1$  равна  $\omega_0 = 10 \text{ с}^{-1}$ .

### Контрольные вопросы

1. Какой вид имеет обобщенная функциональная схема следящей системы? Укажите назначение ее элементов.
2. Что называется *дискриминационной характеристикой*? Чем определяется ее форма?
3. Что называется *флуктуационной характеристикой* дискриминатора? Какой вид она имеет?
4. Изобразите обобщенную структурную схему следящей системы? Напишите дифференциальное уравнение, ее описывающее.
5. Какой вид имеет обобщенная структурная схема линейной следящей системы? При каких условиях она применяется?
6. Назовите основные способы соединения звеньев. Как при этом определяется передаточная функция эквивалентного звена?
7. Сформулируйте правила переноса узла суммирования и точки разветвления через звено.
8. Напишите выражения для основных передаточных функций замкнутой системы. Поясните, как они получены.

9. Поясните фильтрующую способность следящей системы. Изобразите АЧХ замкнутой системы.

10. Чем обусловлена динамическая ошибка следящей системы? Как влияет форма АЧХ замкнутой системы на величину динамической ошибки?

## 1.4. Устойчивость автоматических систем

К числу основных показателей качества АС относится *устойчивость*, без обеспечения которой невозможно нормальное функционирование системы. Применительно к системам радиоавтоматики одним из основных факторов, определяющих устойчивость, является нестабильность амплитуды принимаемого сигнала из-за меняющихся условий распространения, дальности до подвижного объекта и других причин. Для исключения зависимости характеристик АС (в т. ч. и устойчивости) от амплитуды сигнала используется нормирование сигнала с помощью систем АРУ или ограничения.

### 1.4.1. Общие требования к устойчивости автоматических систем

Устойчивость линейных систем не зависит от величины возмущения; система, устойчивая при малых возмущениях, будет устойчивой и при больших возмущениях. При этом судить об устойчивости можно по корням характеристического уравнения замкнутой системы:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0, \quad (1.52)$$

которое составляется на основании однородного дифференциального уравнения, описывающего свободное движение системы (т. е. в отсутствие возмущения):

$$a_0 \frac{d^n y_c(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y_c(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy_c(t)}{dt} + a_n y_c(t) = 0, \quad (1.53)$$

где  $a_0, a_1, \dots, a_n$  – постоянные коэффициенты, определяемые параметрами системы;  $y_c(t)$  – составляющая выходной переменной, определяющая свободное движение системы.

Известно, что при отрицательных вещественных корнях уравнения (1.52), составляющая свободного движения при  $t \rightarrow \infty$  монотонно убывает до нуля (рис. 1.35, а). Для пары комплексных корней с отрицательной вещественной частью составляющая свободного движения при  $t \rightarrow \infty$  также убывает до нуля по закону затухающего колебания (рис. 1.35, б).

Аналитические выражения составляющих свободного движения имеют вид

$$\left. \begin{aligned} y_{ci}(t) &= C_i e^{\alpha_i t}, \\ y_{ci}(t) &= C_i e^{\alpha_i t} \sin(\beta_i t + \varphi_i), \end{aligned} \right\} \quad (1.54)$$

где  $C_i$  – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий;  $\alpha_i$  – вещественная часть корня (интенсивность затухания колебаний);  $\beta_i$  – мнимая часть корня (частота собственных колебаний);  $\varphi_i$  – начальная фаза.

Система устойчива при отрицательных корнях и отрицательных вещественных частях корней. В случае положительного вещественного корня составляющая свободного движения при  $t \rightarrow \infty$  неограниченно возрастает (рис. 1.35, в). Для пары комплексных корней с положительной вещественной частью составляющая свободного движения при  $t \rightarrow \infty$  также возрастает по закону расходящегося колебания (рис. 1.35, г).

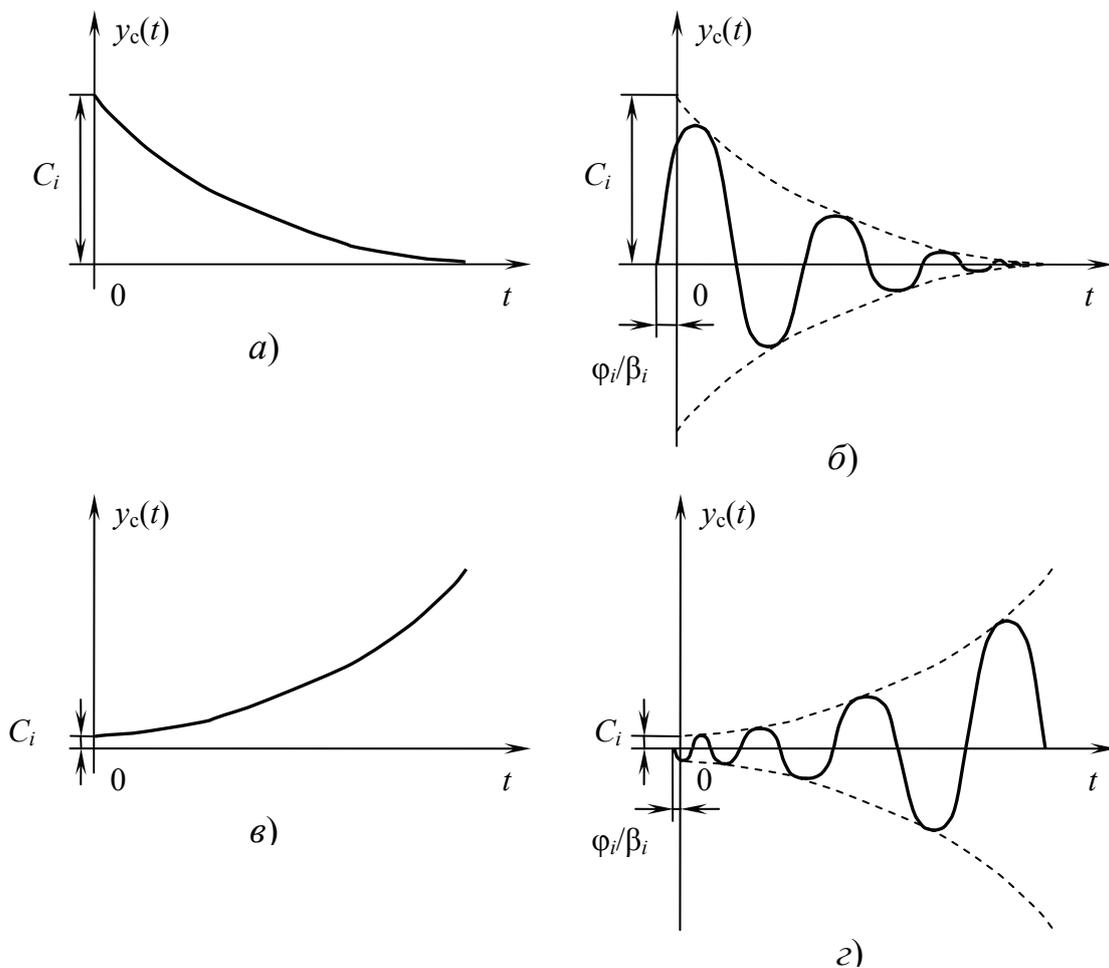


Рис. 1.35

Если среди корней характеристического уравнения есть хотя бы одна пара чисто мнимых, то появится составляющая свободного движения в виде незатухающего колебательного процесса (система находится на границе устойчивости и неустойчивости). Таким образом, необходимым и достаточным условием устойчивости системы является соблюдение того, чтобы все корни лежали в левой полуплоскости (рис. 1.36).

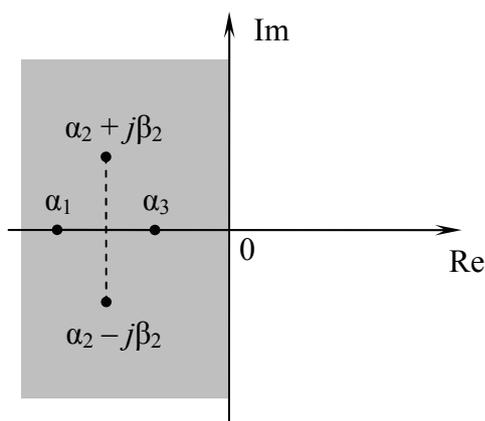


Рис. 1.36

При этом можно не вычислять корни характеристического уравнения, надо лишь выяснить, все ли корни расположены слева от мнимой оси.

Математическая формулировка условий, которым должны удовлетворять коэффициенты характеристического уравнения или какие-либо функции этих коэффициентов, чтобы система была устойчивой, называется *критерием устойчивости*.

Критерии устойчивости делят на алгебраические и частотные. Они позволяют выяснить, все ли корни характеристического уравнения замкнутой системы находятся в левой полуплоскости без решения этого уравнения.

#### 1.4.2. Алгебраические критерии устойчивости

Алгебраические критерии устойчивости позволяют по коэффициентам характеристического уравнения замкнутой системы определить, все ли корни находятся в левой полуплоскости, не решая этого уравнения. Наибольшее применение в радиоавтоматике находит критерий *Гурвица*, который формулируется с использованием определителей. При этом определители *Гурвица* составляются по коэффициентам характеристического уравнения (1.52). Используя коэффициенты этого уравнения, составляют главный определитель *Гурвица*. Для этого все коэффициенты, начиная

с коэффициента при  $(n-1)$ -й производной, выписывают последовательно до свободного члена по главной диагонали. Столбцы вверх от главной диагонали дополняют коэффициентами с убывающими индексами. Места, которые должны быть заняты коэффициентами с индексом выше  $n$  и ниже 0, заполняют нулями.

Для уравнения  $n$ -й степени главный определитель Гурвица

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ a_0 & a_1 & a_3 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & a_n \end{vmatrix}. \quad (1.55)$$

Для того чтобы характеристическое уравнение (1.52) имело все корни с отрицательной частью, главный определитель (1.55), а также все его диагональные миноры  $\Delta_1, \Delta_2, \dots$  должны быть положительными. Номер диагонального минора определяется номером коэффициента по диагонали, до которого составляется данный минор:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} \text{ и т. д.} \quad (1.56)$$

Последний столбец главного определителя содержит только один коэффициент  $a_n$ , отличный от нуля, поэтому

$$\Delta_n = \Delta_{n-1} a_n.$$

Для положительных коэффициентов уравнения (необходимое условие устойчивости)  $a_n > 0$ , следовательно,  $\Delta_n > 0$ , если  $\Delta_{n-1} > 0$ . Таким образом, следует вычислять миноры  $\Delta_2, \Delta_3, \dots, \Delta_{n-1}$ .

Если все миноры, кроме предпоследнего, положительны, а минор  $\Delta_{n-1}$  равен нулю, то система находится на границе устойчивости. Полагая все параметры системы, кроме одного (обычно это общее усиление системы), известными, можно определить критическое значение этого параметра, при котором система находится на границе устойчивости.

Поскольку характеристическое уравнение замкнутой системы определяется знаменателем передаточной функции, а все передаточные функ-

ции (независимо от входа и выхода) имеют один и тот же знаменатель (см. п. 1.3.3), то при анализе устойчивости системы используют ту передаточную функцию, которая имеет наиболее простой вид (простой числитель).

**Пример 1.8.** Провести анализ устойчивости замкнутой системы, состоящей из последовательно соединенных типовых звеньев: безынерционного (с коэффициентом усиления  $K_1$ ), интегрирующего (с коэффициентом передачи  $K_2$ ), форсирующего и инерционного (коэффициенты передачи последних полагаются равными единице, а постоянные времени – соответственно  $T_1$  и  $T_2$ ).

**Решение.** Передаточная функция рассматриваемой разомкнутой (по цепи обратной связи) системы имеет вид

$$K_p(p) = \frac{K(1+T_1p)}{p(1+T_2p)}, \quad (1.57)$$

где  $K = K_1 \cdot K_2$  – общее усиление разомкнутой системы.

Для анализа воспользуемся выражением (1.45) для передаточной функции замкнутой системы:

$$K_{xe}(p) = \frac{1}{1+K_p(p)}. \quad (1.58)$$

Подставив равенство (1.57) в (1.58), после несложных преобразований получим

$$K_p(p) = \frac{p(1+T_2p)}{p(1+T_2p) + K(1+T_1p)} = \frac{B(p)}{A(p)}. \quad (1.59)$$

Полином  $A(p)$  в выражении (1.59) определяет характеристическое уравнение системы

$$A(p) = T_2p^2 + (1+KT_1)p + K = 0,$$

с коэффициентами  $a_0 = T_2$ ,  $a_1 = 1 + KT_1$ ,  $a_2 = K$ .

Положительность коэффициентов  $a_0$ ,  $a_1$  и  $a_2$  (необходимое условие устойчивости) обусловлена тем, что постоянные времени  $T_1$  и  $T_2$ , а также коэффициенты усиления  $K_1$  и  $K_2$  не могут быть отрицательными (или равными нулю) по своему физическому смыслу. Положительность коэффициентов характеристического уравнения определяет также и достаточное условие устойчивости, так как порядок уравнения равен двум,

а минор с максимальным индексом, который необходимо вычислить, — это  $\Delta_1 = a_1 > 0$ .

Таким образом, рассмотренная замкнутая система устойчива при любых значениях параметров  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $T_1$  и  $T_2$ . Системы такого вида называют *абсолютно устойчивыми*.

**Пример 1.9.** Провести анализ устойчивости замкнутой системы, отличающейся от рассмотренной в примере 1.8 лишь тем, что она содержит не один, а два интегратора с общим коэффициентом усиления  $K$ .

**Решение.** В этом случае передаточная функция разомкнутой системы

$$K_p(p) = \frac{K(1+T_1p)}{p^2(1+T_2p)}. \quad (1.60)$$

Для передаточной функции замкнутой системы в соответствии с выражением (1.44) можем записать

$$K_3(p) = \frac{K_p(p)}{1+K_p(p)} = \frac{K(1+T_1p)}{p^2(1+T_2p) + K(1+T_1p)}. \quad (1.61)$$

Отсюда находим характеристическое уравнение

$$T_2p^3 + p^2 + KT_1p + K = 0, \quad (1.62)$$

коэффициенты которого

$$a_0 = T_2, a_1 = 1, a_2 = KT_1, a_3 = K. \quad (1.63)$$

Необходимое условие устойчивости выполняется при любых значениях параметров (по физическому смыслу все параметры положительны).

Достаточное условие устойчивости сводится к проверке неравенства

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1a_2 - a_0a_3 > 0, \quad (1.64)$$

так как условие  $\Delta_1 = a_1 > 0$  выполняется автоматически.

Подставив в выражение (1.64) выражение (1.63) для коэффициентов уравнения, находим, что для устойчивой системы необходимо выполнение условия  $T_1 > T_2$  (при этом коэффициент усиления  $K$  может быть любым).

Равенство постоянных времени форсирующего и инерционного звеньев соответствует системе, находящейся на границе устойчивости (такая система эквивалентна системе, состоящей из безынерционного звена и двух интеграторов, так как общий коэффициент передачи форсирующего и инерционного звеньев равен единице на всех частотах от нуля до бесконечности).

**Пример 1.10.** Определить критический коэффициент усиления для системы, содержащей безынерционное звено и три инерционных звена с постоянными времени  $T_1, T_2, T_3$ .

**Решение.** Характеристическое уравнение замкнутой системы в данном случае имеет вид

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0, \quad (1.65)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= T_1 T_2 T_3, & a_1 &= T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3, \\ a_2 &= T_1 + T_2 + T_3, & a_3 &= 1 + K, \end{aligned} \right\} \quad (1.66)$$

где  $K$  – общее усиление разомкнутой системы.

Критическое значение коэффициента усиления можно определить на основании критерия Гурвица, полагая

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 = 0. \quad (1.67)$$

Подставив в уравнение (1.67) значения коэффициентов (1.66), получим

$$(T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3)(T_1 + T_2 + T_3) - T_1 T_2 T_3 (1 + K_{кр}) = 0.$$

После алгебраических преобразований (раскрывая скобки и поделив на значение  $a_0$ ) запишем

$$K_{кр} = 2 + \frac{T_2}{T_1} + \frac{T_3}{T_1} + \frac{T_1}{T_2} + \frac{T_3}{T_2} + \frac{T_1}{T_3} + \frac{T_2}{T_3}. \quad (1.68)$$

Из уравнения (1.68) можно сделать весьма важный практический вывод: критический коэффициент усиления является функцией отношения постоянных времени. Изменяя это отношение, можно в достаточно широких пределах получать значения  $K_{кр}$ . Например, при  $T_1 = T_2 = T_3 = T$  имеем  $K_{кр} = 8$  независимо от величины  $0 < T < \infty$  (заметим, что системы, не содержащие интегрирующих звеньев, называются статическими).

### 1.4.3. Частотные критерии устойчивости

Частотные критерии позволяют судить об устойчивости замкнутых АС по частотным характеристикам условно разомкнутых систем без определения корней характеристического уравнения замкнутой системы.

Частотные критерии являются графоаналитическими и обеспечивают наглядность инженерных расчётов. Они позволяют определить устойчивость замкнутой системы на основе экспериментально полученных частотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) звеньев и разомкнутой системы в целом (т. е. в том случае, когда передаточные функции системы неизвестны).

В радиоавтоматике наибольшее применение находит критерий *Найквиста*, основанный на анализе амплитудно-фазовой частотной характеристики (АФХ) разомкнутой системы. Под АФХ понимают кривую на комплексной плоскости, представляющую геометрическое место конца вектора комплексного коэффициента передачи  $K_p(j\omega)$  при изменении частоты от нуля до бесконечности (данную кривую называют также *годографом*).

Условие устойчивости по критерию *Найквиста* формулируется следующим образом: замкнутая система устойчива, если АФХ разомкнутой системы для  $0 \leq \omega \leq \infty$  не охватывает точку с координатами  $(-1, j0)$ .

Если система является *астатической*, т. е. содержит хотя бы одно интегрирующее звено, то для применимости критерия Найквиста необходимо дополнять АФХ дугой бесконечно большого радиуса и определять её расположение относительно точки  $(-1, j0)$ . Критерий Найквиста при этом используется с учётом приведённой формулировки.

На рис. 1.37 даны примеры АФХ устойчивых и неустойчивых *статических* (рис. 1.37, а) и *астатических* (рис. 1.37, б) систем.

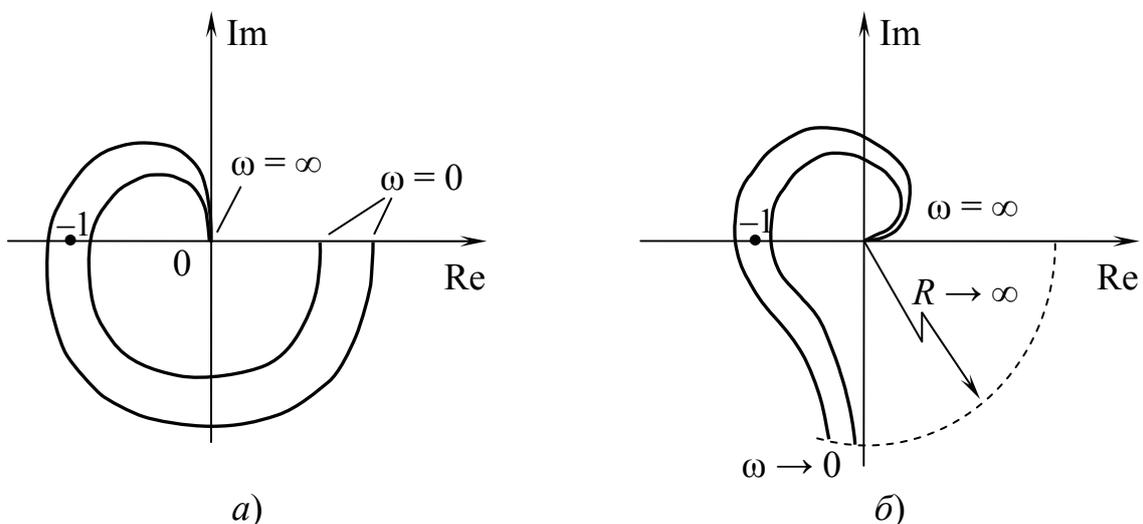


Рис. 1.37

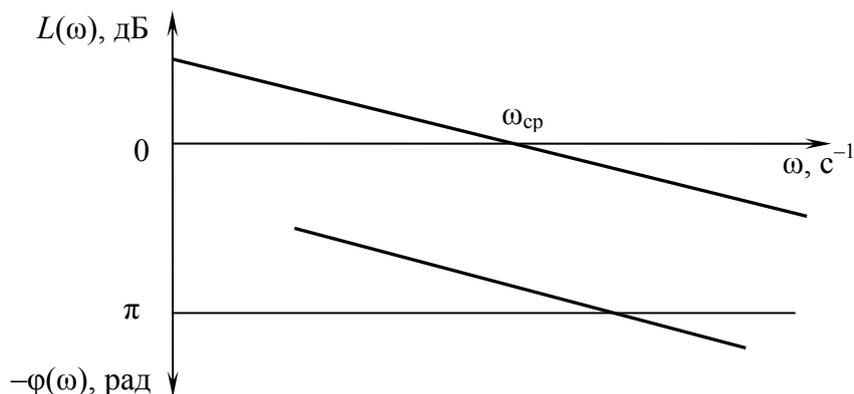


Рис. 1.38

Для исследования устойчивости замкнутых систем по критерию Найквиста часто используют логарифмические частотные характеристики. При этом следует учитывать, что точке АФХ с координатами  $(-1, j0)$  соответствуют критические значения ЛАХ и ЛФХ  $L_{\text{кр}} = 20 \lg 1 = 0$  дБ,  $\varphi_{\text{кр}} = -\pi$  рад (рис. 1.38).

#### 1.4.4. Запас устойчивости

Определение устойчивости систем для заданных параметров, а также выбор некоторых параметров должны производиться с учетом *запаса устойчивости*. Требуемый запас устойчивости системы определяется рядом причин: идеализацией звеньев автоматической системы; погрешностью определения параметров (коэффициентов усиления, сопротивлений, емкостей, постоянных времени и др.) в ходе расчета или экспериментального исследования; случайными разбросами и отклонениями параметров из-за различных дестабилизирующих факторов (например, изменения температуры) и пр. Применительно к системам радиоавтоматики одним из основных факторов, определяющих устойчивость, является нестабильность амплитуды принимаемого сигнала из-за меняющихся условий распространения, дальности до подвижного объекта и других причин.

Определяя запас устойчивости, обычно вводят понятие о запасе устойчивости по фазе и амплитуде (усилению). Оба эти запаса рассматриваются одновременно.

Формулировка запаса устойчивости зависит от выбранного критерия. При использовании критерия Найквиста запас устойчивости тем больше, чем дальше расположена АФХ от критической точки (рис. 1.39).

*Запасом по фазе*  $\Delta\varphi$  называют угол, равный разности  $\pi - |\varphi(\omega_{\text{ср}})|$ .

Частота  $\omega_{\text{ср}}$ , соответствующая вектору  $K_p(j\omega_{\text{ср}})$ , имеющему модуль, равный единице, называется частотой среза разомкнутой системы.

Запас устойчивости по усилению  $\Delta K$  определяется величиной отрезка оси абсцисс, заключенного между критической точкой  $(-1, j0)$  и АФХ.

При использовании логарифмических характеристик запас по фазе  $\Delta\varphi$  находят по кривой ЛФХ при  $\omega_{\text{ср}}$ , а запас по усилению  $\Delta L$  – по кривой ЛАХ при  $\varphi = -\pi$  рад (рис. 1.39, б).

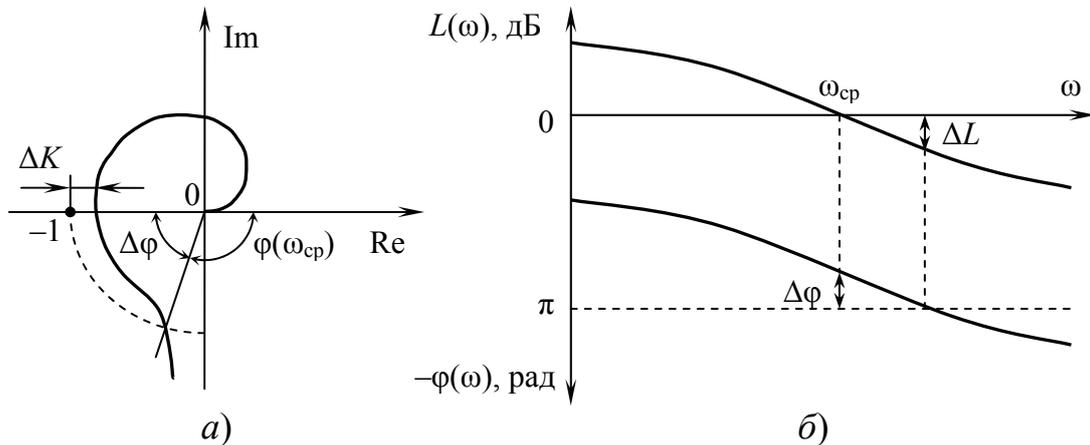


Рис. 1.39

Для того чтобы система обладала определённым запасом устойчивости, на графики ЛАХ и ЛФХ наносятся запретные области по заданным запасам  $\Delta K$  и  $\Delta\varphi$ . Эти области (рис. 1.40) представляют прямоугольники, ограниченные для ЛАХ горизонтальными линиями на расстоянии  $20\lg(1+\Delta K)$  и  $20\lg(1-\Delta K)$  от оси абсцисс, а для ЛФХ – линиями  $(\pi - \Delta\varphi)$  и  $(\pi + \Delta\varphi)$ . Считается, что система обладает запасом по усилению и фазе, если частотные характеристики не заходят в запретные области (на рис. 1.40 заштрихованы).

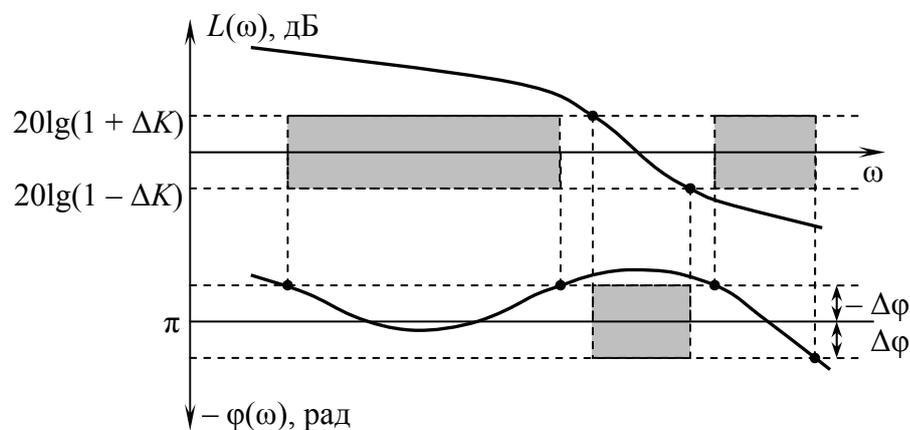


Рис. 1.40

Численные значения  $\Delta L$  (или  $\Delta K$ ) и  $\Delta\varphi$ , характеризующие запас устойчивости определяются, обычно опытным путём для систем определённых классов. В радиоавтоматике принято считать достаточным запас по фазе  $\Delta\varphi > \pi/6$  рад и по усилению  $\Delta L > 6$  дБ (или  $\Delta K > 0,5$ ). Такой выбор позволяет обеспечить и заданный характер переходного процесса.

**Пример 1.11.** Провести анализ устойчивости замкнутой системы, состоящей из типовых звеньев: двух интегрирующих (с общим коэффициентом передачи  $k_{\text{и}} = 10^4 \text{ с}^{-2}$ ), инерционного и форсирующего (постоянные времени соответственно равны 0,002 с и 0,05 с, а коэффициенты передачи – единице).

**Решение.** Определяем частоты сопряжения асимптот ЛАХ форсирующего и инерционного звеньев, а также частоту среза двух интеграторов (считая их одним звеном с передаточной функцией  $k_{\text{и}}/p^2$ ):

$$\begin{aligned}\omega_{c1} &= 1 / 0,05 = 20 \text{ с}^{-1}, \\ \omega_{c2} &= 1 / 0,002 = 500 \text{ с}^{-1}, \\ \omega_{\text{и}} &= \sqrt{10^4} = 10^2 \text{ с}^{-1}.\end{aligned}$$

С учетом этих данных строим логарифмические частотные характеристики разомкнутой системы (рис. 1.41). ЛАХ разомкнутой системы состоит из трех асимптот: 1 и 3 с наклоном  $-40$  дБ/дек и 2 – с наклоном  $-20$  дБ/дек. ЛФХ системы не пересекает уровень  $-\pi$  рад, поэтому замкнутая система устойчива. Запас устойчивости по фазе составляет приблизительно  $\pi/4$  рад, а запас по усилению не имеет смысла определять (теоретически он бесконечен, так как ЛФХ достигает  $-\pi$  рад лишь в асимптотических точках  $\omega \rightarrow 0$  и  $\omega \rightarrow \infty$ ).

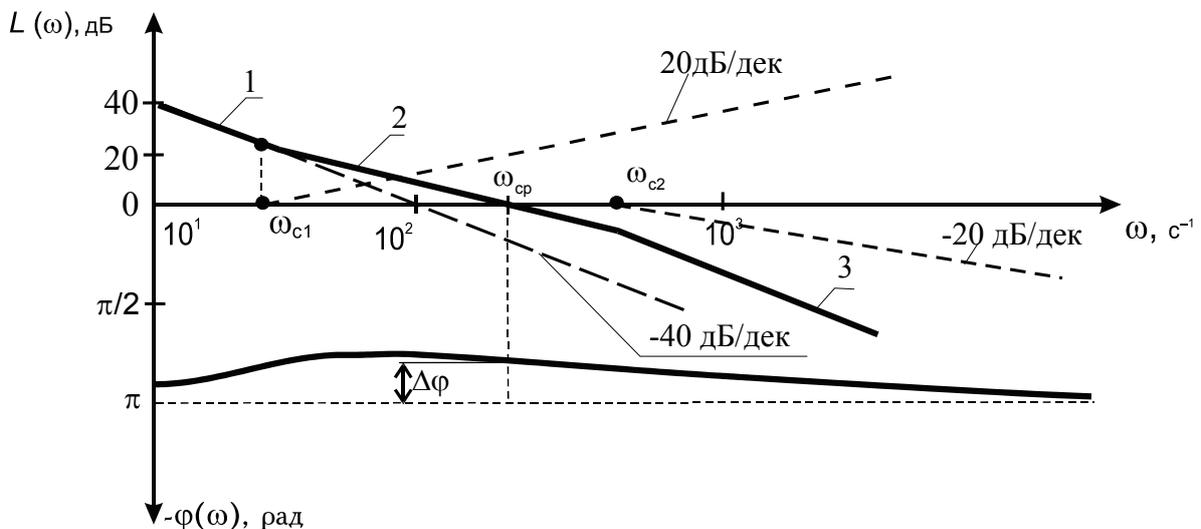


Рис. 1.41

**Пример 1.12.** Провести анализ устойчивости замкнутой системы, состоящей из двух интегрирующих звеньев и инерционного звена с постоянной времени  $T$ .

**Решение.** Используя критерий Найквиста, убеждаемся, что система такого типа неустойчива при любых значениях параметров  $K$  (общее усиление разомкнутой системы) и  $T$  (рис. 1.42). На рис. 1.42, а представлены АФХ системы для двух значений коэффициента усиления:  $K$  (кривая 1) и  $2K$  (кривая 2) при  $T = \text{const}$ . Рис. 1.42, б иллюстрирует влияние постоянной времени на форму АФХ при  $K = \text{const}$  (кривая 1 соответствует значению  $T_1$ , а кривая 2 –  $T_2 > T_1$ ).

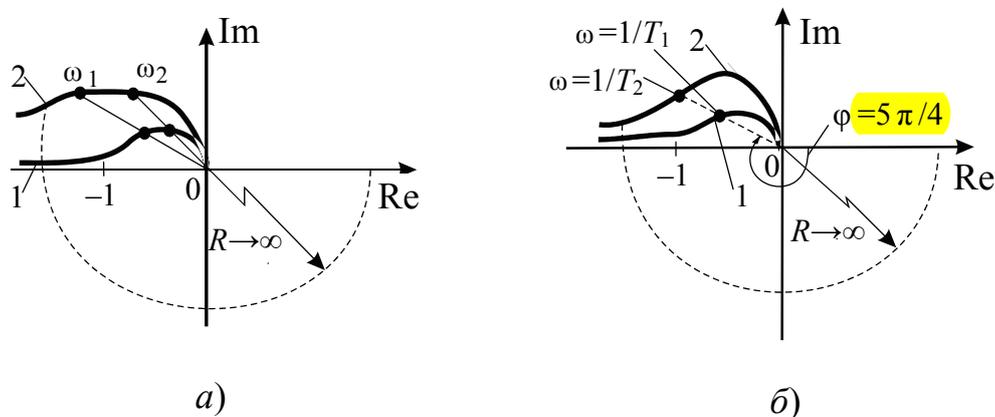


Рис. 1.42

Системы, устойчивость которых не может быть обеспечена надлежащим выбором параметров, называются *структурно неустойчивыми*.

**Пример 1.13.** Определить критическое усиление для замкнутой статической системы, состоящей из четырёх инерционных звеньев с одинаковыми постоянными времени  $T$ .

**Решение.** Построим кривую АФХ (качественно, поскольку параметры  $K$  и  $T$  не определены) для критического случая (рис. 1.43).

Для частоты  $\omega = 0$  модуль АФХ равен  $K$ , а для частоты  $\omega \rightarrow \infty$  он равен нулю (при этом фазовый сдвиг составляет  $2\pi$  рад). В силу идентичности звеньев фазовый сдвиг, вносимый каждым звеном в отдельности на частоте среза, равен  $\pi/4$  радиан, а коэффициент передачи составляет  $1/\sqrt{2}$  (общее усиление  $K$  учтем путем введения безынерционного звена). Отсюда общий коэффициент усиления разомкнутой системы на частоте среза можно представить в виде

$$\frac{K_{кр}}{(\sqrt{2})^4} = \frac{K_{кр}}{4} = 1$$

и, следовательно,  $K_{кр} = 4$ .

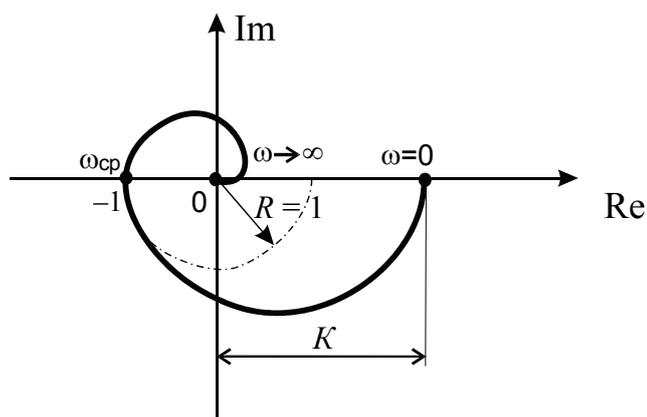


Рис. 1.43

Результат справедлив для любого значения  $T$ , так как при  $K = \text{const}$  изменение  $T$  приводит лишь к разной скорости «закручивания спирали» (с ростом  $T$  уменьшается значение частоты среза  $\omega_{ср} = 1/T$ ).

### Контрольные вопросы

1. Как записывается характеристическое уравнение замкнутой системы?
2. Сформулируйте общие требования к устойчивости системы.
3. Поясните использование критерия *Гурвица* для анализа устойчивости систем.
4. Как определяется критический коэффициент усиления разомкнутой системы? В чём его смысл?
5. Как формулируется критерий устойчивости *Найквиста*?
6. Как определяется устойчивость замкнутой системы при использовании логарифмических частотных характеристик?
7. Чем объясняется необходимость обеспечения запаса устойчивости? Как определяется запас устойчивости по АФХ и логарифмическим частотным характеристикам?
8. Какие системы называются *структурно неустойчивыми*? (Приведите примеры).

## 1.5. Показатели качества систем радиоавтоматики

Обеспечение устойчивости (запаса устойчивости) является первой проблемой при проектировании автоматических систем. Другой не менее важной проблемой является обеспечение заданного качества процесса управления.

Качество процесса управления определяется поведением АС при переходе с одного режима работы на другой. Различают следующие основные показатели качества АС: колебательность переходного процесса, перерегулирование (максимальное отклонение управляемой переменной от заданного значения), быстродействие (время переходного процесса), точность действия.

### 1.5.1. Оценка качества автоматических систем в переходном режиме

Изменение режима работы АС происходит в результате прикладываемых к ней внешних воздействий. В следящих системах задающее воздействие представляет собой случайный процесс. При этом надо так выбрать параметры и структуру системы, чтобы это воздействие воспроизводилось с минимальной ошибкой.

При исследовании качества процесса управления обычно рассматривают некоторые типовые воздействия в виде детерминированных функций времени: единичной скачкообразной, линейной, квадратичной, импульсной, гармонической. Наиболее распространенным является воздействие в виде скачкообразной функции.

Методы анализа качества переходного процесса можно разделить на две группы. К первой относятся прямые методы оценки качества по переходной характеристике, ко второй – косвенные методы. Прямые методы требуют решения дифференциальных уравнений (или экспериментальных исследований). Косвенные методы позволяют, не решая уравнений, определять некоторые показатели качества.

Графически требования, предъявляемые к качеству процесса управления, можно определить некоторой областью (рис. 1.44), за пределы которой управляемая переменная не может выходить. Основными параметрами заданной области качества процесса управления являются: время переходного процесса  $t_p$ , заданное значение  $x_0$ , ошибка  $\delta$  и максимальное превышение  $e_{\max}$  управляемой переменной. Область заданного качества расположена либо относительно линии заданного значения  $x_0$  (рис. 1.44, а), либо относительно оси абсцисс, если рассматривается переходный процесс для ошибки (рис. 1.44, б).

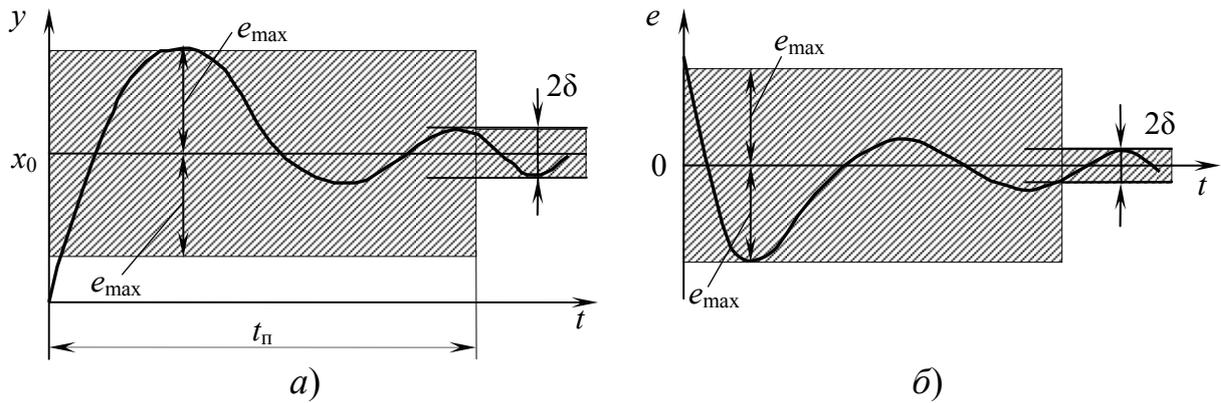


Рис. 1.44

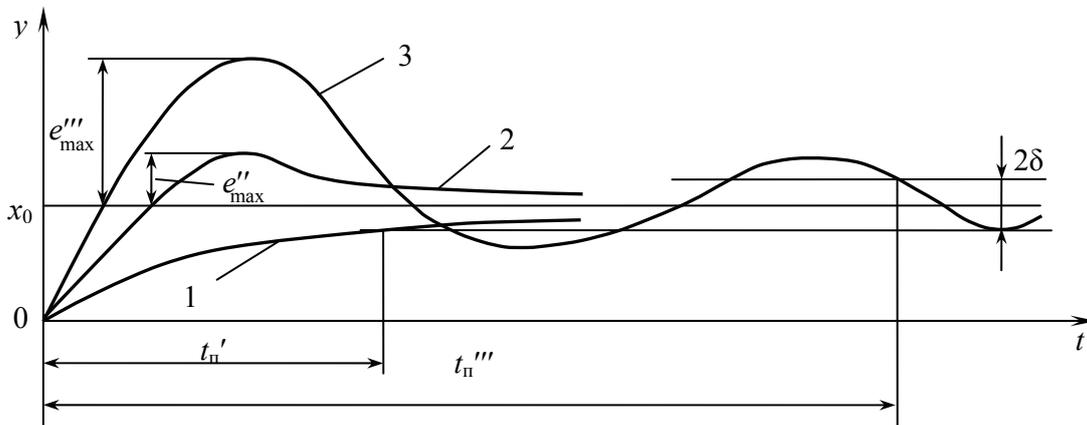


Рис. 1.45

В зависимости от характера затухания при скачкообразном воздействии переходный процесс может быть монотонным, аperiodическим или колебательным (рис. 1.45). Процесс является *монотонным*, если ошибка при  $t \rightarrow \infty$  только уменьшается (кривая 1); процесс считается *aperiodическим*, если имеет место не более одного перерегулирования (кривая 2); процесс называется *колебательным*, если управляемая переменная в течение переходного процесса несколько раз отклоняется в обе стороны от установившегося значения (кривая 3).

Если управляемая переменная принимает значение, большее  $x_0$ , вводится понятие о максимальном отклонении  $e_{\max}$ . При больших  $e_{\max}$  могут возникнуть чрезмерные перенапряжения в элементах системы. Поэтому значения  $e_{\max}$  ограничивают в техническом задании на проектирование. Максимальное отклонение, выраженное в процентах, называют *перерегулированием*  $\varepsilon = (e_{\max}/x_0) \cdot 100 \%$ . Обычно для АС принимают допустимым  $\varepsilon \leq 30 \%$ .

*Быстродействие* системы определяется временем переходного процесса  $t_{\text{п}}$ , под которым понимают время, по истечении которого ошибка управления не превосходит заданной величины  $\delta$  (рис. 1.45). Обычно принимают  $\delta \leq 5\%$  от значения  $x_0$ .

Для оценки быстроты затухания колебательного переходного процесса, наряду со временем  $t_{\text{п}}$ , используют понятие о степени колебательности  $\mu$ , которая характеризуется числом колебаний в системе за время переходного процесса. Значение  $\mu$  не должно быть большим, так как колебания в системе нежелательны (могут привести к износу механических элементов и др.).

**Пример 1.14.** Оценить качественные показатели переходного процесса в замкнутой системе (рис. 1.46, а), используя операторный метод Лапласа.

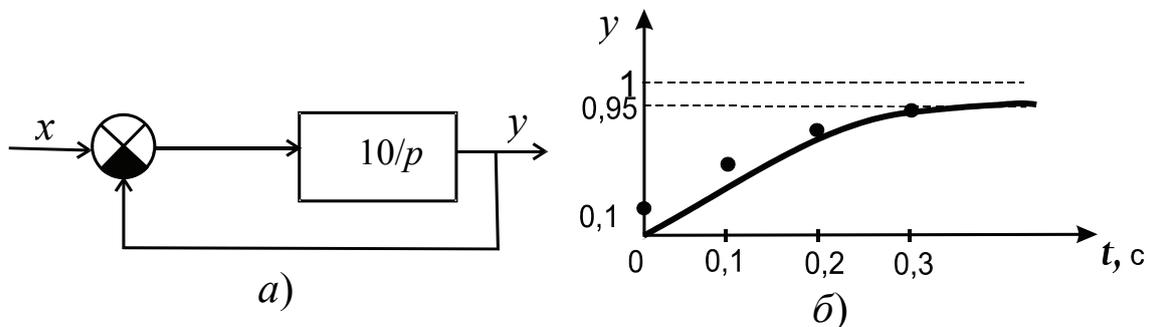


Рис. 1.46

**Решение.** Передаточная функция замкнутой системы

$$K_3(p) = \frac{K_p(p)}{1 + K_p(p)} = \frac{10}{p + 10}.$$

Учитывая, что изображение Лапласа от функции единичного скачка  $X(p) = 1/p$ , находим изображение управляемой переменной:

$$Y(p) = K_3(p)X(p) = \frac{10}{p(p + 10)}.$$

По таблице преобразований Лапласа (прил. 1, табл. П1) находим оригинал:

$$y(t) = 1 - e^{-10t},$$

что совпадает с переходной характеристикой инерционного звена с постоянной времени  $T = 0,1$  с.

Следовательно, переходный процесс монотонный (без перерегулирования), а длительность его  $t_{\text{п}} = 3T = 0,3$  с (рис 1.46, б).

**Цифровое моделирование непрерывных систем.** Для оценки качества переходного процесса в непрерывной системе можно использовать метод моделирования, в соответствии с которым непрерывная система заменяется дискретной, а дифференциальное уравнение, описывающее систему, – разностным уравнением. Последнее представляет собой программу рекуррентного вычисления переходного процесса. Применение ЭВМ позволяет легко решить это уравнение, т. е. рассчитать переходный процесс.

Дискретная передаточная функция цифровой модели получается из передаточной функции непрерывной системы путем замены оператора интегрирования  $1/p$  некоторым оператором, соответствующим тому или иному численному методу интегрирования.

Наиболее часто используется замена

$$\frac{1}{p} = \frac{T}{2} \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}}, \quad (1.69)$$

где  $T$  – интервал дискретизации;  $z = e^{pT}$  – переменная  $Z$  – преобразования ( $z^{-1} = e^{-pT}$  – оператор задержки на  $T$ ).

Аппроксимация непрерывного интегратора дискретным (1.69) соответствует интегрированию по методу трапеций. При  $T \rightarrow 0$  переходные процессы в непрерывной системе и её цифровой модели будут близки друг к другу. На практике достаточно обеспечить условие  $T \ll \pi/\omega_{\text{ср}}$ , где  $\omega_{\text{ср}}$  – частота среза АЧХ непрерывной системы (иногда вместо  $\omega_{\text{ср}}$  берётся значение полосы на уровне 0,7).

Полученную в результате замены (1.69) передаточную функцию цифровой модели системы необходимо представить в виде дробно-рациональной функции по степеням  $z^{-1}$ :

$$K(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}}, \quad (1.70)$$

что позволяет определить коэффициенты  $a_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) и  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) разностного уравнения. Передаточной функции (1.70) соответствует разностное уравнение для управляемой переменной

$$y[k] = \sum_{i=0}^m b_i x[k-i] - \sum_{i=1}^n a_i y[k-i], \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (1.71)$$

где  $y[k]$  – текущее значение управляемой переменной;  $x[k-i]$  и  $y[k-i]$  – предыдущие значения процессов на  $(k-i)$ -м шаге (при отрицательном аргументе равны нулю).

Рекуррентное уравнение (1.71) определяет переходный процесс при дискретном времени, кратном интервалу дискретизации  $T$ . Качественные показатели переходного процесса (перерегулирование, быстродействие и др.) определяют по графику зависимости  $y[k]$  или  $e[k]$  (коэффициенты разностного уравнения для ошибки находят по передаточной функции  $K_e(p)$ ).

**Пример 1.15.** Используя метод цифрового моделирования построить график переходного процесса для системы, рассмотренной в примере 1.14. Определить быстродействие системы.

**Решение.** Передаточная функция цифровой модели системы

$$K_3(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1}},$$

где коэффициенты разностного уравнения

$$b_0 = b_1 = \frac{10}{\left(\frac{2}{T} + 10\right)}, \quad a_1 = \frac{10 - \frac{2}{T}}{10 + \frac{2}{T}}.$$

Подставив их в выражение (1.71), находим разностное уравнение

$$y[k] = b_0 x[k] + b_1 x[k-1] - a_1 y[k-1], \quad k = 0, 1, \dots,$$

Интервал дискретизации выбираем из условия  $T \ll \pi \cdot T_1$  ( $T_1 = 0,1$  с, а  $1/T_1 = 10$  с<sup>-1</sup> – полоса пропускания системы по уровню 0,7). Для удобства берём значение  $T = 0,02$  с; при этом коэффициенты  $b_0 = b_1 \approx 0,099$ ,  $a_1 \approx -0,82$ .

График переходного процесса, построенный с использованием разностного уравнения, представлен на рис. 1.46, б (сплошная кривая соответствует точному решению методом Лапласа, а точки на ней – результатам моделирования). Как видим из рисунка, расхождение невелико (не превышает 10 %). Быстродействие системы составляет  $t_{\text{п}} = 0,3$  с ( $15T$ ).

**Анализ качества переходного процесса по АЧХ замкнутой системы.** Один из косвенных методов оценки качества переходного процесса основан на использовании АЧХ замкнутой системы. Если система неустойчива, то амплитуда колебаний на выходе системы достигает бесконечно большой величины (в реальных системах она ограничена из-за нелинейности характеристик). В этом случае АЧХ системы имеет разрыв (рис. 1.47, а).

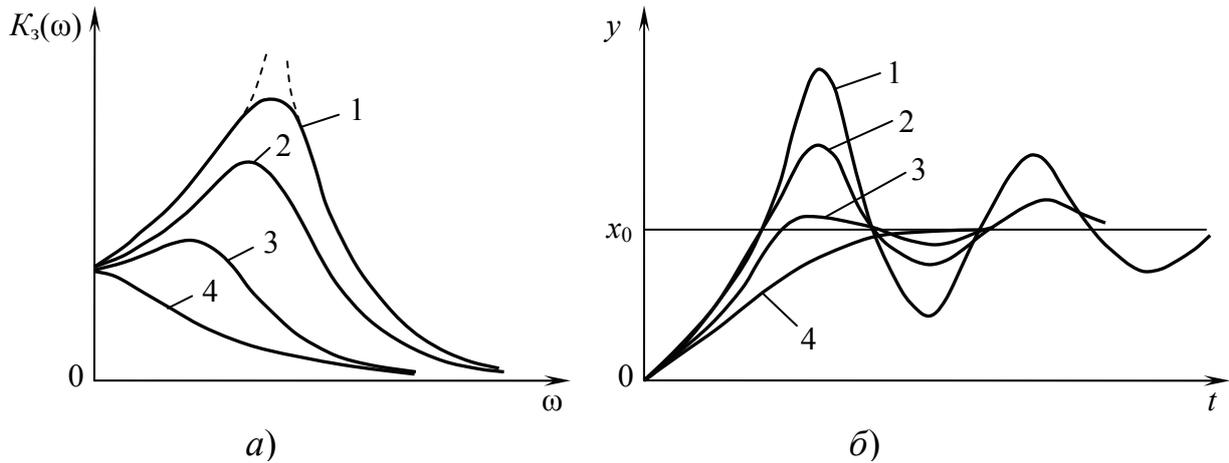


Рис. 1.47

В зависимости от соотношения параметров АЧХ устойчивой замкнутой системы либо имеет пик, либо является убывающей функцией частоты (кривые 1–4, рис. 1.47, а).

Уменьшение пика АЧХ соответствует уменьшению амплитуды и числа колебаний, совершаемых системой в переходном режиме. На рис. 1.47, б показаны переходные характеристики при различных соотношениях параметров системы в соответствии с характеристиками  $K_3(\omega)$ . Анализ кривых, имеющих одинаковые номера, свидетельствует о том, что при уменьшении максимума АЧХ процесс затухает быстрее. При убывающей характеристике  $K_3(\omega)$  (кривая 4) переходный процесс является монотонным (без перерегулирования).

Следовательно, пик АЧХ может служить косвенной оценкой величины перерегулирования и колебательности процесса. При этом отношение максимума характеристики  $K_3(\omega)$  к ее значению при  $\omega = 0$  называется показателем колебательности  $M$  (для астатических систем  $K(0) = 1$  и  $M$  равняется максимуму АЧХ). Частота, при которой АЧХ имеет максимум, называется *собственной частотой*  $\omega_0$  (рис. 1.48). Если характеристика имеет пик, то точка пересечения кривой с линией  $K_3(0) = 1$  определяет частоту  $\omega_{cp}$  замкнутой системы. Эта частота косвенно характеризует быстродействие системы. Чем больше частота  $\omega_{cp}$ , тем выше быстродействие. При этом время переходного процесса

$$t_n \cong \pi / \omega_{cp}. \quad (1.72)$$

Для обеспечения малой колебательности и большого быстродействия системы необходимо выбрать её структуру и параметры так, чтобы АЧХ имела малый пик и широкую полосу пропускания (максимальное значение  $\omega_{cp}$  ограничивается воздействием на систему помех). По техническим

требованиям величина  $M$  должна выбираться в пределах 1,2–1,5, а  $\omega_{\text{ср}}$  определяется по заданному времени  $t_{\text{п}}$ .

Построение характеристики  $K_3(\omega)$  производят по АФХ разомкнутой системы, учитывая, что

$$K_3(\omega) = |K_3(j\omega)| = \frac{|K_p(j\omega)|}{|1 + K_p(j\omega)|}. \quad (1.73)$$

В соответствии с уравнением (1.73) значение  $K_3(\omega_i)$  на какой-либо частоте  $\omega_i$  определяется отношением длин (модулей) двух векторов  $K_p(j\omega_i)$  и  $1 + K_p(j\omega_i)$ , определяемых точкой АФХ разомкнутой системы для частоты  $\omega_i$  (рис. 1.49, а). Находя это отношение для других точек АФХ (при других частотах), можно построить характеристику  $K_3(\omega_i)$ .

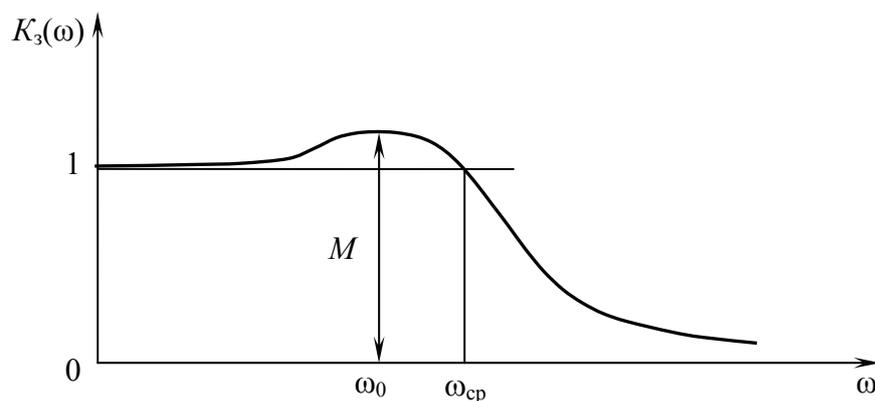


Рис. 1.48

Из рис. 1.48 видим, что при малых частотах ( $\omega \rightarrow 0$ ) значение  $K_3(\omega) \cong 1$ , а при больших частотах ( $\omega \rightarrow \infty$ ) величина  $K_3(\omega) \rightarrow 0$ . Чем ближе АФХ  $K_p(j\omega)$  расположена к критической точке  $(-1, j0)$ , тем больше значение  $K_3(\omega)$  по сравнению с единицей (в случае, когда АФХ проходит через критическую точку, знаменатель в формуле (1.73) обращается в нуль, а сама АЧХ  $K_3(\omega)$  – в бесконечность).

В идеальной системе  $K_3(\omega) = 1$  для всех частот, а соответствующая этому АФХ имеет вид прямой, проходящей параллельно мнимой оси через точку  $-0,5$  на оси абсцисс (рис. 1.49, б).

Если АФХ проходит при некоторых частотах левее (кривая 1), то АЧХ замкнутой системы имеет пик. В этом случае переходный процесс будет колебательным с перерегулированием. Точка пересечения АФХ с линией 2 определяет частоту среза  $\omega_{\text{ср}}$ .

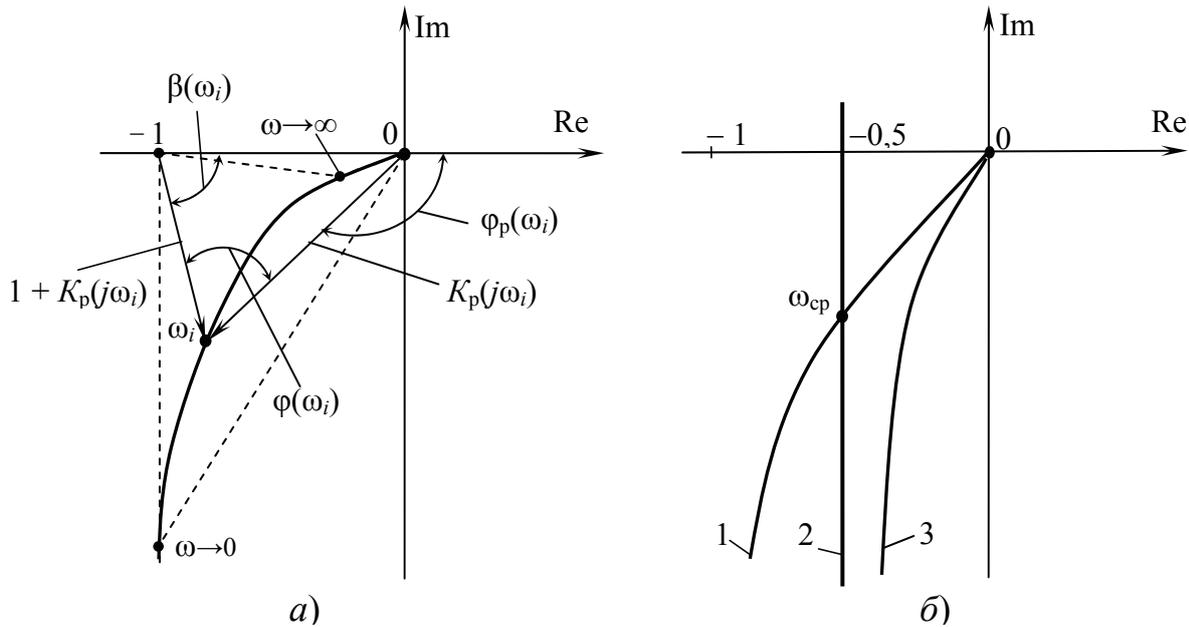


Рис. 1.49

Если АФХ не заходит в область слева от линии 2 (кривая 3), то АЧХ замкнутой системы является убывающей функцией, а переходный процесс – монотонным.

**Пример 1.16.** Оценить качество переходного процесса в системе (рис. 1.46, а), используя АЧХ замкнутой системы.

**Решение.** Для рассматриваемой системы АЧХ  $K_3(\omega)$  может быть найдена непосредственно по передаточной функции  $K_3(p) = 1/(1 + 0,1p)$ :

$$K_3(\omega) = 1 / \sqrt{1 + 0,01\omega^2}.$$

Однако с целью иллюстрации возможности применения графического метода построения АЧХ замкнутой системы по кривой АФХ разомкнутой системы воспользуемся рассмотренным методом.

Представим АФХ разомкнутой системы в виде

$$K_p(j\omega) = \frac{10}{\omega} e^{-j\pi/2}.$$

График  $K_p(j\omega)$  имеет вид прямой, совпадающей с осью ординат (рис. 1.50, а) и уходящей в бесконечность при  $\omega \rightarrow 0$ .

Поскольку АФХ  $K_p(j\omega)$  расположена правее вертикальной линии, проходящей через точку  $-0,5$  на оси абсцисс, то можно сделать вывод о том, что АЧХ замкнутой системы – убывающая функция частоты, а переходный процесс – монотонный (без перерегулирования). Значения  $K_3(\omega)$  при фиксированных  $\omega$  (например, равных 2, 5, 10 и т. д.) находят

как отношение длин векторов:  $|K_p(j\omega)| / |1 + K_p(j\omega)|$ . В точках  $\omega = 0$  и  $\omega = \infty$  эти значения известны (соответственно единица и нуль). График АЧХ (рис. 1.50, б) позволяет оценить полосу пропускания замкнутой системы  $\Delta\omega_{0,7}$  по уровню  $1/\sqrt{2}$  (она равна  $10 \text{ с}^{-1}$ ), а следовательно, время переходного процесса  $t_{\text{п}} = 3 / \Delta\omega_{0,7} = 0,3 \text{ с}$ .

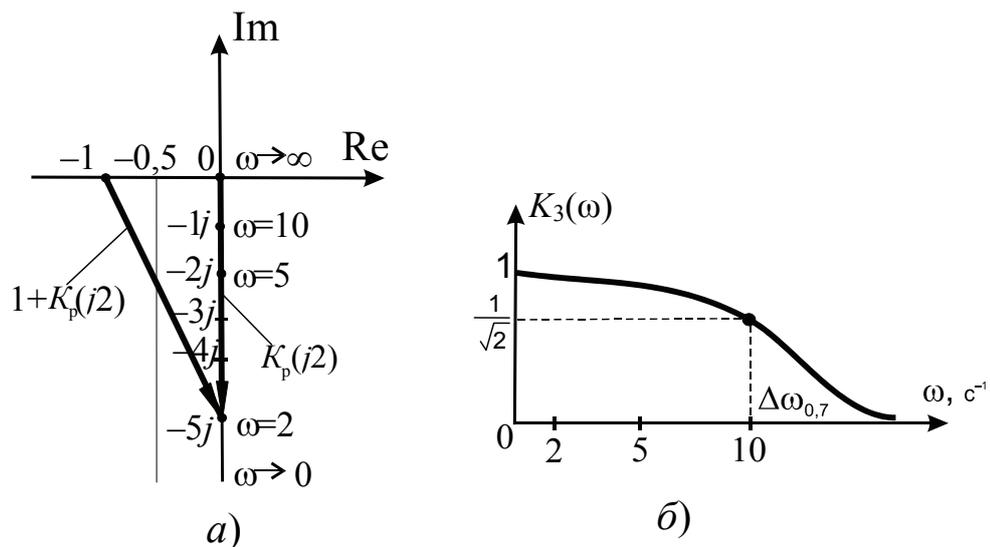


Рис. 1.50

**Оценка качества переходного процесса по ЛАХ разомкнутой системы.** В результате исследования АС с различным видом ЛАХ установлено, что колебательность переходного процесса будет наименьшей, если частота среза  $\omega_{\text{ср}}$  разомкнутой системы находится на участке ЛАХ с наклоном  $-20$  дБ/дек. При этом время переходного процесса определяется неравенством

$$t_{\text{п}} \geq \pi / \omega_{\text{ср}}. \quad (1.74)$$

В отличие от выражения (1.72) частота среза  $\omega_{\text{ср}}$  в (1.74) определена для разомкнутой, а не для замкнутой системы.

Чем шире участок ЛАХ с наклоном  $-20$  дБ/дек, пересекающий ось абсцисс, тем ближе переходная характеристика к экспоненте и тем меньше время  $t_{\text{п}}$  (тем ближе оно к значению  $\pi / \omega_{\text{ср}}$ ). Этот участок следует выбирать при расчете параметров системы в соответствии с заданными показателями качества.

Практическое применение ЛАХ разомкнутой системы для косвенной оценки качества переходного процесса основано на использовании универсальных переходных характеристик и типовых ЛАХ.

Для АС, составленных из типовых звеньев, произведена классификация ЛАХ и вычислены универсальные характеристики, построенные для нормированного времени (рис. 1.51).

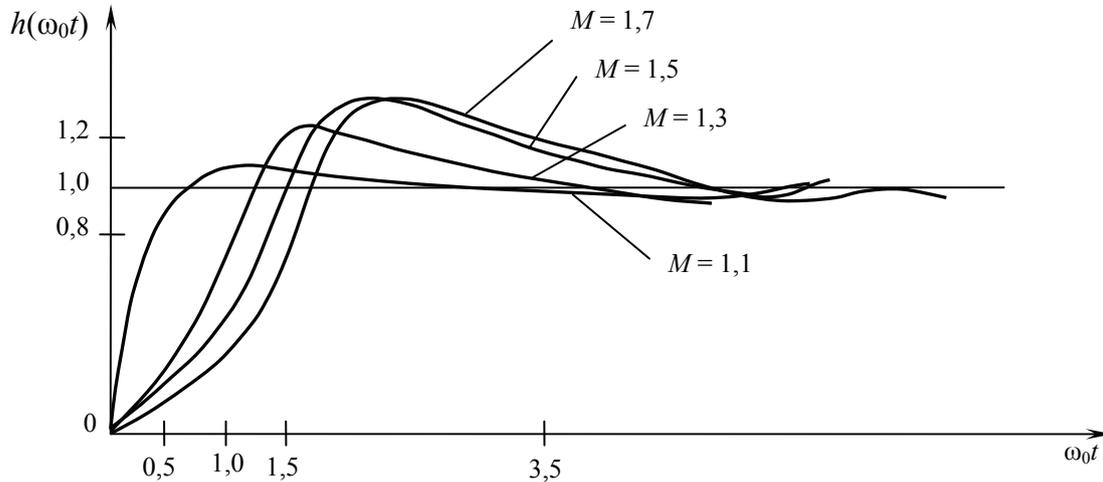


Рис. 1.51

Выбор нужной универсальной характеристики  $h(\omega_0 t)$  производится на основе типовых ЛАХ и параметров системы. Затем, разделив масштаб по оси абсцисс на  $\omega_0$ , получают искомую переходную характеристику.

Типовые ЛАХ для наиболее распространенных на практике систем с астатизмом первого и второго порядка (не путать с порядком уравнения, описывающего систему) представлены на рис. 1.52 (астатическим системам первого порядка соответствуют ЛАХ на рис. 1.52, а, б, а системам второго порядка – ЛАХ на рис. 1.52, в, г).

ЛАХ, изображенные на рис. 1.52, отличаются от рассмотренных ранее тем, что по оси абсцисс откладывается нормированная «частота»  $\omega/\omega_0$ , а точки сопряжения асимптот определяются значениями относительных «постоянных времени»  $\tau_i = \omega_0 T_i$ .

Базовая частота  $\omega_0$  в зависимости от порядка астатизма определяется следующими выражениями:

$$\omega_0 = \sqrt{K/T_1} \text{ – для систем первого порядка,}$$

$\omega_0 = \sqrt{K}$  – для систем второго порядка ( $K$  – общее усиление разомкнутой системы).

Значение показателя колебательности определяется по известным  $\omega_0$  и  $\omega_{cp}$  из табл. 1.1.

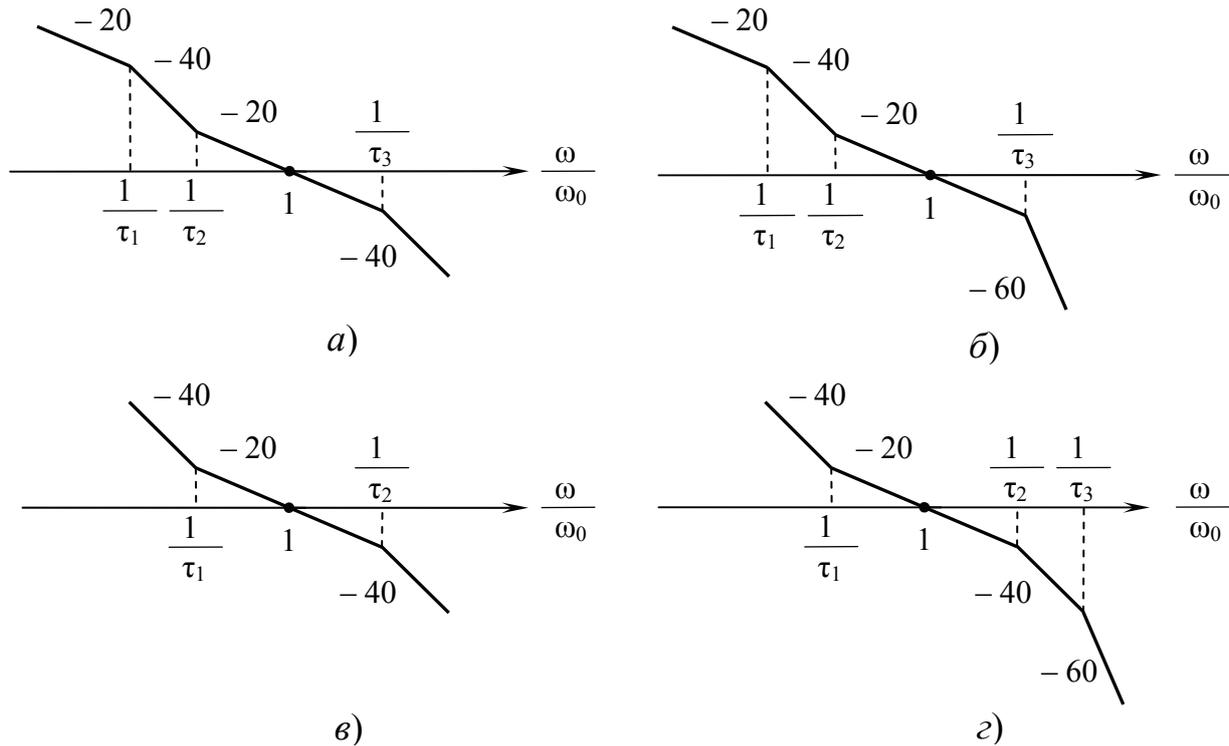


Рис. 1.52

Таблица 1.1

$\omega_{cp}/\omega_0$	3,35	2,08	1,73	1,56
$M$	1,1	1,3	1,5	1,7

Возможность использования универсальных переходных характеристик независимо от порядка астатизма системы указывает на то, что вид участка ЛАХ при низких частотах ( $-20$  дБ/дек и  $-40$  дБ/дек соответственно для систем первого и второго порядков) мало влияет на характер переходного процесса. Форма этого участка ЛАХ определяет ошибку системы в установившемся режиме. Аналогично вид участка ЛАХ на высоких частотах ( $-40$  дБ/дек или  $-60$  дБ/дек) также мало влияет на форму переходной характеристики (он определяет лишь передний фронт характеристики).

Таким образом, качество переходного процесса определяется, главным образом, участком ЛАХ с наклоном  $-20$  дБ/дек, который должен иметь протяженность не менее декады и располагаться по возможности симметрично относительно частоты среза. Это гарантирует хорошие показатели качества переходного процесса (малую колебательность, небольшое перерегулирование и малое время переходного процесса).

**Пример 1.17.** Используя метод оценки качества переходного процесса по ЛАХ разомкнутой системы построить переходную характеристику при единичном воздействии для системы с передаточной функцией

$$K_p(p) = \frac{K(1+T_2p)}{p^2(1+T_1p)(1+T_3p)} = \frac{100(1+0,16p)}{p^2(1+0,024)(1+0,008p)}.$$

**Решение.** По заданной передаточной функции строим ЛАХ разомкнутой системы (рис. 1.53, а). Определяем  $\omega_{cp} = 16\text{c}^{-1}$  и вычисляем  $\omega_0 = \sqrt{K} = 10\text{c}^{-1}$ , а также  $\tau_1 = \omega_0 T_1 = 0,24$ ;  $\tau_2 = \omega_0 T_2 = 1,6$ ;  $\tau_3 = \omega_0 T_3 = 0,08$ . Протяженность участка с наклоном  $-20$  дБ/дек равна  $\tau_2 / \tau_1 = 6,67$ .

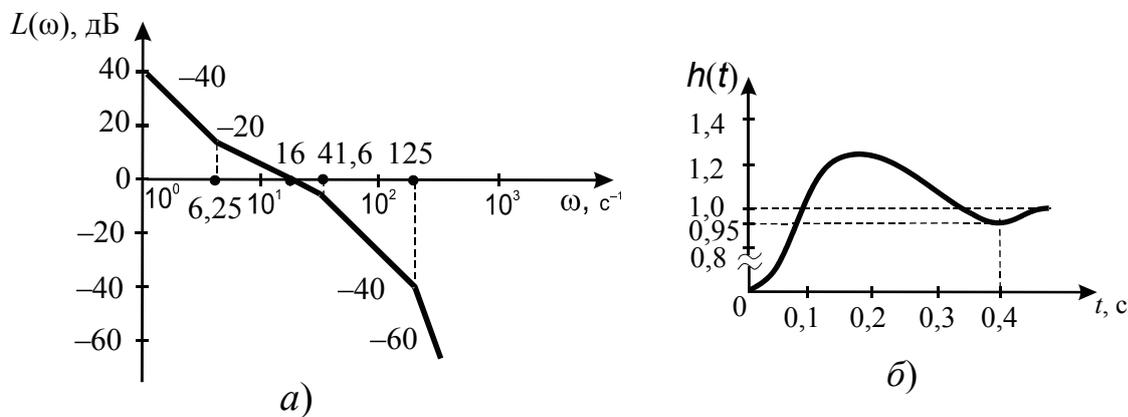


Рис. 1.53

Находим отношение  $\omega_{cp}/\omega_0 = 1,6$  по табл. 1.1 диапазон  $1,5 < M < 1,7$ . По графику (рис. 1.51) отыскиваем некоторую универсальную кривую  $h(\omega_0 t)$  между  $M = 1,5$  и  $M = 1,7$ . Разделив абсциссы этой универсальной переходной характеристики на  $\omega_0 = 10\text{c}^{-1}$ , получим переходную характеристику для рассматриваемой системы (рис. 1.53, б). По характеристике определяем перерегулирование  $\varepsilon \cong 30\%$  и быстродействие  $t_{II} \cong 0,4\text{c}$ .

### 1.5.2. Точность автоматических систем при типовых воздействиях

Точность АС характеризуется величиной ошибки в установившемся режиме и зависит от характера воздействия, а также структуры и параметров системы.

Реальные воздействия в радиотехнических следящих системах описываются сложными (случайными) функциями времени. Однако при анализе точности управления часто используют простые детерминированные воздействия: постоянное ступенчатое, линейное, квадратичное и

др. Это позволяет упростить анализ и в то же время сохранить в модели задающего воздействия наиболее существенные признаки (начальное значение, скорость изменения, ускорение). Большинство систем радиоавтоматики описываются передаточными функциями вида

$$K_p(p) = \frac{K_i B(p)}{p^i A(p)}, \quad (1.75)$$

где  $K_i$  – общее усиление разомкнутой системы;  $i$  – число интегрирующих звеньев, определяющее порядок астатизма системы;

$$\begin{aligned} A(p) &= a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + 1, \\ B(p) &= b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + 1 \end{aligned}$$

– полиномы, порядок которых определяется числом типовых звеньев ( $n$  и  $m$  соответственно инерционных и форсирующих), а коэффициенты полиномов – постоянными времени типовых звеньев.

**Статические ошибки.** Ошибка системы при постоянном (ступенчатом) воздействии  $x(t) = x_0 = \text{const}$  при  $t \geq 0$  называется *статической*  $e_{\text{ст}}$ .

Для установившейся ошибки, учитывая, что изображение  $X(p) = x_0/p$ , запишем следующее выражение:

$$e_{\text{ст}} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p K_e(p) \frac{x_0}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{p^i A(p)}{p^i A(p) + K_i B(p)} \frac{x_0}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p^i x_0}{p^i + K_i}. \quad (1.76)$$

Для статической системы (не содержащей интегрирующих звеньев) статическая ошибка

$$e_{\text{ст}} = \frac{x_0}{1 + K_0}. \quad (1.77)$$

Таким образом, в статических системах установившееся значение управляемой переменной не равно заданному: меньше на величину ошибки, значение которой обратно пропорционально усилению  $K_0$  по постоянному току (обычно  $K_0 \gg 1$ ).

Для астатических систем ( $i \geq 1$ ) ошибка при постоянном воздействии

$$e_{\text{ст}} = 0,$$

так как числитель в соотношении (1.76) равен нулю, а знаменатель равен  $K_i$ .

Отсутствие статической ошибки обусловило название таких систем – *астатические*.

**Динамические ошибки.** Ошибка, характеризующая точность замкнутой системы при меняющемся воздействии, называется *динамической*  $e_d(t)$ .

Любое детерминированное воздействие (при условии существования его производных  $d^{(k)}/dt^{(k)}$ ,  $k = 1, 2, \dots$ ) можно представить в виде следующего ряда:

$$x(t) = x_0 + v_x t + \frac{1}{2} \dot{v}_x t^2 + \dots, \quad (1.78)$$

где  $x_0$  – начальное значение;  $v_x$  – скорость изменения;  $\dot{v}_x$  – ускорение и т. д.

Для вычисления динамических ошибок при типовых воздействиях (линейном и квадратическом) представим выражение для ошибки в операторной форме:

$$E(p) = K_e(p)X(p). \quad (1.79)$$

Используя разложение передаточной функции  $K_e(p)$  в ряд Маклорена по степеням переменной  $p$ , перепишем выражение (1.79) в виде

$$E(p) = \left( C_0 + C_1 p + \frac{C_2}{2!} p^2 + \dots \right) X(p), \quad (1.80)$$

где  $C_0, C_1, C_2, \dots$  – коэффициенты ошибок, определяемые по формуле

$$C_k = \left. \frac{d^k K_e(p)}{dp^k} \right|_{p=0}. \quad (1.81)$$

Установившееся значение ошибки при произвольном воздействии  $x(t)$  на основании соотношения (1.80) определяется временным рядом

$$e_d(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \sum_{k=0}^n \frac{C_k}{k!} \frac{d^k x(t)}{dt^k}. \quad (1.82)$$

Чем меньше коэффициенты ошибок, тем выше точность системы при произвольном детерминированном воздействии. При вычислении коэффициентов  $C_k$  обычно ограничиваются только первыми тремя (для систем с астатизмом не выше второго порядка).

Коэффициент  $C_0$  в соответствии с соотношением (1.81)

$$C_0 = K_e(0) = \frac{p^i A(p)}{p^i A(p) + K_i B(p)} \Big|_{p=0} = \frac{p^i}{p^i + K_i} \Big|_{p=0}.$$

Для статических систем ( $i = 0$ )  $C_0 = 1/(1 + K_0)$ , а для астатических систем  $C_0 = 0$ .

Определим динамические ошибки типовых систем при линейном воздействии (изменение с постоянной скоростью)  $x(t) = v_x t$ .

В соответствии с формулой (1.82) динамическая ошибка (ошибка по скорости) определяется по формуле

$$e_d(t) = C_0 v_x t + C_1 v_x.$$

Для статической системы

$$e_d(t) \cong \frac{v_x}{1 + K_0} t,$$

так как вклад составляющей  $C_1 v_x$  значительно меньше, чем  $C_0 x(t)$ , которая растет линейно со временем. Таким образом, скоростная ошибка в статических системах накапливается со временем со скоростью  $v_x/(1+K_0)$ , что делает неприемлемым использование таких систем при меняющемся воздействии. Для астатических систем  $C_0 = 0$  и скоростная ошибка

$$e_d(t) = C_1 v_x.$$

Нахождение коэффициента ошибки  $C_1$  с использованием формулы (1.81) затруднительно. Более простой способ его вычисления основан на сравнении точного выражения для передаточной функции  $K_e(p)$  и аппроксимирующего ее ряда:

$$C_0 + C_1 p + \frac{C_2}{2} p^2 \cong \frac{p^i A(p)}{p^i A(p) + K_i B(p)}. \quad (1.83)$$

Уравнение (1.83) можно представить в виде

$$\left[ p^i A(p) + K_i B(p) \right] \cdot \left( C_0 + C_1 p + \frac{C_2}{2} p^2 \right) = p^i A(p). \quad (1.84)$$

Полагая  $i = 1$  (астатическая система первого порядка) и приравнявая коэффициенты при переменной  $p$  в левой и правой частях уравнения, находим

$$C_0(1 + b_{m-1} \cdot K_1) + C_1 K_1 = 1$$

или  $C_1 = 1/K_1$ , так как  $C_0 = 0$ .

Таким образом, скоростная ошибка системы первого порядка астатизма  $e_d = v_x/K_1$  определяется усилением разомкнутой системы  $K_1$  и не зависит от времени. Параметр  $K_1$ , имеющий размерность  $c^{-1}$ , называется *добротностью системы по скорости* (чем выше добротность, тем точнее система).

Для астатической системы второго порядка скоростная ошибка равна нулю, так как оба коэффициента  $C_0 = C_1 = 0$ . Равенство  $C_1 = 0$  вытекает из уравнения (1.84), так как в правой части уравнения не содержится слагаемое, в которое входила бы переменная  $p$  (есть только  $s^2$  и выше).

Оценим динамические ошибки типовых систем при квадратичном воздействии (изменение с постоянным ускорением)  $x(t) = \dot{v}_x t^2 / 2$ .

В соответствии с выражением (1.82) для динамической ошибки (ошибки по ускорению) запишем следующее:

$$e_d(t) = \frac{C_0}{2} \dot{v}_x t^2 + C_1 \dot{v}_x t + \frac{C_2}{2} \dot{v}_x. \quad (1.85)$$

Для статической системы ошибка по ускорению

$$e_d(t) \cong \frac{\dot{v}_x}{2(1 + K_0)} t^2, \quad (1.86)$$

так как составляющие ошибки с коэффициентами  $C_1$  и  $C_2$  вносят пренебрежимо малый вклад в результирующую ошибку. Накопление ошибки по квадратичному закону исключает применение статических систем при наличии ускорения.

Для системы первого порядка астатизма ошибка по ускорению

$$e_d(t) \cong C_1 \dot{v}_x t = \frac{\dot{v}_x}{K_1} t \quad (1.87)$$

(вкладом составляющей  $C_2 \dot{v}_x / 2$  можно пренебречь). Накопление ошибки со временем (со скоростью  $\dot{v}_x / K_1$ ) не позволяет применять такие системы при наличии ускорения. Для астатической системы второго порядка ошибка по ускорению равна

$$e_d(t) = \frac{C_2}{2} \dot{v}_x. \quad (1.88)$$

Определение коэффициента ошибки  $C_2$  с использованием уравнения (1.84) сводится к приравнению коэффициентов при  $p^2$  в обеих частях уравнения:

$$C_0(1 + K_2 b_{m-2}) + K_2 b_{m-1} C_1 + K_2 \frac{C_2}{2} = 1, \quad (1.89)$$

откуда  $C_2/2 = 1/K_2$ , так как  $C_0 = C_1 = 0$ .

Ошибка по ускорению в системе второго порядка астатизма равна постоянной величине  $e_d = \dot{v}_x / K_2$ . Параметр  $K_2$ , характеризующий точность системы, называется *добротностью по ускорению* (имеет размерность  $c^{-2}$ ).

Для исключения ошибки по ускорению можно использовать систему третьего порядка астатизма (с тремя интеграторами). Однако такие системы используются редко из-за трудностей, связанных с обеспечением необходимого запаса устойчивости и качества переходного процесса.

**Пример 1.18.** Определить установившуюся ошибку следящей системы при воздействиях: 1)  $x(t) = 20 + 2t$  и 2)  $x(t) = 20 + 2t - 0,5t^2$ , если известна передаточная функция

$$K_e(p) = \frac{T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2) p^2 + p}{T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2) p^2 + p + K} \quad (1.90)$$

и заданы параметры:  $K = 100 \text{ c}^{-1}$ ;  $T_1 = 0,1 \text{ c}$ ;  $T_2 = 0,01 \text{ c}$ .

**Решение.** Передаточную функцию  $K_e(p)$  преобразуем к виду

$$K_e(p) = \frac{1}{1 + \frac{K}{T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2) p^2 + p}} = \frac{1}{1 + \frac{K}{p [T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2) p + 1]}}. \quad (1.91)$$

Отсюда находим передаточную функцию разомкнутой системы:

$$K_p(p) = \frac{K}{p [T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2) p + 1]}. \quad (1.92)$$

Рассматриваемая система имеет первый порядок астатизма и добротность  $K_1 = K = 100 \text{ c}^{-1}$ . Следовательно, установившаяся динамическая ошибка в первом случае равна

$$e_{д1} = C_1 \frac{dx(t)}{dt} = \frac{2}{K_1} = 0,02,$$

а во втором случае

$$e_{\text{д2}} = C_1 \frac{dx(t)}{dt} + \frac{C_2}{2} \frac{d^2x(t)}{dt^2} = \frac{1}{K_1}(2-t) - \frac{C_2}{2}.$$

Для нахождения коэффициента  $C_2/2$  используем уравнение (1.84), которое в данном случае принимает следующий вид

$$[pA(p) + KB(p)] \cdot \left( C_0 + C_1 p + \frac{C_2}{2} p^2 \right) = pA(p), \quad (1.93)$$

где  $A(p) = T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2)p + 1$ , а  $B(p) = 1$ .

Приравнивая коэффициенты при  $p^2$  в обеих частях уравнения, находим

$$C_1 + \frac{C_2}{2} K = T_1 + T_2$$

или

$$\frac{C_2}{2} = \frac{T_1 + T_2 - 1/K}{K} = \frac{(T_1 + T_2)K - 1}{K^2}.$$

Подставив значения параметров  $K$ ,  $T_1$  и  $T_2$ , получим  $C_2/2 = 0,001$ .

Окончательно для установившейся ошибки следящей системы имеем

$$e_{\text{д2}}(t) = 0,01(2-t) - 0,001 = 0,019 - 0,01t.$$

Первая составляющая (0,019) определяет скоростную ошибку, а вторая ( $-0,01t$ ) – ошибку по ускорению. Как видим, вклад составляющей  $-C_2/2 = -0,001$  действительно мал и можно полагать, что  $e_{\text{д2}}(t) \cong 0,02 - 0,01t$ .

### 1.5.3. Точность автоматических систем при воздействии помех

Особенностью радиотехнических систем является то, что они работают в условиях воздействия помех, снижающих точность. Поскольку помехи (шумы, случайные отклонения параметров системы и прочее) – случайный процесс, то ошибка слежения в этих условиях также является случайной. Поэтому для характеристики точности следящих систем используются характеристики случайных процессов: среднее значение (математическое ожидание), дисперсия, средний квадрат.

При анализе точности следящих систем при воздействии помех удобно использовать структурные схемы, поясняющие образование ошибки слежения (рис. 1.54). На рис. 1.54, *а* ошибка образуется в результате сравнения задающего воздействия и управляемой величины, формируемой с помощью фильтра, описываемого передаточной функцией  $K_3(p)$  замкнутой системы. На входе фильтра действует смесь задающего воздействия  $x(t)$  и эквивалентного шума  $n_3(t) = n(t)/k_d$ , имеющего размерность  $[x]$  (частоты, фазы и т. д., в зависимости от типа системы). Преобразование помехи  $n(t)$  в  $n_3(t)$  определяется правилом переноса узла суммирования через звено с коэффициентом передачи  $k_d$  (см. п. 1.3.2).

Структурная схема (рис. 1.54, *а*) может быть преобразована к виду (рис. 1.54, *б*), где ветвь с передаточной функцией  $1 - K_3(p)$  определяет динамическую ошибку  $e_d(t)$ , обусловленную отличием передаточной функции замкнутой системы от идеальной  $K_3(p) = 1$ , а ветвь с передаточной функцией  $K_3(p)$  определяет ошибку  $-e_n(t)$  из-за воздействия помехи.

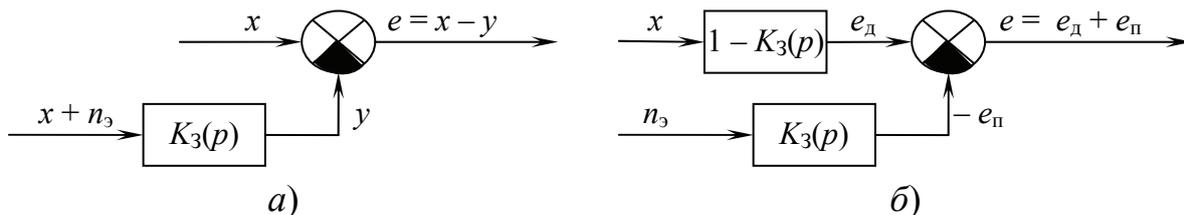


Рис. 1.54

Ошибка  $e_n(t)$  случайна. Если помеха представляет стационарный случайный процесс с нулевым средним значением и спектральной плотностью  $S_n(\omega)$ , то ошибка  $e_n(t)$  – также стационарный случайный процесс с нулевым средним значением и дисперсией  $\sigma^2$ .

В зависимости от характера воздействия  $x(t)$  (детерминированное или случайное) точность следящих систем в условиях действия помех оценивается либо средним квадратом

$$\bar{e}^2 = e_d^2 + \sigma_{en}^2, \quad (1.94)$$

либо дисперсией

$$\sigma_e^2 = \sigma_{ed}^2 + \sigma_{en}^2. \quad (1.95)$$

результатирующей ошибки  $e(t)$ .

Значение динамической ошибки  $e_d$  определяет в уравнении (1.94) математическое ожидание (среднее значение) ошибки слежения при детерминированном воздействии. Если задающее воздействие представляет стационарный случайный процесс с нулевым средним значением и спектральной плотностью  $S_x(\omega)$ , то динамическая ошибка  $e_d(t)$  – также стационарный случайный процесс с нулевым средним значением и дисперсией  $\sigma_{e_d}^2$  (дисперсия ошибки равна сумме дисперсией обеих её составляющих, так как процессы  $n(t)$  и  $x(t)$  независимы).

Дисперсия шумовой ошибки в соответствии с рис. 1.54, б определяется по формуле

$$\sigma_{en}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_3(\omega) K_3^2(\omega) d\omega, \quad (1.96)$$

где  $S_3(\omega) = S_n(\omega)/k_d^2$  – энергетический спектр эквивалентного шума;  $S_n(\omega)$  – энергетический спектр помехи  $n(t)$  на выходе дискриминатора.

Для практических приложений правомерно полагать  $n(t)$  белым шумом с равномерным спектром  $S_n(f) = N_0$  (Вт/Гц) в полосе частот от 0 до  $\infty$  (рис. 1.55, а) (или с двухсторонним спектром  $S_n(\omega) = N_0/2$ ). При этом эквивалентный шум также является белым со спектральной плотностью мощности  $S_3(f) = N_3 = N_0/k_d^2$ , имеющей размерность  $[x]^2/\text{Гц}$  ( $[x]$  – размерность задающего воздействия).

Используя для описания помехи модель белого шума, представим выражение (1.96) для дисперсии шумовой ошибки в виде

$$\sigma_{en}^2 = \frac{N_0}{2k_d^2} \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} K_3^2(\omega) d\omega = \frac{N_0}{k_d^2} \int_0^{\infty} K_3^2(f) df. \quad (1.97)$$

Интеграл в формуле (1.97) определяет так называемую *шумовую полосу* замкнутой системы:

$$F_{ш} = \int_0^{\infty} K_3^2(f) df = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} K_3^2(\omega) d\omega. \quad (1.98)$$

Физический смысл параметра  $F_{ш}$  состоит в том, что квадрат АЧХ реальной замкнутой системы аппроксимируется идеальной прямоугольной характеристикой (рис. 1.55, б) при условии равенства дисперсий ошибок (дисперсия определяется площадью заштрихованной фигуры). Формула (1.98) справедлива для астатических систем, значение АЧХ которых  $K_3(0) = 1$  (статические системы для слежения за параметрами сигналов не используются из-за больших динамических ошибок).

С учетом выражения (1.98) формулу (1.97) перепишем в виде

$$\sigma_{en}^2 = \frac{N_0}{k_d^2} F_{ш}. \quad (1.99)$$

При заданной спектральной плотности  $N_0$  определение дисперсии шумовой ошибки сводится к вычислению шумовой полосы системы. Для типовых систем радиоавтоматики определенный интеграл в формуле (1.98) сводится к табличному интегралу

$$I_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{B_n(\omega) d\omega}{A_n(j\omega)A_n(-j\omega)}, \quad (1.100)$$

где полиномы  $A_n(j\omega)$  и  $B_n(\omega)$  определяются как

$$\left. \begin{aligned} A_n(j\omega) &= a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_n, \\ B_n(\omega) &= b_0\omega^{2n-2} + b_1\omega^{2n-4} + \dots + b_{n-1}. \end{aligned} \right\} \quad (1.101)$$

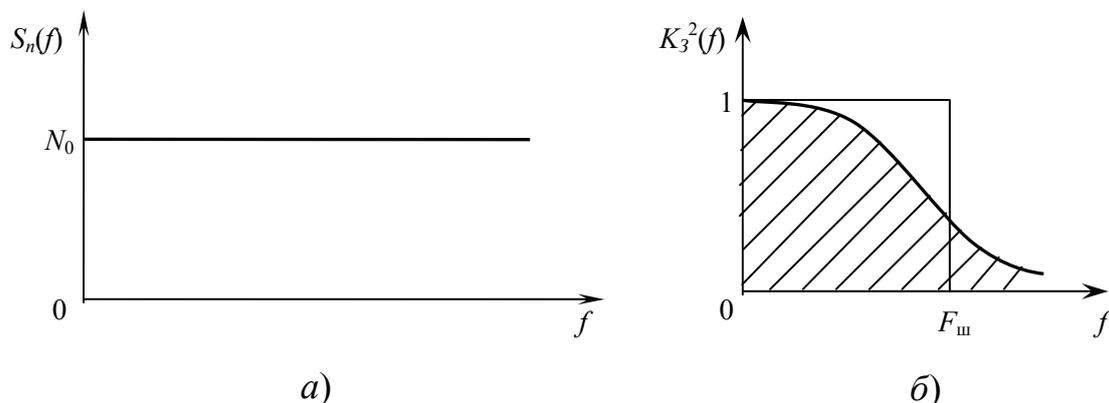


Рис. 1.55

Для систем, описываемых дифференциальными уравнениями порядка  $n \leq 3$ , значения табличного интеграла

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{b_0}{2a_0a_1}, \\ I_2 &= \frac{b_0 + a_0b_1/a_2}{2a_0a_1}, \\ I_3 &= \frac{a_2b_0 - a_0b_1 - a_0a_1b_2/a_3}{2a_0(a_0a_3 - a_1a_2)}. \end{aligned} \right\} \quad (1.102)$$

Дисперсия динамической ошибки при случайном воздействии в соответствии с рис. 1.54, б определяется выражением

$$\sigma_{ед}^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_x(\omega) |1 - K_3(j\omega)|^2 d\omega. \quad (1.103)$$

При известном энергетическом спектре  $S_x(\omega)$  вычисление  $\sigma_{ед}^2$  сводится к вычислению определённого интеграла вида (1.100). В тех случаях, когда интеграл (1.103) не удастся свести к табличному, используют численные методы интегрирования или графический метод. В последнем случае необходимо иметь графики спектральной плотности  $S_x(\omega)$  и квадрата АЧХ  $K_3(\omega) = |1 - K_3(j\omega)|$ . Тогда, перемножив их при одних и тех же значениях частоты, можно построить график спектральной плотности  $S_{ед}(\omega)$  динамической ошибки (рис. 1.56, а). Далее можно определить площадь, ограниченную осью частот и кривой  $S_{ед}(\omega)$ , и после деления на  $\pi$  получить значение  $\sigma_{ед}^2$ . Аналогично можно определить дисперсию шумовой ошибки (см. рис. 1.56, а).

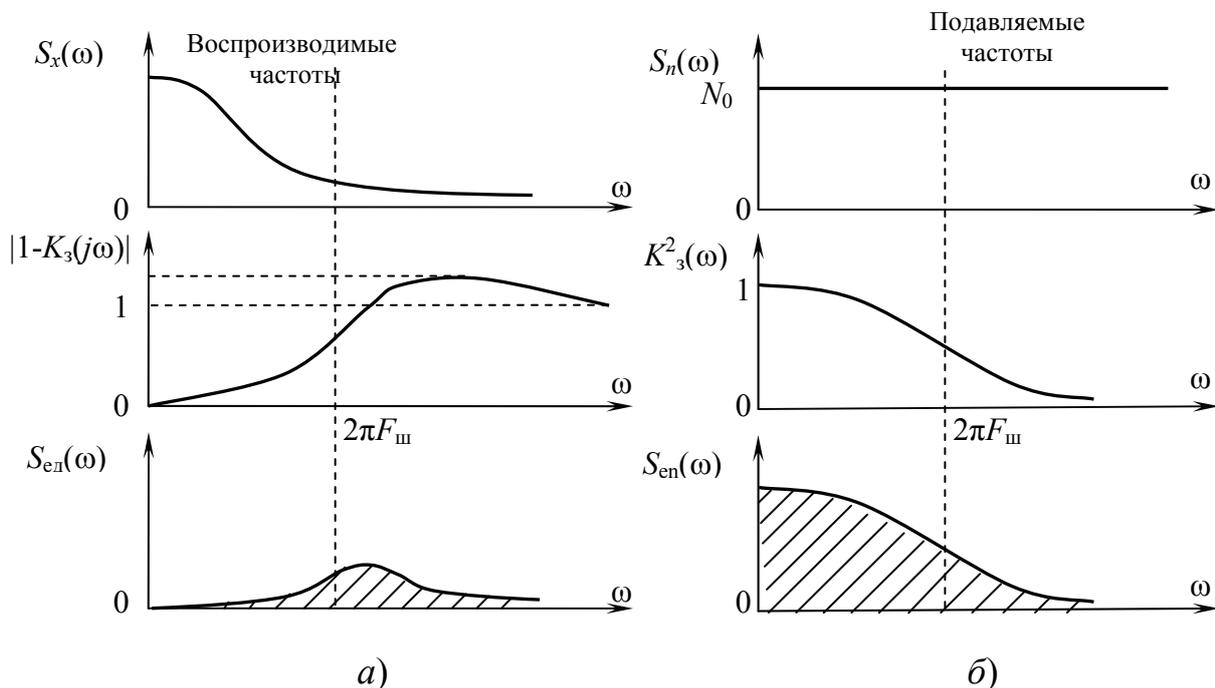


Рис. 1.56

Зависимость модуля вектора  $1 - K_3(j\omega)$  от частоты определяет АЧХ  $|1 - K_3(j\omega)|$  (рис. 1.57). Как видно из этого рисунка, она соответствует фильтру верхних частот, в отличие от АЧХ  $K_3(\omega)$ , соответствующей ФНЧ

(рис. 1.57, б). Это означает, что для снижения динамической ошибки необходимо увеличивать полосу пропускания системы (шумовую полосу  $F_{ш}$ ). В то же время увеличение  $F_{ш}$  влечет возрастание дисперсии шумовой ошибки (по линейному закону).

Следовательно, выбор полосы  $F_{ш}$  системы должен производиться с учетом противоречивых требований обеспечения малыми обеими составляющих ошибки одновременно. Нахождение оптимального значения  $F_{ш}$ , при котором результирующая ошибка минимальна, составляет важнейшую задачу при проектировании радиотехнических следящих систем.

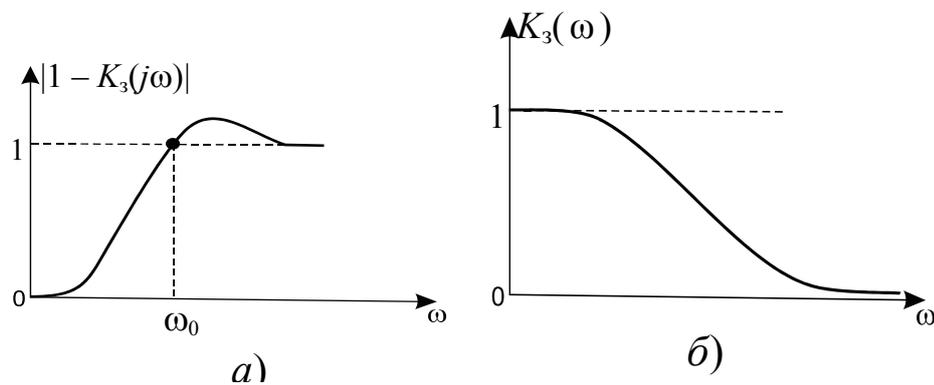


Рис. 1.57

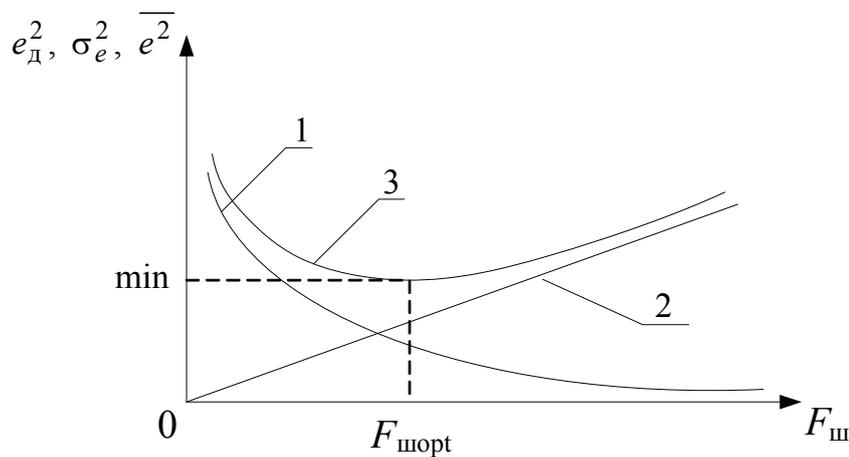


Рис. 1.58

Сказанное подтверждается рис. 1.58, на котором представлены зависимости: дисперсии динамической ошибки (или ее квадрата, если воздействие детерминированное) – кривая 1; дисперсии шумовой ошибки (прямая 2) и дисперсии (либо среднего квадрата) результирующей ошибки (кривая 3).

### 1.5.4. Оптимизация параметров радиотехнической следящей системы

Задача оптимизации следящей системы при заданной структуре (известен вид передаточной функции) сводится к нахождению такой совокупности параметров системы (коэффициенты передачи, постоянные времени и пр. ), которая обеспечивает наилучшее (в смысле выбранного критерия) качество ее работы.

В зависимости от характера воздействия (детерминированное или случайное) в качестве критерия оптимальности системы используется условие минимума среднего квадрата (1.106) либо дисперсии (1.107) результирующей ошибки слежения.

Математическая формулировка задачи параметрической оптимизации сводится к нахождению экстремума (минимума) функции многих переменных  $(c_1, c_2, \dots, c_n)$ . Оптимальные значения параметров  $c_{i\text{опт}}$  находят решением систем уравнений при некоторых ограничениях (дифференцируемость функции, единственность экстремума и др.):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \overline{e^2}(c_1, c_2, \dots, c_n)}{\partial c_i} &= 0, \quad \text{при } i = 1, 2, \dots, n \\ c_1 &= c_{1\text{опт}} \\ c_2 &= c_{2\text{опт}} \\ &\vdots \\ c_n &= c_{n\text{опт}} \end{aligned} \right\} \quad (1.106)$$

или

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_e^2(c_1, c_2, \dots, c_n)}{\partial c_i} &= 0, \quad \text{при } i = 1, 2, \dots, n \\ c_1 &= c_{1\text{опт}} \\ c_2 &= c_{2\text{опт}} \\ &\vdots \\ c_n &= c_{n\text{опт}} \end{aligned} \right\} \quad (1.107)$$

Подстановка значений  $c_{i\text{опт}}$  параметров в соответствующие выражения для шумовой полосы системы и среднего квадрата (или дисперсии) результирующей ошибки позволяет найти  $F_{\text{ш опт}}$  и минимально достижимую ошибку (т. е.  $e_{\text{мин}}^2$  или  $\sigma_{e\text{мин}}^2$ ).

**Пример 1.19.** Провести оптимизацию системы (рис. 1.59) по параметру  $k_n$  при воздействии  $x(t) = v_x t$  и помехе  $n(t)$  – белом шуме с спектральной плотностью  $N_0$  Вт /Гц.

**Р е ш е н и е.** Оптимизацию проводим в соответствии с критерием (1.106), так как воздействие детерминированное.

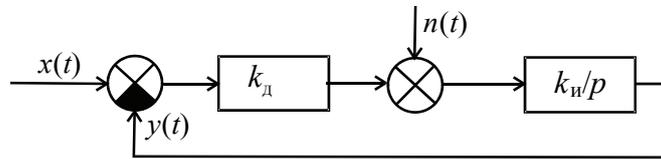


Рис. 1.59

Используя результаты п.п. 1.5.2, 1.5.3, для среднего квадрата ошибки (1.94) запишем

$$\bar{e}^2 = \left( \frac{v_x}{K_1} \right)^2 + \frac{N_0}{k_d^2} F_{\text{ш}}. \quad (1.108)$$

Шумовая полоса системы в соответствии с выражением (1.98)

$$F_{\text{ш}} = \frac{I_1}{2},$$

где

$$I_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{B_1(\omega) d\omega}{A_1(j\omega)A_1(-j\omega)} = \frac{b_0}{2a_0a_1} \quad (1.109)$$

– табличный интеграл вида (1.100), а полиномы

$$A_1(j\omega) = \frac{1}{K_1}(j\omega) + 1, \quad B_1(\omega) = 1$$

соответствуют передаточной функции замкнутой системы  $K_3(p) = 1/[1 + p(1/K_1)]$ .

Подставив значения параметров  $a_0 = 1/K_1$ ,  $a_1 = 1$  и  $b_0 = 1$  в (1.109), находим  $I_1 = K_1/2$ .

Шумовая полоса определяется добротностью системы по скорости  $K_1 = k_d k_n$ :

$$F_{\text{ш}} = I_1/2 = K_1/4 = k_d k_n/4. \quad (1.110)$$

Критерий оптимизации (1.106) в данном случае принимает вид

$$\frac{\partial \bar{e}^2(k_{\text{и}})}{\partial k_{\text{и}}} = -2 \frac{v_x^2}{k_{\text{д}}^2 k_{\text{иопт}}^3} + \frac{N_0 k_{\text{д}}}{4k_{\text{д}}^2} = 0. \quad (1.111)$$

Решая уравнение (1.111), получаем

$$k_{\text{иопт}} = 2 \sqrt[3]{\frac{v_x^2}{N_0 k_{\text{д}}}}.$$

Оптимальное значение шумовой полосы и минимально достижимую ошибку находим, подставив  $k_{\text{иопт}}$  в выражение для  $F_{\text{ш}}$  (1.110) и  $e_{\text{мин}}^2$  (1.108):

$$F_{\text{шопт}} = \frac{k_{\text{д}}}{2} \sqrt[3]{\frac{v_x^2}{N_0 k_{\text{д}}}}, \quad (1.112)$$

$$e_{\text{мин}} = \sqrt{e_{\text{мин}}^2} = \sqrt{\left( \frac{v_x}{k_{\text{д}} k_{\text{иопт}}} \right)^2 + \frac{N_0 k_{\text{иопт}}}{4k_{\text{д}}}}.$$

Анализ выражения (1.112) показывает, что оптимальное значение полосы системы определяется скоростью изменения воздействия  $v_x$  и интенсивностью шума  $N_0$  (уменьшается с ростом  $N_0$ ).

**Пример 1.20.** Для системы, рассмотренной в примере 1.19, провести оптимизацию по параметру  $k_{\text{и}}$  при условии, что воздействие  $x(t)$  – стационарный случайный процесс с нулевым средним значением и спектральной плотностью

$$S_x(\omega) = \frac{2\alpha\sigma_x^2}{\omega^2 + \alpha^2}$$

(помеха  $n(t)$ , как и ранее, белый шум со спектральной плотностью  $N_0$ ).

**Решение.** В качестве критерия оптимальности используем выражение (1.107), которое принимает вид

$$\frac{\partial \sigma_e^2(k_{\text{и}})}{\partial k_{\text{и}}} = \frac{\partial \sigma_{\text{ед}}^2(k_{\text{и}})}{\partial k_{\text{и}}} + \frac{N_0}{4k_{\text{д}}} \Big|_{k_{\text{и}}=k_{\text{иопт}}} = 0. \quad (1.113)$$

Дисперсию динамической ошибки находим из выражения (1.103) после подстановки в него выражений для энергетического спектра воздействия и квадрата АЧХ:

$$|1 - K_3(j\omega)|^2 = \frac{j\omega}{K_1 + j\omega} \cdot \frac{-j\omega}{K_1 - j\omega}.$$

Используя для  $S_x(\omega)$  представление в виде

$$S_x(\omega) = 2\alpha\sigma_x^2 \frac{1}{(\alpha + j\omega)(\alpha - j\omega)},$$

дисперсию динамической ошибки выражаем через табличный интеграл:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{ед}}^2 &= 2\alpha\sigma_x^2 I_2, \\ I_2 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{B_2(\omega) d\omega}{A_2(j\omega)A_2(-j\omega)} = \frac{b_0 + a_0 b_1 / a_2}{2a_0 a_1}, \end{aligned} \quad (1.114)$$

где полиномы

$$\begin{aligned} A_2(j\omega) &= (j\omega)^2 + (\alpha + K_1)(j\omega) + \alpha K_1, \\ B_2(\omega) &= \omega^2. \end{aligned}$$

После подстановки параметров  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = \alpha + K_1$ ,  $a_2 = \alpha K_1$ ,  $b_0 = 1$  и  $b_1 = 0$  в выражение (1.114) получаем

$$I_2 = \frac{1}{2(\alpha + K_1)}.$$

Дисперсия динамической ошибки

$$\sigma_{\text{ед}}^2 = \sigma_x^2 \frac{\alpha}{\alpha + K_1}.$$

С учетом этого выражения после решения уравнения (1.113) относительно параметра  $k_{\text{и опт}}$  имеем

$$k_{\text{и опт}} = \sqrt{\frac{2\alpha\sigma_x^2}{N_0} - \frac{\alpha}{k_{\text{д}}}}. \quad (1.115)$$

Значения оптимальной шумовой полосы и минимально достижимой ошибки находим подстановкой  $k_{и\text{ опт}}$  в соответствующие выражения для  $F_{ш\text{ опт}}$  и  $\sigma_e^2$ . Как видно из формулы (1.115), значение  $k_{и\text{ опт}}$  (а следовательно,  $F_{ш\text{ опт}}$ ) определяется дисперсией  $\sigma_x^2$  и шириной спектра  $\alpha$  воздействия, а также интенсивностью шума  $N_0$ .

### *Контрольные вопросы*

1. Назовите основные показатели качества АС.
2. В чем различие прямых и косвенных методов оценки качества переходного процесса?
3. Дайте характеристику монотонного, апериодического и колебательного переходных процессов.
4. Назовите основные показатели качества переходного процесса. Как они определяются по переходной характеристике?
5. Дайте характеристику метода цифрового моделирования непрерывных систем.
6. Как определяются показатели качества переходного процесса по АЧХ замкнутой системы?
7. Как оценивается качество переходного процесса по ЛАХ разомкнутой системы? Каким требованиям должна удовлетворять ЛАХ?
8. Чему равна статическая ошибка для типовых АС (статической, астатической первого и второго порядков)?
9. Как определяются динамические ошибки (по скорости, по ускорению) для статической и астатических систем?
10. Как определяются характеристики эквивалентного шума, приведенного ко входу дискриминатора?
11. Чем характеризуется точность следящих систем при воздействии помех?
12. Как определяется дисперсия шумовой ошибки? Какой смысл имеет шумовая полоса системы? Как она определяется?
13. Как определить дисперсию динамической случайной ошибки? В чем суть графического метода нахождения дисперсии ошибки?
14. Сформулируйте критерий оптимизации следящей системы при детерминированном и случайном воздействиях?
15. Как объяснить существование оптимальной шумовой полосы системы?

## **2. ТИПОВЫЕ СИСТЕМЫ РАДИОАВТОМАТИКИ**

### **2.1. Системы автоматической регулировки усиления**

Системы АРУ предназначены для стабилизации уровня сигнала на выходе приемника при изменениях уровня входного сигнала, которые могут достигать значений 100 дБ и более (из-за изменения расстояния между передатчиком и приемником, изменения условий распространения радиоволн и других факторов). Необходимость применения системы АРУ обусловлена тем, что в ее отсутствие приемник (прежде всего оконечные каскады) может перегружаться, что приведет к нелинейным искажениям сигнала. В следящих системах изменение уровня сигнала влечет изменение крутизны и формы дискриминационной характеристики и, как следствие, ухудшение показателей качества (устойчивости, точности и др.). Системы АРУ используются также в радиопередающих устройствах (например, в синтезаторах частот), устройствах подавления помех (компенсаторах помех) и пр. Существует много типов систем АРУ, отличающихся принципом действия (по воздействию, рассогласованию), числом контуров регулирования (одноконтурные и многоконтурные), способом изменения усиления (изменение крутизны характеристики усилительного прибора, изменение коэффициента передачи аттенюатора, шунтирование нагрузки и пр.), видом сигнала управления (аналоговые, цифровые).

Рассмотрим простейшую однопетлевую систему АРУ с управлением по рассогласованию (рис. 2.1). Входной сигнал поступает на усилитель с регулируемым коэффициентом усиления (РУ) – обычно это усилитель высокой частоты или первые каскады усилителя промежуточной частоты приемника. Выходной сигнал РУ детектируется амплитудным детектором (АД), отфильтровывается от шумов и мешающих сигналов и в качестве ре-

гулирующего напряжения  $U_p(t)$  (постоянного или медленно меняющегося) подается на вход усилителя (изменяя смещение на базе транзистора, а следовательно, и его усиление). При увеличении уровня выходного сигнала возрастает регулирующее напряжение, что приводит к уменьшению усиления, и, наоборот, при уменьшении уровня сигнала  $u_2(t)$  напряжение  $U_p$  уменьшается, а усиление РУ возрастает. Тем самым достигается стабилизация уровня выходного сигнала при изменении уровня входного сигнала. В реальных системах такая стабилизация осуществляется неидеально (остается изменение уровня в несколько децибел).

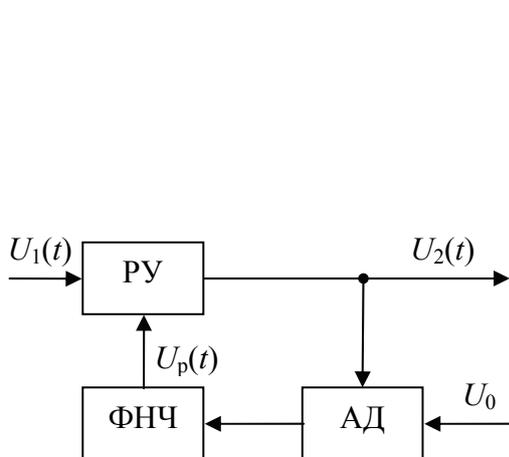


Рис. 2.1

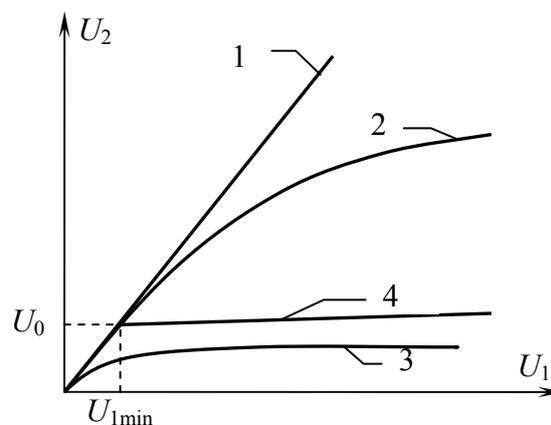


Рис. 2.2

На рис. 2.2 представлены амплитудные характеристики РУ: кривая 1 соответствует линейному (идеальному) усилителю, кривая 2 – реальному усилителю без АРУ, кривая 3 – усилителю с АРУ. Там же приведена амплитудная характеристика усилителя с так называемой «задержанной АРУ» (кривая 4). Достоинством последней является то, что в ней отсутствует снижение усиления в режиме слабого сигнала (как это имеет место в незадержанной АРУ). Помимо большего усиления слабого сигнала, АРУ с задержкой обеспечивает более высокий уровень выходного сигнала, что также является ее преимуществом. Задержка в работе АРУ обеспечивается тем, что на диод амплитудного детектора подается смещение  $U_0$ , запирающее диод до тех пор, пока уровень сигнала  $u_2(t)$  не превышает это смещение (соответственно уровень входного сигнала не превышает порогового значения  $U_{1min}$ ).

В практических схемах для повышения эффективности (глубины регулировки АРУ) в цепь обратной связи включают усилитель постоянного тока.

Фильтр нижних частот, как отмечалось, предназначен для того, чтобы отфильтровать шумовую составляющую напряжения  $U_p(t)$ , быстро ме-

няющуюся во времени, а следовательно, имеющую широкий спектр. Кроме того, ФНЧ не должен пропускать составляющих сигнала с частотами модуляции, т. е. частота среза ФНЧ должна быть меньше самой низкой частоты в спектре модулирующего сигнала. В противном случае усиление АМ-сигнала будет сопровождаться подавлением амплитудной модуляции (уменьшение глубины модуляции). Объясняется это тем, что помимо постоянной составляющей (пропорциональной уровню выходного сигнала), регулирующее напряжение содержит в этом случае низкочастотное модулирующее колебание, прошедшее через ФНЧ. В силу отрицательной обратной связи (если пренебречь фазовым сдвигом, вносимым ФНЧ) усилитель действует как амплитудный модулятор, управляющее напряжение которого противофазно модулирующему колебанию (оггибающей АМ-сигнала). Это приводит к уменьшению глубины модуляции АМ-сигнала на выходе усилителя по сравнению с входным сигналом.

Обратимся к математическому описанию системы АРУ. Будем полагать, что усилитель и детектор являются безынерционными. Это означает, что любое изменение амплитуды входного сигнала мгновенно проявляется в изменении выходного напряжения детектора. Кроме того, будем считать усилитель линейным, т. е. его амплитудная характеристика имеет вид

$$U_2(t) = kU_1(t). \quad (2.1)$$

Регулировочная характеристика усилителя может быть описана выражением

$$k(U_p) = k_0 - k_p U_p, \quad (2.2)$$

где  $k_p = \frac{dk(U_p)}{dU_p} \Big|_{U_p=0}$  – крутизна регулировочной характеристики;

$k_0 = k(U_p) \Big|_{U_p=0}$  – коэффициент усиления при разомкнутой цепи

обратной связи.

Выражение (2.2) описывает регулировочную характеристику в предположении, что напряжение  $U_p$  невелико (линейный участок характеристики).

При линейном детектировании характеристика АД может быть аппроксимирована:

$$U_d = \begin{cases} k_d (U_2 - U_0) & \text{при } U_2 \geq U_0, \\ 0 & \text{при } U_2 < U_0, \end{cases} \quad (2.3)$$

где  $k_d = \frac{dU_d(U_2)}{dU_2} |_{U_2 = U_0}$  – крутизна характеристики (коэффициент передачи) детектора. Регулирующее напряжение связано с выходным напряжением детектора дифференциальным уравнением (в операторной форме)

$$U_p(t) = K_\phi(p)U_d(t). \quad (2.4)$$

Объединив уравнения (2.1)–(2.4), запишем общее уравнение системы АРУ для режима сильного сигнала, когда  $U_2 \geq U_0$ :

$$U_2(t) = [k_0 + k_0k_d(U_0 - U_2)K_\phi(p)]U_1(t). \quad (2.5)$$

В соответствии с уравнением (2.5) можно составить структурную схему системы АРУ. В зависимости от того, что полагать воздействием: напряжение задержки  $U_0$  или амплитуду входного сигнала  $U_1(t)$ , получим либо систему стабилизации, либо систему слежения. С точки зрения математического описания это несущественно, поскольку методы анализа систем стабилизации и систем слежения общие.

На рис. 2.3 представлена структурная схема системы АРУ как системы стабилизации. Она описывает линейную нестационарную систему (нестационарность обусловлена наличием звена с переменным коэффициентом передачи  $K(t) = U_1(t)$ ). В стационарном режиме, когда  $U_1(t) = \text{const}$ , система описывается линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами (эта модель системы может использоваться при анализе устойчивости).

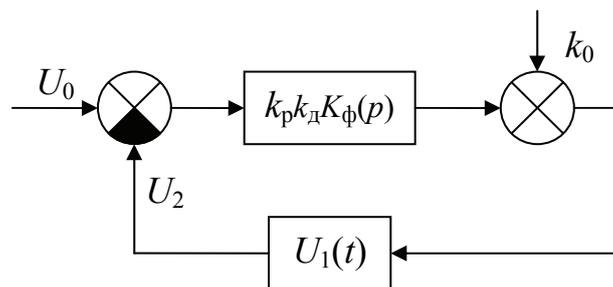


Рис. 2.3

**Пример 2.1.** Преобразовать структурную схему системы АРУ (рис. 2.4, а) в структурную схему следящей системы.

**Решение.** Рассматривая вместо переменных  $U_1$  и  $U_2$  их отклонения относительно пороговых уровней:  $\Delta U_1 = U_1 - U_0/k_0$  и  $\Delta U_2 = U_2 - U_0$ , преобразуем структурную схему к виду, представленному на рис. 2.4, б.

Эта система слежения за параметром  $\Delta U_2$ , а выходной переменной является оценка  $\Delta \hat{U}_2$  этого параметра. Дискриминатор (амплитудный) формирует напряжение  $\Delta U_d = k_d \cdot \Delta U$ , пропорциональное рассогласованию  $\Delta U = U_2 - \Delta \hat{U}_2$ .

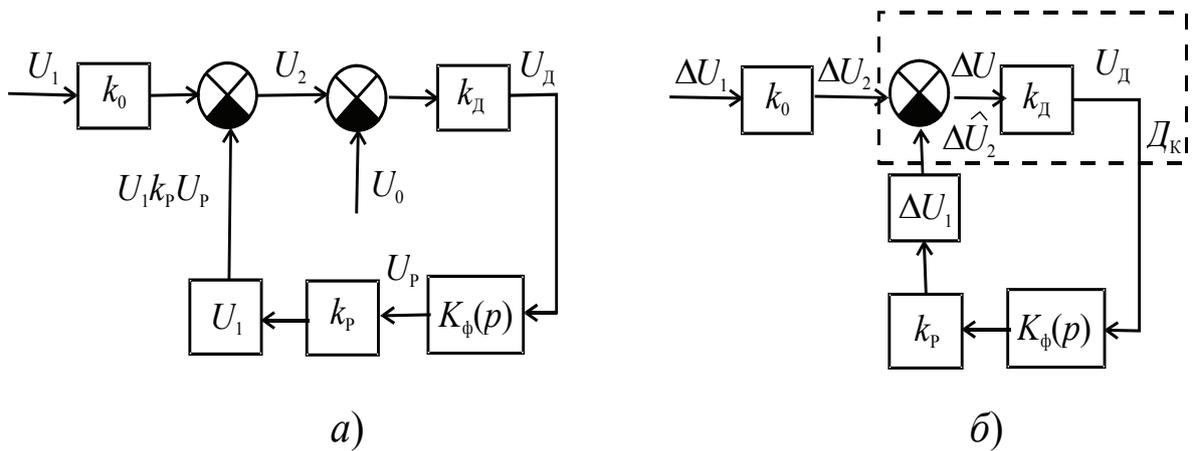


Рис. 2.4

**Пример 2.2.** Провести анализ устойчивости системы АРУ, полагая, что в качестве ФНЧ используется RC-фильтр с постоянной времени  $T$ , а передаточные функции других элементов имеют следующий вид

a)  $K_d(p) = k_d$ ;

б)  $K_d(p) = k_d / (1 + T_d p)$ .

**Решение.** Анализ проведем на основе структурной схемы, показанной на рис. 2.4, б, используя частотный метод Найквиста (см. п. 1.4) и полагая  $\Delta U_1 = \text{const}$  (что соответствует стационарной системе).

Передаточную функцию разомкнутой системы представим в виде

$$K_p(p) = \frac{K}{1 + Tp}, \tag{2.6}$$

$$K_p(p) = \frac{K}{(1 + Tp)(1 + T_d p)} \tag{2.7}$$

для вариантов (a) и (б) соответственно ( $K = k_d k_p \Delta U_1$  – усиление разомкнутой системы).

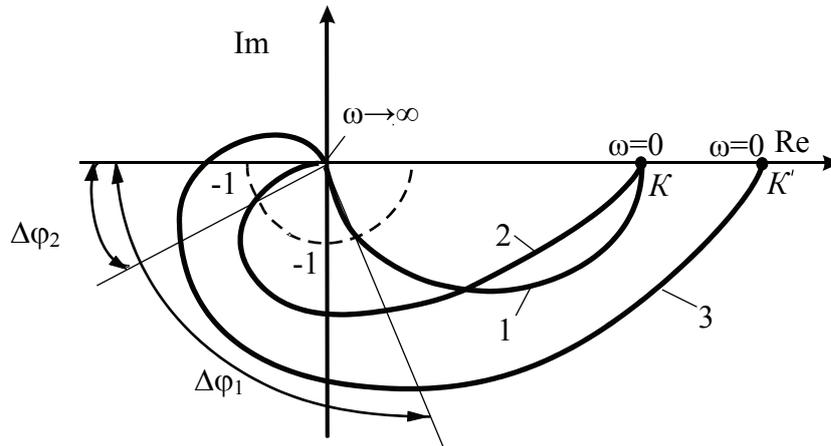


Рис. 2.5

АФХ разомкнутой системы, построенные с использованием выражений (2.6) и (2.7), представлены на рис. 2.5 (соответственно кривые 1 и 2). Как видим из рисунка, система устойчива в обоих случаях при любых значениях  $K$ . Однако во втором случае запас устойчивости по фазе может оказаться недостаточным, так как наличие в системе других (не учтенных при анализе) инерционных звеньев (например, регулируемого усилителя или усилителя постоянного тока – УПТ) может привести к нарушению устойчивости при большом уровне сигнала (кривая 3).

### Контрольные вопросы

1. Укажите назначение и области применения систем АРУ.
2. Какими показателями характеризуется качество системы АРУ?
3. Назовите основные способы регулирования усиления.
4. Поясните принцип работы системы АРУ.
5. Укажите назначение ФНЧ в системах АРУ и сформулируйте требования к выбору его характеристик.
6. Что такое «задержанная АРУ»? Как она реализуется и в чем ее преимущества?
7. Поясните сущность явления подавления амплитудной модуляции системой АРУ.
8. Изобразите структурную схему системы АРУ. При каких допущениях она составлена?
9. Какой смысл вкладывается в понятие безынерционности отдельных элементов системы АРУ (усилителя, детектора)?
10. Когда применима линейная стационарная модель системы АРУ? Какие задачи она позволяет решать?

## 2.2. Системы автоматической подстройки частоты

Системы АПЧ относятся к классу следящих систем (систем слежения за частотой). Первоначально эти системы использовались исключительно для автоматической подстройки частоты гетеродинов приемников, что и обусловило такое их название. В настоящее время область применения систем АПЧ гораздо шире: стабилизация промежуточной частоты приемников, следящие фильтры доплеровских измерителей скорости, демодуляция и формирование ЧМ-сигналов и пр.

Принцип действия системы АПЧ рассмотрим на примере использования ее для стабилизации промежуточной частоты супергетеродинного приемника. Функциональная схема системы АПЧ представлена на рис. 2.6. На вход смесителя (См) поступает сигнал  $u_c(t)$ , принятый антенной (для повышения чувствительности приемника смесителю обычно предшествует усилитель высокой частоты, выполненный на малошумящих активных элементах). Номинальная частота сигнала (частота передатчика) равна  $f_{c0}$ . Из-за нестабильности частоты передатчика, а также ухода частоты вследствие эффекта Доплера, частота сигнала  $f_c$  отличается от  $f_{c0}$  на неизвестную величину  $\Delta f_c$  (в общем случае случайная функция времени).

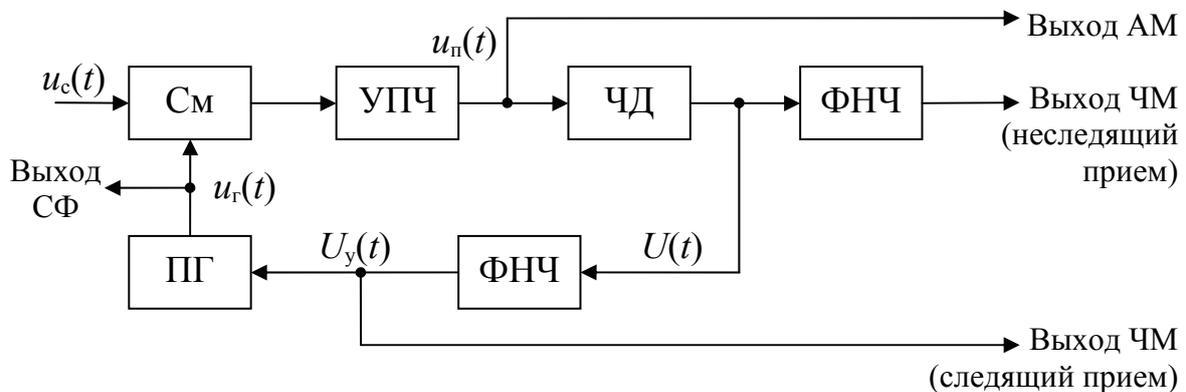


Рис. 2.6

На другой вход смесителя поступает опорное колебание  $u_r(t)$ , вырабатываемое подстраиваемым генератором (ПГ) – гетеродином. Номинальная частота  $f_{r0}$  гетеродина отличается от  $f_{c0}$  на фиксированное значение  $f_0$  (номинальная промежуточная частота). В зависимости от соотношения частот  $f_{c0}$  и  $f_{r0}$  различают «нижнюю» настройку гетеродина, когда  $f_{c0} > f_{r0}$ , и «верхнюю» настройку ( $f_{r0} > f_{c0}$ ). Для определенности далее полагаем, что используется «нижняя» настройка гетеродина.

Колебание промежуточной частоты  $f_{\text{п}} = f_{\text{с}} - f_{\text{г}}$  усиливается в УПЧ, настроенном на номинальное значение  $f_0$ , а колебание суммарной частоты  $f_{\text{с}} + f_{\text{г}}$  и другие комбинационные составляющие вида  $kf_{\text{с}} \pm nf_{\text{г}}$ , где  $k$  и  $n$  – целые числа (в т. ч. и нуль), отфильтровываются в УПЧ.

Благодаря такой схеме построения приемника основное усиление сигнала осуществляется на промежуточной частоте, что позволяет обеспечить большое усиление и хорошую селекцию сигналов мешающих станций в широком диапазоне частот.

Частота гетеродина в силу ряда причин (отклонение температуры, напряжения питания и др.) в процессе работы приемника изменяется. Нестабильность частоты гетеродина, как и отклонение частоты сигнала от номинального значения, приводит к отклонению промежуточной частоты (частотной расстройке)  $\Delta f = f_{\text{п}} - f_0$ .

Для того чтобы сохранить постоянство промежуточной частоты ( $\Delta f = 0$ ), необходимо корректировать настройку гетеродина. Ручная подстройка гетеродина малоэффективна, так как не обеспечивает требуемой точности, быстродействия и других показателей. Система АПЧ, действуя подобно оператору, не только высвобождает его, но и действует точнее и эффективнее (в частности, позволяет отслеживать быстрые изменения частоты).

Работает система АПЧ следующим образом. Сигнал промежуточной частоты  $u_{\text{п}}(t)$  поступает на вход частотного дискриминатора (ЧД), назначением которого является формирование сигнала ошибки  $U$  как функции частотной расстройки  $\Delta f$ . Зависимость  $U(\Delta f)$  носит название *дискриминационной характеристики* (рис. 2.7).

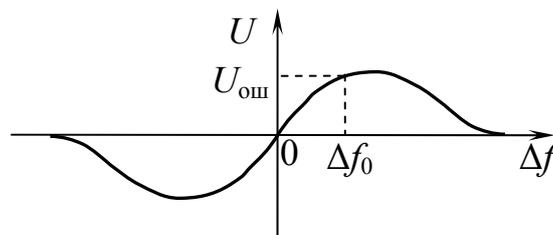


Рис. 2.7

Если начальная расстройка  $\Delta f_0$  не превышает по абсолютной величине некоторого значения  $\Delta f_3$ , называемого *полосой захвата*, то под действием управляющего напряжения  $U_{\text{в}}(t)$ , снимаемого с выхода ФНЧ, частота подстраиваемого генератора изменяется таким образом, что частотная расстройка  $\Delta f \rightarrow 0$ . Полоса захвата является важной характеристикой системы АПЧ. Она определяется шириной раскрытия дискриминационной характеристики, усилением предшествующего дискриминатору тракта, характеристиками подстраиваемого генератора и другими факторами.

В качестве элемента, управляющего частотой ПГ, обычно используется варикап – полупроводниковый прибор, емкость которого зависит от управляющего напряжения. Зависимость частоты ПГ от управляющего напряжения (рис. 2.8) носит название *регулирующей характеристики*.

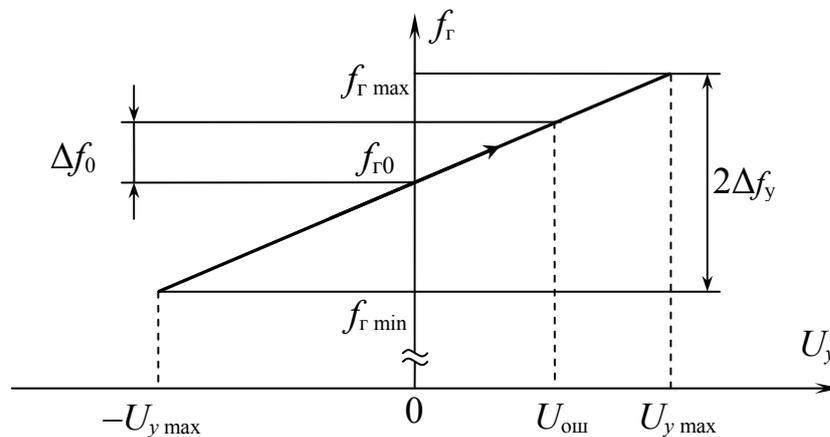


Рис. 2.8

При начальной расстройке  $\Delta f_0 > 0$  на выходе дискриминатора формируется сигнал ошибки  $U_{ош} > 0$  (постоянное напряжение). Под действием этого напряжения частота  $f_{Г}$  возрастает (значение  $f_{Г0}$ , соответствующее разомкнутой обратной связи, называется собственной частотой подстраиваемого генератора). При этом частотная расстройка уменьшается, поскольку  $\Delta f = f_c - f_{Г} - f_0$ . При начальной расстройке другого знака частота ПГ, наоборот, уменьшается, что также приводит к устранению частотной расстройки.

Фильтр нижних частот отфильтровывает мешающие сигналы и высокочастотные составляющие шума, пропуская без искажений низкочастотную составляющую напряжения  $U(t)$  частотного дискриминатора, обусловленную медленным изменением частоты  $f_{п}$  (вследствие нестабильностей частот передатчика и гетеродина, а также эффекта Доплера). Для повышения эффективности работы системы АПЧ в цепь обратной связи обычно включают УПТ.

Таким образом, система АПЧ обеспечивает постоянство промежуточной частоты (с точностью до ошибки, обусловленной шумом и инерционностью системы), компенсируя уход частоты из-за нестабильности и эффекта Доплера. Это позволяет использовать УПЧ с узкой полосой пропускания (равной ширине спектра сигнала), а следовательно, существенно ослабить мешающее влияние шумов и таким образом повысить помехозащищенность приемника.

Применение системы АПЧ в качестве демодулятора ЧМ-сигналов имеет такую особенность, что полоса фильтра нижних частот в цепи обратной связи (рис. 2.6) выбирается таким образом, чтобы пропустить без искажений модулирующее колебание, выделенное дискриминатором (т. е. частота среза ФНЧ  $f_{cp} > F_{max}$ , где  $F_{max}$  – верхняя граничная частота в спектре модулирующего колебания). Благодаря этому опорное колебание  $u_r(t)$  оказывается промодулированным по частоте по тому же закону, что и принятый сигнал (отличается лишь фиксированным частотным сдвигом и тем, что индекс частотной модуляции несколько меньше, так как коэффициент передачи замкнутой системы меньше единицы). Преобразованный на промежуточную частоту сигнал представляет собой практически немодулированное колебание (точнее ЧМ-сигнал с малым индексом модуляции  $m_{чм} \cong \Delta f_{см}/F_{max} = 1$ ). Ширина спектра этого сигнала равна удвоенной ширине спектра  $F_{max}$  модулирующего колебания. Поэтому полоса пропускания УПЧ может быть очень узкой (гораздо меньше, чем удвоенная девиация  $\Delta f_{см}$ ). Это обеспечивает высокую помехозащищенность следящего демодулятора ЧМ-сигнала в отличие от обычного (неследящего) демодулятора (рис. 2.6), когда система АПЧ используется лишь для стабилизации промежуточной частоты (ФНЧ в цепи обратной связи узкополосный).

Применение системы АПЧ в качестве следящего фильтра доплеровского измерителя скорости описывается той же функциональной схемой (рис. 2.6). Выходом фильтра является выход подстраиваемого генератора. На вход смесителя поступает колебание доплеровской частоты  $F_d$ , пропорциональной скорости подвижного объекта (формируется этот сигнал путем смешивания ослабленного зондирующего сигнала и ответного сигнала, отраженного от подстилающей поверхности, с последующей фильтрацией). В силу того, что диапазон измеряемых скоростей может быть весьма велик, полоса пропускания фильтра на выходе приемника (фильтра доплеровских частот) не может быть выбрана малой (нижняя и верхняя границы полосы пропускания определяются соответственно минимальной и максимальной скоростью объекта). Следовательно, непосредственное измерение частоты  $F_d$  невозможно из-за низкой точности измерений вследствие малого отношения сигнал/шум.

Система АПЧ, как следящая система, обладает фильтрующей способностью по отношению к частоте  $F_d$  входного сигнала. Полоса пропускания такого фильтра может быть очень малой (вплоть до единиц Гц), благодаря чему на выходе формируется квазигармоническое колебание (с очень узким спектром), частота которого может быть измерена с высокой точностью (так как отношение сигнал/шум на выходе существенно больше, чем на входе).

При изменении частоты  $F_d$  (в пределах полосы захвата системы АПЧ) следящий фильтр автоматически настраивается на эту частоту. Это

возможно, если полоса пропускания ФНЧ превышает ширину спектра частотных флуктуаций, обусловленных изменением скорости (этим и ограничивается возможность уменьшения полосы пропускания следящего фильтра). В стационарном режиме частота ПГ отличается от частоты  $F_d$  ровно на величину  $f_0$  (номинальное значение промежуточной частоты). Однако это не имеет принципиального значения, поскольку фиксированный сдвиг  $f_0$  может быть легко учтен (практически это осуществляется за счет использования дополнительного смесителя, на один вход которого подается колебание с выхода ПГ, а на другой – опорное колебание частоты  $f_0$ , формируемое отдельным гетеродином).

Особенностью применения системы АПЧ в качестве следящего фильтра является также то, что частота  $F_d$  невелика (обычно не превышает единиц кГц), поэтому используется «верхняя» настройка ПГ, т. е. промежуточная частота определяется выражением  $f_n = f_r - f_c$ . Для выделения сигнала частоты  $F_d$  на выходе дополнительного смесителя устанавливается узкополосный фильтр, настроенный на разностную частоту  $f_r - f_0$ , равную  $F_d$ . Частота выходного колебания этого фильтра измеряется частотомером (шкала может быть проградуирована в единицах скорости).

Формирование ЧМ-сигналов с использованием системы АПЧ осуществляется той же схемой (рис. 2.6). Отличительной особенностью является лишь то, что в цепь обратной связи (после ФНЧ) включается сумматор, на другой вход которого подается модулирующее колебание. На вход смесителя поступает колебание стабильной частоты (несущей), вырабатываемое специальным генератором (кварцевым). В отсутствие модулирующего колебания система работает так, как и в случае применения для стабилизации промежуточной частоты. Полоса ее пропускания должна быть достаточной для того, чтобы отследить медленные изменения частоты ПГ из-за различных дестабилизирующих факторов. Для того чтобы следящая система не реагировала на модулирующее колебание, полоса ее пропускания должна быть меньше самой низкочастотной составляющей в спектре модулирующего колебания. В этом случае на выходе ПГ формируется ЧМ-сигнал со стабильной несущей (стабильность обусловлена применением кварцевого опорного генератора и работой системы АПЧ), закон модуляции которого полностью определяется модулирующим колебанием.

Рассмотрим математическое описание системы АПЧ. Полагаем, что все функциональные элементы, за исключением ФНЧ, являются безынерционными. Это предположение упростит математическое описание системы АПЧ, поскольку безынерционный элемент полностью описывается статической характеристикой – алгебраическим уравнением, связывающим входную и выходную переменные. Обоснованность такого допущения определяется тем, что полоса пропускания разомкнутой системы определяется, главным образом, фильтром нижних частот.

С учетом сказанного связь между частотами входного сигнала, гетеродина и сигнала промежуточной частоты определяется выражением

$$f_{\text{п}} = f_{\text{с}} - f_{\text{г}} \quad (2.8)$$

(переменная  $t$  в формуле (2.8) опущена, так как эти величины относятся к одному моменту времени). Отклонение промежуточной частоты от номинального значения (частотная расстройка)

$$\Delta f = f_{\text{п}} - f_0. \quad (2.9)$$

Полагаем, что частотный дискриминатор точно настроен на частоту  $f_0$ , т. е. нуль дискриминационной характеристики соответствует этому значению частоты  $f_{\text{п}}$ . Учет дрейфа нуля дискриминационной характеристики (из-за дестабилизирующих факторов) сводится к добавлению в правой части уравнения (2.9) слагаемого  $\Delta f_{\text{п}}$  (в общем случае случайная величина).

Напряжение на выходе дискриминатора представим в виде

$$U_{\text{д}}(t) = U(\Delta f) + n(t, \Delta f), \quad (2.10)$$

где составляющая  $U(\Delta f)$  является полезной (обусловлена действием сигнала), а составляющая  $n(t, \Delta f)$  описывает помеху, действующую на выходе дискриминатора (характеристики ее в общем случае зависят от частотной расстройки).

Управляющее напряжение формируется фильтром нижних частот, описываемым дифференциальным уравнением

$$U_{\text{г}}(t) = K_{\text{ф}}(p)U_{\text{д}}(t), \quad (2.11)$$

где  $K_{\text{ф}}(p)$  – передаточная функция ФНЧ. Вид передаточной функции  $K_{\text{ф}}(p)$  определяет важнейшие характеристики системы АПЧ: запас устойчивости, быстродействие, полосу захвата, точность.

В случае применения системы АПЧ для стабилизации промежуточной частоты применяется, как правило, простейший  $RC$ -фильтр нижних частот (инерционное звено), постоянная времени которого выбирается таким образом, чтобы ФНЧ не пропускал составляющих напряжения  $U_{\text{д}}(t)$ , обусловленных модуляцией сигнала (АМ, ЧМ), и в то же время передавал без искажений составляющую, обусловленную уходом частоты генераторов (передатчика и гетеродина) вследствие неустойчивости, а также из-за эффекта Доплера.

В следящих фильтрах, используемых в доплеровских измерителях скорости, применяются более сложные ФНЧ, содержащие несколько интегрирующих звеньев, а также другие типовые звенья. Это необходимо для

того, чтобы уменьшить динамическую ошибку, обусловленную инерционностью системы.

Регулировочная характеристика  $f_r(U_y)$  подстраиваемого генератора в общем случае нелинейная (рис. 2.8). Однако при небольших частотных расстройках она достаточно точно аппроксимируется линейной зависимостью:

$$f_r = f_{r0} + k_r U_y, \quad (2.12)$$

где  $k_r = \left. \frac{df_r(U_y)}{dU_y} \right|_{U_y=0}$  – крутизна регулировочной характеристики (коэффициент

передачи подстраиваемого генератора, имеющий размерность Гц/В). Максимальное значение  $U_{y \max}$  управляющего напряжения определяет полосу удержания  $2\Delta f_y$  системы – диапазон частотных расстройок, которые могут быть скомпенсированы системой при условии, что она работает в режиме слежения (частотная ошибка близка к нулю).

Полоса удержания системы АПЧ всегда больше, чем полоса захвата, под которой понимается диапазон частотных расстройок, при которых возможно установление режима слежения.

Структурная схема системы АПЧ, построенная на основе уравнений (2.8)–(2.12), приведена на рис. 2.9.

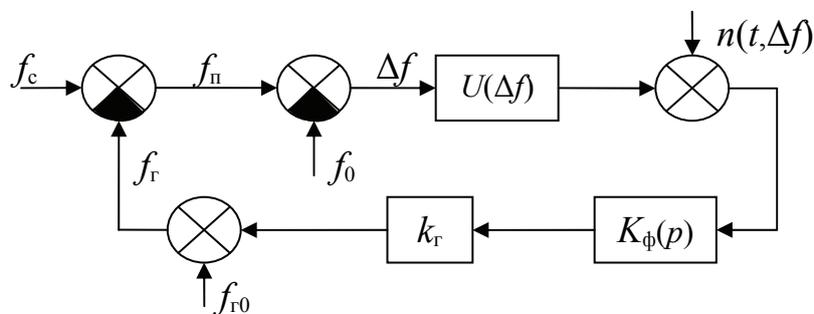


Рис. 2.9

Первые два уравнения реализуются на модели элементами сравнения, уравнение (2.10) моделируется безинерционным нелинейным звеном с характеристикой  $U(\Delta f)$  и сумматором; уравнение (2.11) соответствует линейному звену с передаточной функцией  $K_\phi(p)$ ; уравнение (2.12) моделируется совокупностью линейного безынерционного звена с коэффициентом передачи  $k_r$  и сумматора. Учет нестабильности частоты  $\Delta f_r$  подстраиваемого генератора и дрейфа нуля дискриминационной характеристики  $\Delta f_n$  производится добавлением их к величинам  $f_{r0}$  и  $f_0$  соответственно.

Можно упростить структурную схему, если под входной и выходной переменными понимать не сами частоты  $f_c$  и  $f_r$ , а их отклонения от номинальных значений:

$$\Delta f_c = f_c - f_{c0} \text{ и } \Delta f_r = f_r - f_{r0}$$

что позволяет объединить два элемента сравнения, так как

$$\Delta f_c - \Delta f_r = (f_c - f_{c0}) - (f_r - f_{r0}) = (f_c - f_r) - (f_{c0} - f_{r0}) = f_n - f_0 = \Delta f. \quad (2.13)$$

Дальнейшего упрощения структурной схемы можно достичь, если полагать, что частотная расстройка мала ( $\Delta f \rightarrow 0$ ). Такое допущение справедливо для работы системы в режиме слежения. Тогда дискриминационная характеристика может быть аппроксимирована линейной зависимостью

$$U(\Delta f) = k_d \Delta f, \quad (2.14)$$

где  $k_d = \frac{dU(\Delta f)}{d(\Delta f)} \Big|_{\Delta f=0}$  – крутизна характеристики (коэффициент передачи частотного дискриминатора, имеющий размерность В/Гц).

С учетом выражений (2.13) и (2.14) структурная схема системы АПЧ принимает вид, представленный на рис. 2.10.

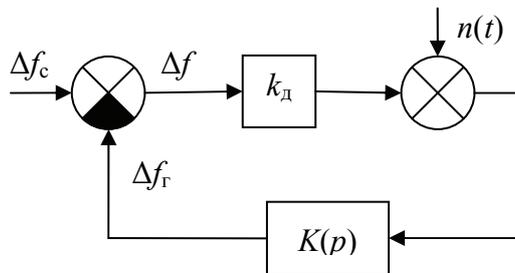


Рис. 2.10

Она полностью совпадает с обобщенной структурной схемой радиотехнической следящей системы (см. п. 1.3). Передаточная функция  $K(p) = k_r K_\Phi(p)$  описывает ФНЧ и подстраиваемый генератор. Данная схема соответствует линейной системе, описываемой линейным дифференциальным уравнением:

$$\Delta f_r = k_r K_\Phi(p) [k_d (\Delta f_c - \Delta f_r) + n(t)] \quad (2.15)$$

(переменная  $t$  у величин  $\Delta f_c$  и  $\Delta f_r$  опущена в целях простоты записи).

Структурная схема, представленная на рис. 2.10, и уравнение (2.15) могут быть использованы для решения таких задач, как определение устойчивости, быстродействия, точности слежения в установившемся режиме. Однако для определения такой важной характеристики, как полоса захвата, линейная модель системы непригодна, так как не учитывает нелинейности характеристики дискриминатора.

**Пример 2.3.** Для системы АПЧ, структурная схема которой изображена на рис. 2.11, выбрать требуемое усиление  $K = k_d k_p k_r$  и постоянную времени  $T$  из условия обеспечения заданных показателей качества: быстродействие  $t_n < 0,01$  с; перерегулирование  $\varepsilon < 30\%$ ; точность – не хуже 1 % (статическая ошибка).

$$K_d(p) = \frac{k_d}{1+0,001p}; \quad K_\phi(p) = \frac{K_\phi(1+Tp)}{(1+0,05p)^2};$$

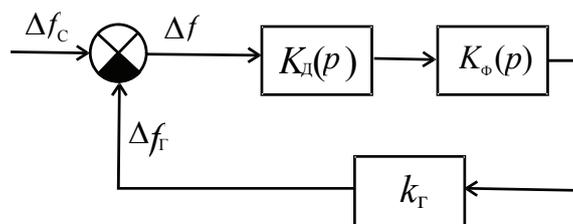


Рис. 2.11

**Решение.** Рассматриваемой статической системе соответствует типовая ЛАХ, представленная на рис. 2.12. Значения частот сопряжения:  $\omega_1 = 20 \text{ с}^{-1}$ ;  $\omega_3 = 1000 \text{ с}^{-1}$ ;  $\omega_2 = 1/T$  (требуется определить). Наклон отдельных участков ЛАХ кратен  $-20$  дБ/дек (задан цифрами от 0 до 2).

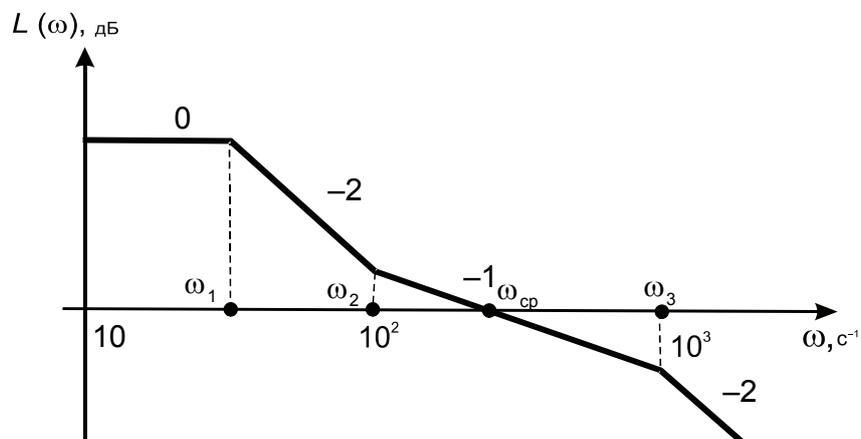


Рис. 2.12

Для обеспечения необходимого запаса устойчивости и качества переходного процесса участок ЛАХ с наклоном  $-20\text{дБ/дек}$  должен иметь протяженность не менее декады и располагаться симметрично относительно частоты среза  $\omega_{\text{ср}}$ .

Значение частоты среза определим по заданному времени переходного процесса:

$$\omega_{\text{ср}} \geq \frac{\pi}{t_{\text{п}}} \cong 300 \text{ с}^{-1}.$$

Выберем  $\omega_{\text{ср}} = 400 \text{ с}^{-1}$ , а частоту сопряжения  $\omega_2 = 1/T = 400 \text{ с}^{-1}$ , что соответствует  $T = 0,01 \text{ с}$ . Определяем значение ФЧХ на частоте среза по формуле

$$\varphi(\omega_{\text{ср}}) = -2\text{arctg}(\omega_{\text{ср}}/\omega_1) + \text{arctg}(\omega_{\text{ср}}/\omega_2) - \text{arctg}(\omega_{\text{ср}}/\omega_3) = -3\pi/4.$$

Запас устойчивости по фазе

$$\Delta\varphi = \pi - |\varphi(\omega_{\text{ср}})| = \pi/4,$$

что является приемлемым. Запас по усилению не определяем, так как ФЧХ не пересекает горизонтальную линию  $-\pi$  (достигает ее лишь асимптотически при  $\omega \rightarrow \infty$ ).

Устанавливаем связь между частотой  $\omega_{\text{ср}}$  и усилением  $K$ , используя ЛАХ разомкнутой системы:

$$20\lg K - 40\lg(\omega_2/\omega_1) - 20\lg(\omega_{\text{ср}}/\omega_2) = 0$$

или

$$\frac{K}{(\omega_2/\omega_1)^2(\omega_{\text{ср}}/\omega_2)} = 1.$$

Отсюда находим

$$K = (\omega_2/\omega_1)^2(\omega_{\text{ср}}/\omega_2) = 100.$$

Для статистической ошибки запишем выражение (см. п. 1.5)

$$\frac{\Delta f_{\text{ст}}}{\Delta f_{\text{с}}} = \frac{1}{1+K} = 0,01,$$

что удовлетворяет требованию по точности (1 %).

Для определения перерегулирования рассчитаем резонансную частоту  $\omega_0 = \sqrt{K} / T_1 = \sqrt{K} \cdot \omega_1 \approx 200 \text{ с}^{-1}$ . Показатель колебательности  $M$  для АЧХ замкнутой системы определяется отношением  $\omega_{\text{ср}}/\omega_0$ : для  $\omega_{\text{ср}}/\omega_0 = 2$  он составляет приблизительно 1,3 (см. п. 1.5). По виду универсальной переходной характеристики при  $M = 1,3$  находим перерегулирование  $\varepsilon < 30\%$ , что соответствует требуемому значению.

**Пример 2.4.** Определить оптимальную шумовую полосу следящего фильтра, представленного структурной схемой на рис. 2.13, полагая, что воздействие  $F_d(t)$ , возмущение  $\delta f_r(t)$  и помеха  $n(t)$  – независимые стационарные случайные процессы соответственно с энергетическими спектрами

$$S_d(\omega) = \frac{2\omega_d \sigma_d^2}{\omega_d^2 + \omega^2},$$

$$S_n(\omega) = \frac{2\omega_n \sigma_n^2}{\omega_n^2 + \omega^2},$$

$$S_r(\omega) = N_0.$$

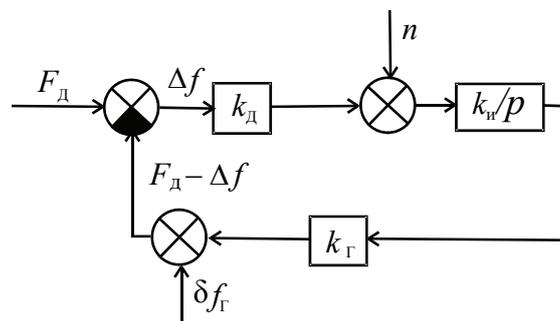


Рис. 2.13

**Решение.** Представим частотную ошибку в виде

$$\Delta f = \Delta f_d + \Delta f_n + \Delta f_r,$$

где составляющие  $\Delta f_d$ ,  $\Delta f_n$  и  $\Delta f_r$  определяют соответственно ошибки, обусловленные флуктуациями доплеровской частоты, частотным шумом подстраиваемого генератора и помехой.

Дисперсия результирующей ошибки равна сумме дисперсий ее составляющих:

$$\sigma_{\Delta f}^2 = \sigma_F^2 + \sigma_f^2 + \sigma_n^2.$$

Дисперсия динамической ошибки, обусловленной искажениями воздействия вследствие конечной полосы пропускания замкнутой системы

$$\sigma_F^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_d(\omega) \cdot |1 - K_3(j\omega)|^2 d\omega, \quad (2.16)$$

где  $K_3(j\omega)$  – АФХ замкнутой системы.

На основе структурной схемы находим

$$K_3(p) = \frac{K}{p + K}, \quad 1 - K_3(p) = \frac{p}{p + K}, \quad (2.17)$$

где  $K = k_d k_n k_r$  – добротность системы по скорости.

Используя выражения (2.16) и (2.17), получаем (см. п. 1.5)

$$\sigma_F^2 = \frac{\omega_d \sigma_d^2}{\omega_d + K}. \quad (2.18)$$

Аналогично для дисперсии составляющей ошибки, обусловленной нестабильностью частоты ПГ, можем записать следующее

$$\sigma_f^2 = \frac{\omega_n \sigma_n^2}{\omega_n + K}. \quad (2.19)$$

Здесь учтено, что передаточные функции для ошибки по возмущению  $\delta f_r$  и воздействию  $F_d$  отличаются лишь знаком (квадраты АЧХ в обоих случаях одинаковы  $|1 - K_3(j\omega)|^2$ ).

Дисперсия шумовой составляющей ошибки

$$\sigma_n^2 = N_s F_{ш}, \quad (2.20)$$

где  $N_s = \frac{N_0}{k_d^2}$  – спектральная плотность эквивалентного частотного шума;

$F_{ш} = K/4$  – шумовая полоса замкнутой системы.

Используя выражения (2.18)–(2.20), для дисперсии результирующей ошибки запишем следующее

$$\sigma_{\Delta f}^2 = \frac{\omega_d \sigma_d^2}{\omega_d + K} + \frac{\omega_n \sigma_n^2}{\omega_n + K} + N_s K. \quad (2.21)$$

Оптимизация системы по шумовой полосе сводится к нахождению оптимального значения  $K$ , при котором минимизируется значения дисперсии результирующей ошибки (2.21). В общем случае выражение для  $K_{\text{опт}}$  представить невозможно (один из способов решения задачи графический). Однако для случая высокой точности слежения, когда  $K \gg \omega_d$  и  $K \gg \omega_n$  формула для оптимальной полосы  $F_{\text{ш}}$  принимает вид

$$F_{\text{ш опт}} = \frac{k_d}{2} \sqrt{\frac{\omega_d \sigma_d^2 + \omega_n \sigma_n^2}{N_s}}.$$

Чем больше дисперсия (мощность) частотных флуктуаций  $F_d(t)$  и  $\delta f_r(t)$  и чем шире их спектры  $\omega_d$  и  $\omega_n$ , тем более широкая полоса требуется для слежения с минимально достижимой ошибкой.

### **Контрольные вопросы**

1. Укажите области применения систем АПЧ.
2. Поясните принцип действия системы стабилизации промежуточной частоты.
3. Что называется ДХ? Как влияет форма ДХ на показатели качества системы АПЧ?
4. Что называется регулировочной характеристикой? Как влияет ее форма на показатели качества системы АПЧ?
5. В чем заключаются особенности применения системы АПЧ в качестве демодуляторов ЧМ-сигналов, следящего фильтра, формирователя ЧМ-сигналов?
6. Приведите математическое описание системы АПЧ.
7. Изобразите структурную схему системы АПЧ. Сформулируйте допущения, при которых она применима.
8. Приведите структурную схему линейной системы АПЧ и сформулируйте условия ее применимости.
9. Как определяется частотная ошибка при типовых воздействиях (ступенчатом, линейном, квадратичном)?
10. Как определяется шумовая ошибка слежения за частотой? Какой смысл имеет шумовая полоса замкнутой системы? Как она связана с параметрами системы?
11. Каков физический смысл понятий полосы захвата и полосы удержания системы АПЧ? Как они связаны с параметрами системы?

### 2.3. Системы фазовой автоподстройки частоты

Системы ФАПЧ также относятся к классу следящих систем и предназначены для слежения за фазой сигнала (точнее, за частотой и фазой). В этом принципиальное отличие систем ФАПЧ от систем АПЧ, в которых информация о фазе сигнала теряется.

Благодаря этой особенности системы ФАПЧ применяются гораздо шире, чем системы АПЧ. Они используются в качестве следящих фильтров доплеровских систем измерения скоростей, для стабилизации промежуточной частоты приёмников, синхронного детектирования сигналов, в качестве демодуляторов ЧМ- и ФМ-сигналов, в синтезаторах частот, в следящих измерителях координат (дальности, угла), для когерентного сложения сигналов в ФАР и пр.

Принцип действия системы ФАПЧ рассмотрим на примере простейшей системы, описываемой функциональной схемой, приведенной на рис. 2.14.

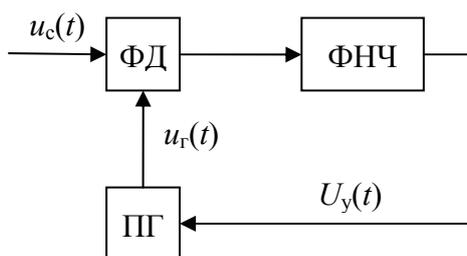


Рис. 2.14

На входы фазового дискриминатора (ФД) поступает сигнал  $u_c(t)$  (обычно промежуточной частоты) и опорное колебание  $u_r(t)$ , вырабатываемое подстраиваемым генератором. Если частоты сигнала и генератора совпадают (начальная частотная расстройка  $\Delta f = f_c - f_{r0} = 0$ ), то в стационарном режиме напряжение на выходе ФД равно нулю, а фазовый сдвиг  $\varphi_{ст} = \varphi_c - \varphi_r = -\pi/2$ .

Объясняется это тем, что ДХ  $U(\varphi)$  имеет вид функции косинуса (рис. 2.15, а).

Для того чтобы придать ДХ вид нечётной (синусоидальной функции от  $\varphi$ ) (рис. 2.15, б), учтём фиксированный фазовый сдвиг на  $-\pi/2$  (колебание генератора опережает сигнал на  $\pi/2$  радиан) путём описания сигнала функцией синуса, а колебания генератора – функцией косинуса от  $\varphi$ :

$$u_c(t) = u_{мс} \sin \varphi_c(t) = u_{мс} \sin(\omega_c t + \varphi_{с0}),$$

$$u_r(t) = u_{мг} \cos \varphi_r(t) = u_{мг} \cos(\omega_r t + \varphi_{r0}).$$

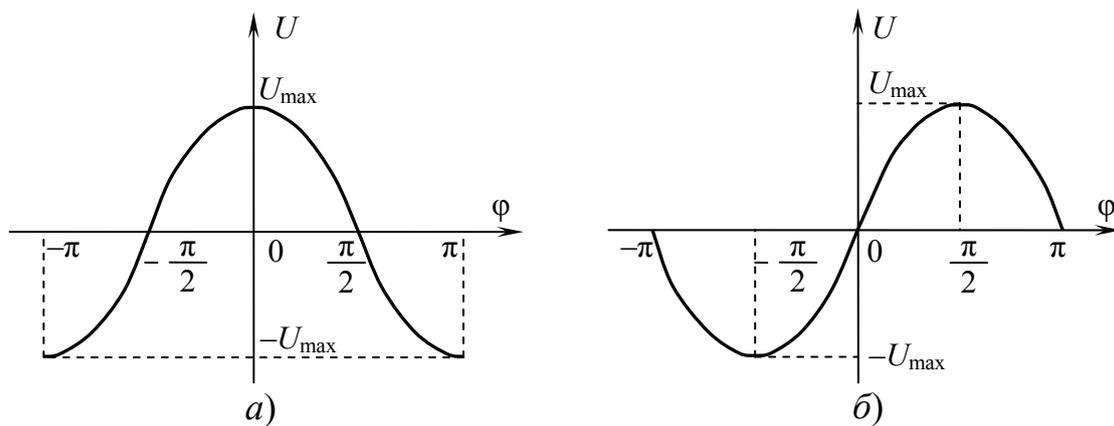


Рис. 2.15

Обычно начальная расстройка  $\Delta f_0 \neq 0$  (вследствие нестабильности частот сигнала и подстраиваемого генератора, доплеровского сдвига частоты сигнала). В этом случае на выходе дискриминатора возникают биения с частотой  $\Delta f$ . Если бы обратная связь была разомкнута, то на выходе ФД наблюдалось бы гармоническое колебание с частотой, равной частотной расстройке. Благодаря обратной связи управляющее напряжение  $U_y(t)$ , воздействуя на подстраиваемый генератор (управляющий элемент – варикап), осуществляет частотную модуляцию колебания  $u_r(t)$ . В зависимости от знака управляющего напряжения частота биений то возрастает, то убывает (рис. 2.16). В результате длительности положительных и отрицательных полувольт напряжения биений оказываются разными, вследствие чего на выходе дискриминатора образуется постоянная составляющая напряжения, которая стремится уменьшить частоту биений до нуля. Фильтр нижних

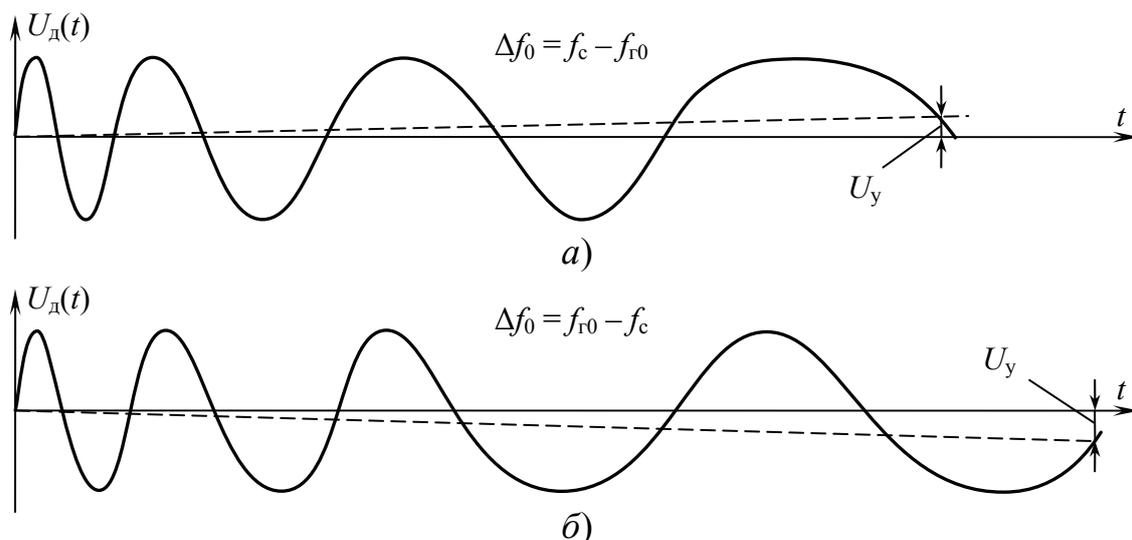


Рис. 2.16

частот пропускает постоянное напряжение, обусловленное частотной модуляцией сигнала. Знак управляющего напряжения определяется знаком частотной расстройки: напряжение положительное при  $f_c > f_{r0}$  (рис. 2.16, а) и отрицательное при  $f_c < f_{r0}$  (рис. 2.16, б). В зависимости от знака  $U_y$  средняя частота генератора либо возрастает, либо убывает относительно начального значения  $f_{r0}$  (соответствует  $U_y = 0$ ), стремясь к значению, равному  $f_c$  (рис. 2.17).

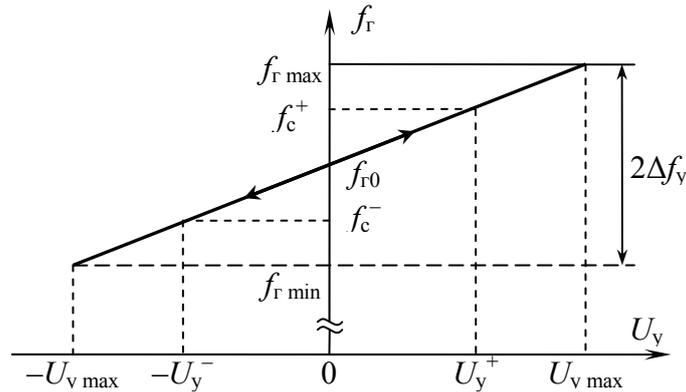


Рис. 2.17

Если начальная расстройка не превышает значения  $\Delta f_3$ , определяющего полосу захвата, то по истечении времени  $t_3$ , называемого *временем захвата*, в системе устанавливается стационарный режим (режим слежения или удержания), при котором частотная расстройка  $\Delta f = 0$  ( $f_c = f_r$ ), а фазовый сдвиг сигнала относительно колебания генератора  $\varphi_{ст} = -\pi/2 + \varphi$ , где  $\varphi$  – фазовая ошибка (рис. 2.18).

Если ФНЧ не содержит интегрирующих звеньев, то необходимое для компенсации частотной расстройки управляющее напряжение может быть выработано лишь в случае  $\varphi \neq 0$  (рис. 2.15, б). Причём, чем больше начальная расстройка, тем больше фазовая ошибка (максимальное значение имеет место при расстройке, равной полосе  $\Delta f_3$ ). При наличии хотя бы одного интегратора в составе ФНЧ необходимое напряжение может быть сформировано при условии  $\varphi = 0$  благодаря «памяти» фильтра (напряжение на выходе интегратора остаётся неизменным, хотя на входе его напряжение равно нулю). В этом случае фазовая ошибка обусловлена лишь воздействием шума, а также инерционностью системы (обычно  $\varphi \ll \pi$  рад).

Если начальная расстройка  $\Delta f_0 > \Delta f_3$ , то управляющее напряжение становится недостаточным для её компенсации и установление стационарного режима невозможно. Этот режим (режим биений) характеризуется тем, что средняя частота генератора отличается от частоты сигнала, а разность фаз непрерывно нарастает (рис. 2.18, в).

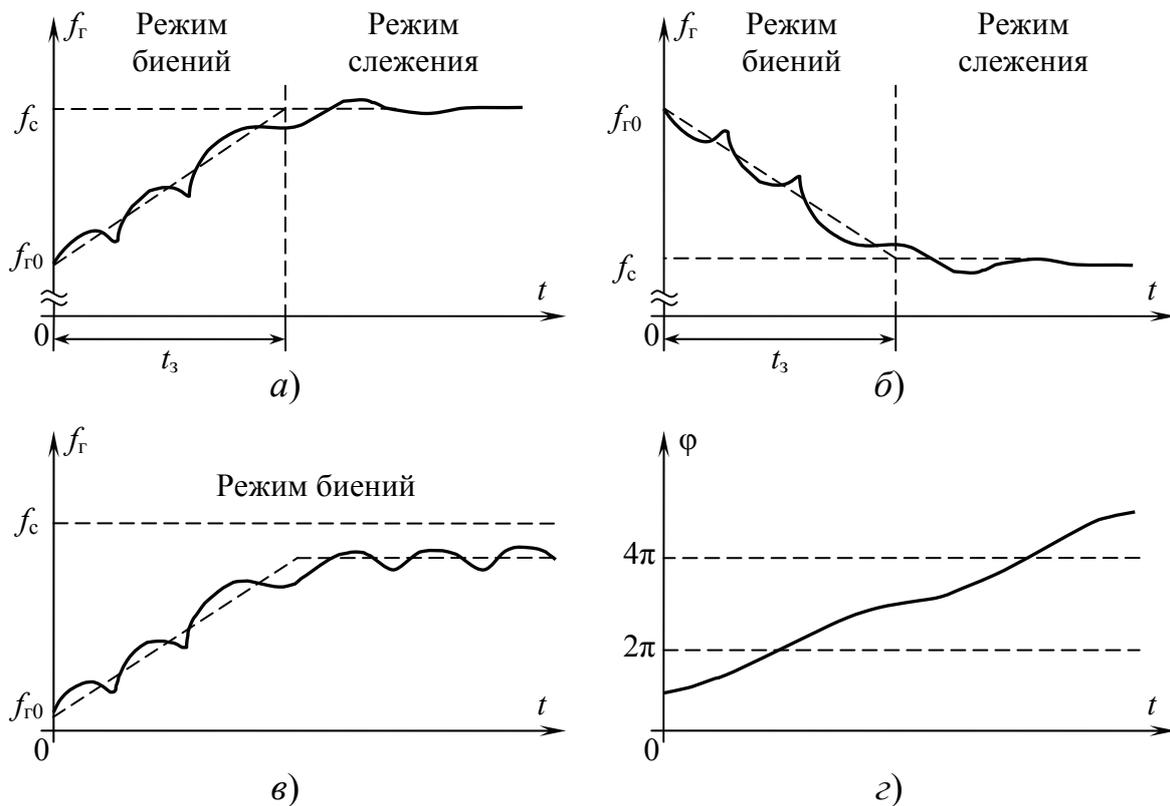


Рис. 2.18

Полоса захвата системы ФАПЧ определяется диапазоном перестройки генератора, формой дискриминационной характеристики, а также структурой (видом передаточной функции) фильтра нижних частот. Определение её возможно лишь при использовании нелинейной теории и представляет весьма сложную задачу. Исключение составляет случай, не представляющий практического интереса, когда ФНЧ отсутствует. При этом имеет место равенство полос захвата и удержания. Последнюю легко определить из выражения  $2\Delta f_y = 2U_{\max} \cdot k_r$ , где  $U_{\max}$  – пиковое значение дискриминационной характеристики (рис. 2.15), а  $k_r$  – крутизна регулировочной характеристики (рис. 2.17).

В отличие от системы ФАПЧ без фильтра нижних частот для системы с ФНЧ имеет место неравенство  $\Delta f_z < \Delta f_y$ . Объясняется это тем, что фильтр подавляет высокочастотные составляющие напряжения биений, так что управляющее напряжение не достигает значения  $U_{\max}$  (как в отсутствие фильтра). Поэтому максимальное отклонение частоты генератора относительно значения  $f_{r0}$  (рис. 2.17) становится меньше. В режиме слежения управляющее напряжение постоянное (биения отсутствуют) и может достигать значения  $U_{\max}$  (коэффициент передачи ФНЧ по постоянному току равен единице). Поэтому полоса удержания в такой системе больше полосы захвата.



мость применения двух каналов обусловлена фазовой манипуляцией сигнала (в соответствии с передаваемым двоичным символом фаза посылки принимает значение 0 или  $\pi$ ), в результате чего в спектре сигнала не содержится составляющей центральной (несущей) частоты. Обычная система ФАПЧ (одноканальная) в этих условиях оказывается неработоспособной (управляющее напряжение будет изменять свой знак в соответствии с законом фазовой модуляции).

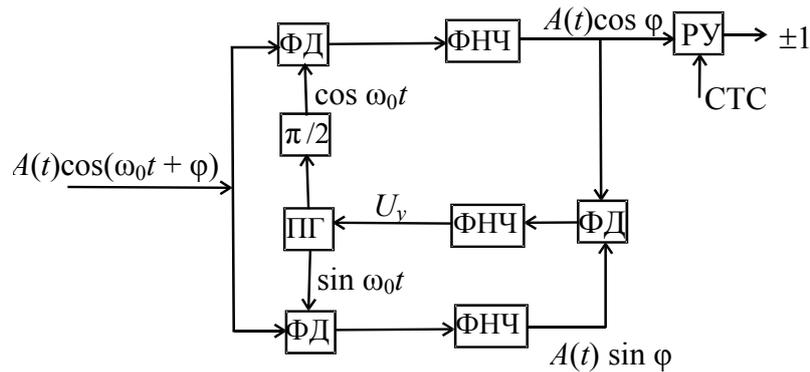


Рис. 2.20

Для того чтобы исключить зависимость управляющего напряжения от передаваемых данных (двоичных символов), в системе Костаса используется еще один фазовый детектор (перемножитель). Верхний канал демодулятора является синфазным, так как его входное напряжение равно  $A(t)\cos \varphi$ , где  $A(t)$  – двоичный (телеграфный) сигнал, принимающий значения 1 или  $-1$ . В стационарном режиме фазовая ошибка  $\varphi \ll \pi$  и выходной сигнал демодулятора совпадает с передаваемым сообщением  $A(t)$ . Восстановление двоичного сигнала, искаженного шумом, осуществляется решающим устройством (РУ). Моменты принятия решения относительно значения переданных символов определяется сигналом тактовой синхронизации (СТС).

Нижний (квадратурный) канал формирует сигнал  $\varphi$ . После перемножения канальных сигналов формируется управляющее  $A(t)\sin$  напряжение, зависящее только от фазовой ошибки  $\varphi$ . Эта зависимость (ДХ) имеет вид  $U(\varphi) = U_{\max} \sin 2\varphi$ . В силу периодичности  $U(\varphi)$  возможен случай, когда в стационарном режиме фазовая ошибка равна  $\pi$ , а не нулю. Это явление называют *эффектом обратной работы* (вместо передаваемого символа воспроизводится противоположный символ). Для устранения такой возможности на практике используют относительную фазовую манипуляцию (ОФМ), при которой один двоичный символ передается изменением фазы соседних посылок, а противоположный символ – сохранением фазы.

Если система Костаса используется для восстановления несущей, то выходом системы служит выход подстраиваемого генератора (ПГ).

Полоса пропускания канальных фильтров нижних частот определяется скоростью передачи данных (выбирается из условия  $\Delta f_{\phi} \geq 1/T$ , где  $T$  – длительность символа). Полоса пропускания ФНЧ, включённого в цепь обратной связи, как правило, во много раз уже, чем канальных фильтров. Этот фильтр должен пропускать лишь медленно изменяющуюся составляющую напряжения, обусловленную уходом частоты генератора (а также сигнала).

Система Костаса может использоваться для восстановления подавленной несущей и при других видах модуляции (балансная, однополосная), а также в качестве следящего фильтра доплеровского измерителя скорости, использующего ФМ-сигнал (например, в спутниковых системах радионавигации).

Функциональная схема, представленная на рис. 2.21, описывает устройство для синтеза частот, формирующее сетку стабильных частот с заданным шагом.

В установившемся режиме на обоих входах импульсно-фазового дискриминатора (ИФД) действуют импульсные последовательности с равной частотой следования  $F_0$  импульсов. Частота выходного сигнала синтезатора (частота подстраиваемого генератора) определяется коэффициентом деления  $N$  счётчика (делитель с переменным коэффициентом деления):  $f_r = NF_0$ . Управляя коэффициентом деления посредством кода, вводимого в ДПКД с пульта управления или от микроЭВМ, формируют сетку высокостабильных колебаний с шагом  $F_0$  (стабильность обусловлена тем, что опорное колебание частоты  $F_0$  формируется делением частоты колебания кварцевого генератора).

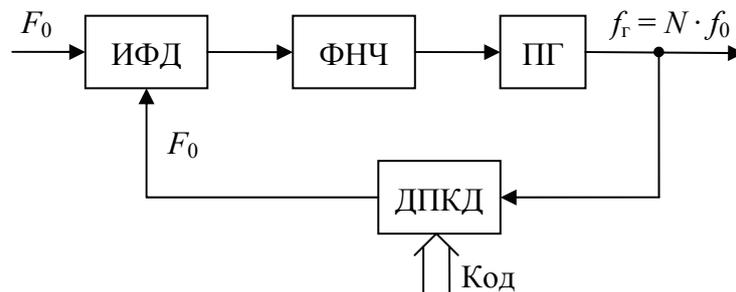


Рис. 2.21

Полоса пропускания ФНЧ выбирается из условия  $\Delta f_{\phi} < F_0$ . В противном случае в спектре выходного сигнала синтезатора появятся побочные спектральные составляющие, обусловленные частотной модуляцией колебания подстраиваемого генератора с частотой сравнения  $F_0$ . В то же время

ФНЧ должен иметь достаточную полосу пропускания для того, чтобы система ФАПЧ могла компенсировать флуктуации частоты подстраиваемого генератора. Это обстоятельство ограничивает минимально возможный шаг перестройки  $F_0$  синтезатора. Для уменьшения шага перестройки используют более сложные (многоконтурные) синтезаторы частот.

Диапазон перестройки синтезатора определяется полосой захвата системы ФАПЧ. Вариант использования системы ФАПЧ в фазовых системах радионавигации иллюстрирует рис. 2.22, на котором представлена функциональная схема бортового приемоиндикатора, определяющего координаты подвижного объекта (самолета, корабля и пр.).

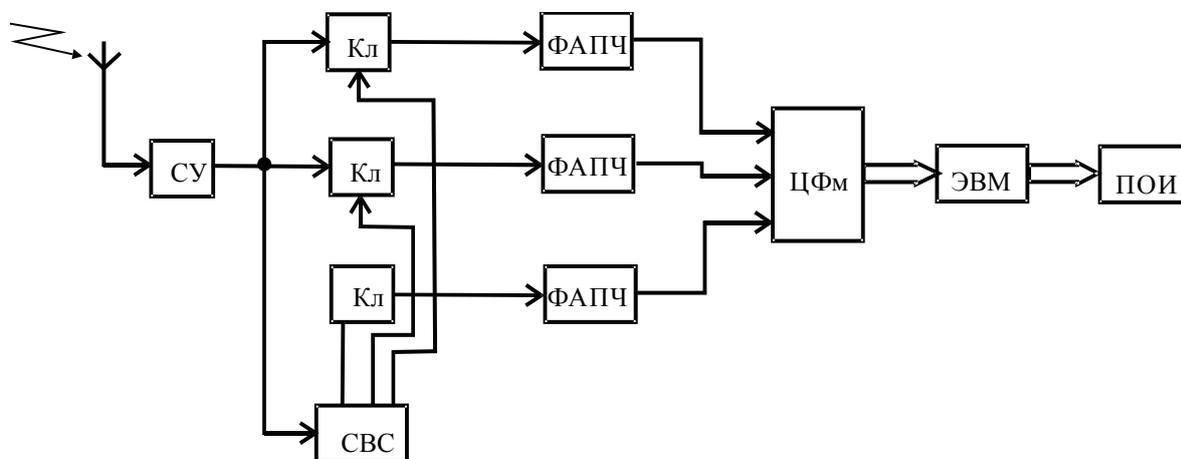


Рис. 2.22

На вход приемоиндикатора поступают сигналы от трёх наземных станций (радиомаяков), работающих в режиме временного разделения (все станции излучают колебание одной частоты поочередно). Одна из станций (ведущая) синхронизирует другие (ведомые) станции, так что начальные фазы всех излучающих станций одинаковы. Приёмник представляет собой селективный усилитель (СУ), настроенный на частоту принимаемых сигналов. Разделение сигналов производится с помощью ключей (Кл), управляемых системой синхронизации. Для слежения за фазой каждого сигнала используется своя система ФАПЧ. Цифровой фазометр (ЦФМ) измеряет фазовые сдвиги сигналов двух ведомых станций относительно сигнала ведущей станции и преобразует их в цифровые коды, вводимые в микроЭВМ. Последняя решает навигационные уравнения на основе измеренных радионавигационных параметров (фазовых сдвигов), известных координат наземных станций, параметров движения объекта (скорости, высоты) и других данных, в результате чего выдаёт информацию о координатах объекта (долготе, широте) на пульт отображения информации (ПОИ).

Пример применения систем ФАПЧ в фазовом пеленгаторе иллюстрирует рис. 2.23. Принятый сигнал поступает на две разнесённые ненаправленные антенны. В каждом канале используется отдельный приёмник с общим гетеродином и своя система ФАПЧ, отслеживающая фазу принятого на данную антенну сигнала. Благодаря тому, что расстояния от источника излучения (радиомаяка) до каждой антенны неодинаковы, фазовые сдвиги сигналов различаются (равенство имеет место при приёме с направления, перпендикулярного базе, т. е. с линии, соединяющей обе антенны). Относительный фазовый сдвиг сигналов, однозначно связанный с измеряемой угловой координатой (пеленгом), измеряется цифровым фазометром, преобразуется в цифровой код и пересчитывается с помощью микроЭВМ в пеленг.

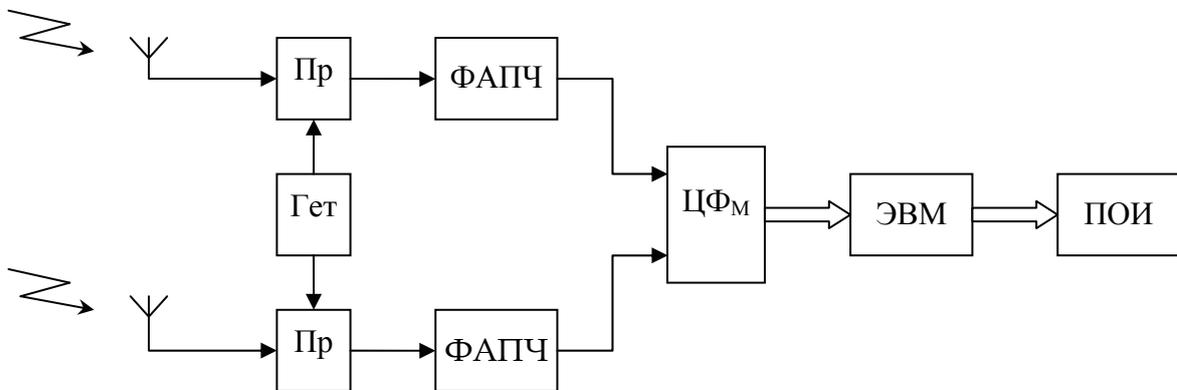


Рис. 2.23

Составим структурную схему системы ФАПЧ, обратившись к типовой системе (самой простой). Полагаем, что фазовый дискриминатор и подстраиваемый генератор являются безынерционными звеньями. Такое предположение оправдано, поскольку полоса пропускания системы ФАПЧ определяется главным образом частотой среза фильтра нижних частот.

Для фазовой ошибки (фазового рассогласования) можем записать следующее выражение:

$$\varphi(t) = \varphi_c(t) - \varphi_r(t), \quad (2.22)$$

где  $\varphi_c(t) = \int_0^t \omega_c(\tau) d\tau + \varphi_{c0}$  и  $\varphi_r(t) = \int_0^t \omega_r(\tau) d\tau + \varphi_{r0}$  — полные фазы сигнала и колебания подстраиваемого генератора.

Выходное напряжение фазового дискриминатора представим в виде

$$U_d(t) = U(\varphi) + n(t, \varphi). \quad (2.23)$$

Первая составляющая в уравнении (2.23) определяет постоянное (медленно меняющееся) напряжение, обусловленное действием сигнала, а вторая – описывает помеху (продукт взаимодействия входного шума и сигнала), характеристики которой в общем случае зависят от фазовой ошибки.

Типичные зависимости  $U(\varphi)$  – дискриминационные характеристики – представлены на рис. 2.24.

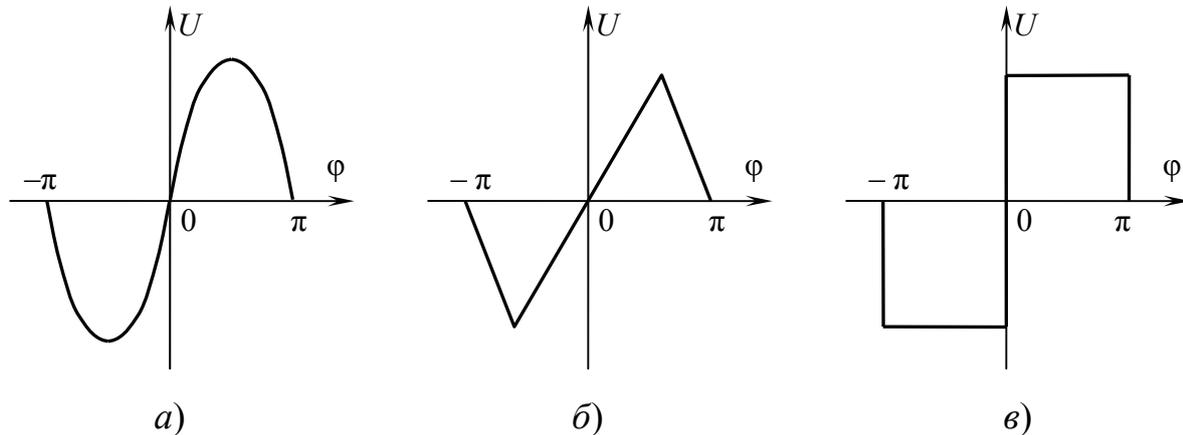


Рис. 2.24

Характеристики (рис. 2.24, *a* и 2.24, *б*) соответствуют дискриминаторам непрерывных (аналоговых) систем, а характеристика (рис. 2.24, *в*) – цифровой системе (бинарное квантование сигнала ошибки).

Формирование управляющего напряжения описывается дифференциальным уравнением

$$U_y(t) = K_\Phi(p)U_d(t), \quad (2.24)$$

где  $K_\Phi(p)$  – передаточная функция ФНЧ.

Процесс управления частотой подстраиваемого генератора, как и в системе АПЧ, может быть описан уравнением

$$f_\Gamma(t) = f_{\Gamma 0} + k_\Gamma U_y(t) \quad (2.25)$$

при условии, что частота  $f_\Gamma$  изменяется в пределах линейного участка регулировочной характеристики (рис. 2.17).

Так как в ФД сигнал и колебание ПГ сравниваются по фазе, то необходимо перейти от частоты  $\omega_\Gamma$  к фазе

$$\varphi_\Gamma(t) = \frac{1}{p} \omega_\Gamma(t) = \frac{2\pi}{p} f_\Gamma(t). \quad (2.26)$$

Уравнение (2.26) описывает интегрирующее звено с коэффициентом передачи  $2\pi \text{ рад/с}^{-1}$  (начальная фаза  $\varphi_{r0}$  опущена, так как система входит в режим слежения независимо от значений  $\varphi_{r0}$  и  $\varphi_{c0}$ ).

Объединив выражения (2.22)–(2.26), запишем дифференциальное уравнение системы ФАПЧ (в операторной форме):

$$\varphi_r(t) = \frac{2\pi}{p} \left\{ k_r [U(\varphi) + n(t, \varphi)] K_\phi(p) + f_{r0} \right\} \quad (2.27)$$

Уравнению (2.27) соответствует структурная схема, приведенная на рис. 2.25, а.

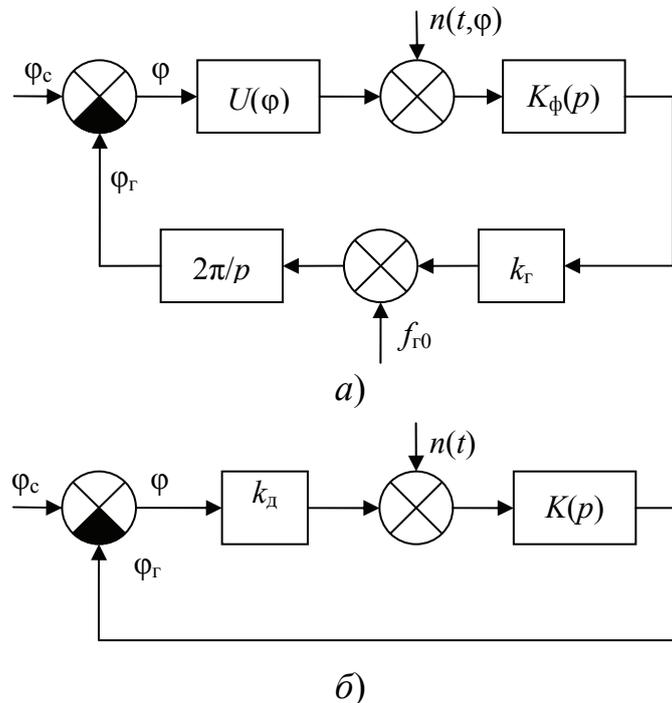


Рис. 2.25

Данная схема не учитывает нестабильность частоты  $f_r$  (учёт нестабильности производится добавлением случайной величины  $\delta f_r$  к значению  $f_{r0}$ ).

Аппроксимируя ДХ линейной зависимостью  $U(\varphi) \cong k_d \varphi$ , что справедливо для работы системы в режиме слежения, когда  $\varphi \ll \pi$ , получаем линейную модель системы ФАПЧ (рис. 2.25, б). Линейное звено с коэффициентом передачи, равным крутизне  $k_d$  (рад/В) ДХ в точке  $\varphi = 0$ , описывает ФД.

Схема, представленная на рис. 2.25, б, совпадает с обобщённой структурной схемой линейной радиотехнической следящей системы (рис. 1.22). В этом случае звено с передаточной функцией  $K(p) = k_r \cdot K_\phi(p)$  описывает ФНЧ и подстраиваемый генератор, а под переменными  $\varphi_c$  и  $\varphi_r$

понимаются соответственно фазовые сдвиги сигнала и колебания генератора, обусловленные отклонениями частот относительно номинального значения  $f_{c0} = f_{r0}$ .

Линейная модель системы ФАПЧ позволяет решать такие задачи как определение запаса устойчивости, быстродействия, точности слежения за фазой. Однако для определения полосы захвата линейная модель не пригодна (она позволяет оценить лишь верхнюю границу для полосы захвата, равную полосе удержания).

**Пример 2.5.** Произвести выбор структуры ФНЧ и параметров системы ФАПЧ, обеспечивающих заданные показатели качества: быстродействие  $t_n \leq 0,1$  с; перерегулирование  $\varepsilon \leq 30$  %, фазовую ошибку  $\varphi \leq \pi/20$  рад при ускорении  $\dot{\omega}_c = 20\pi$  рад/с<sup>2</sup>.

**Решение.** По заданному времени переходного процесса находим частоту среза разомкнутой системы:  $\omega_{cp} \geq \frac{\pi}{t_n} \cong 31$  с<sup>-1</sup>. Выбираем значение  $\omega_{cp} = 40$  с<sup>-1</sup>.

При выборе структуры ФНЧ учитываем, что система должна обеспечить постоянную фазовую ошибку по ускорению (обладать астатизмом второго порядка). Кроме того, ЛАХ разомкнутой системы на частоте среза должна иметь наклон  $-20$  дБ/дек (протяженность участка ЛАХ с таким наклоном должна составлять декаду и более). Это гарантирует необходимый запас устойчивости и требуемое качество переходного процесса. Для эффективного подавления шумов наклон ЛАХ в области верхних частот должен составлять не менее  $-40$  дБ/дек (см. п. 1.5).

Указанным требованиям удовлетворяет типовая ЛАХ, представленная на рис. 2.26. Она соответствует ФНЧ с передаточной функцией

$$K_{\phi}(p) = \frac{K(1 + T_1 p)}{p(1 + T_2 p)}$$

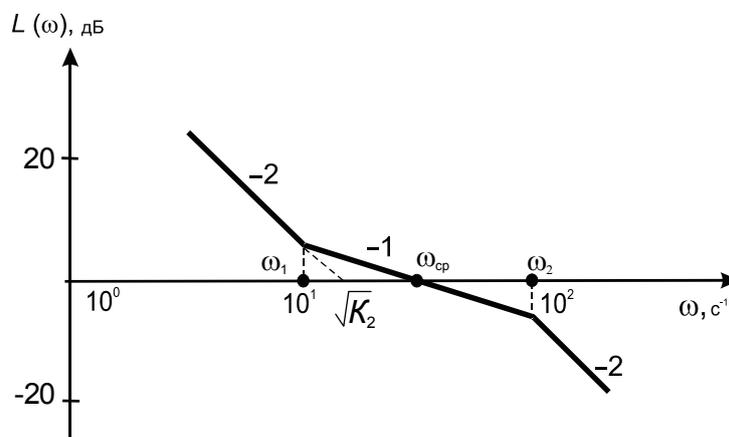


Рис. 2.26

Выбираем частоты сопряжения:  $\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}$  и  $\omega_2 = 100 \text{ с}^{-2}$ , что соответствует постоянным времени  $T_1 = 0,1 \text{ с}$  и  $T_2 = 0,01 \text{ с}$ .

Заданному перерегулированию  $\varepsilon \leq 30 \%$  соответствует показатель колебательности АЧХ замкнутой системы  $M \leq 1,5$ , что достигается при отношении  $\omega_{\text{ср}}/\omega_0 \geq 1,7$  (см. п. 1.5), то есть значениям собственной частоты системы

$$\omega_0 = \sqrt{K_2} \leq \frac{\omega_{\text{ср}}}{1,7} \cong 23 \text{ с}^{-1} \text{ (выбираем } \omega_0 = 20 \text{ с}^{-1}\text{)}.$$

Усиление разомкнутой системы (добротность по ускорению)

$$K_2 = 2\pi k_{\text{д}} k_{\text{г}} K = \omega_0^2 = 400 \text{ с}^{-2}.$$

Запас устойчивости по фазе

$$\begin{aligned} \Delta \varphi = \pi - |\varphi_{\text{р}}(\omega_{\text{ср}})| &= \pi - \left| -\pi + \arctg\left(\frac{\omega_{\text{ср}}}{\omega_1}\right) - \arctg\left(\frac{\omega_{\text{ср}}}{\omega_2}\right) \right| \cong \\ &\cong \arctg\left(\frac{\omega_{\text{ср}}}{\omega_1}\right) = \arctg 4 \approx 1,3 \text{ рад}, \end{aligned}$$

что является приемлемым (запас по усилению определять не требуется, так как ФЧХ не пересекает линию  $-\pi$  рад).

Динамическая ошибка системы второго порядка астатизма

$$\varphi = \frac{\dot{\omega}_{\text{с}}}{K_2} \cong \frac{\pi}{20} \text{ рад (см. п. 1.5), что удовлетворяет требованиям.}$$

**Пример 2.6.** Для системы ФАПЧ, представленной структурной схемой, представленной на рис. 2.27 (синтезатор частот), произвести оптимизацию шумовой полосы по параметру  $K_2$ , используя критерий минимума дисперсии фазового шума на выходе. Фазовый шум  $\delta\varphi_0(t)$  опорного генератора полагается белым со спектральной плотностью  $N_0$ , а фазовый шум  $\delta\varphi_{\text{г}}(t)$  подстраиваемого генератора имеет спектральную плотность  $N_{\text{гг}}/\omega^2$ .

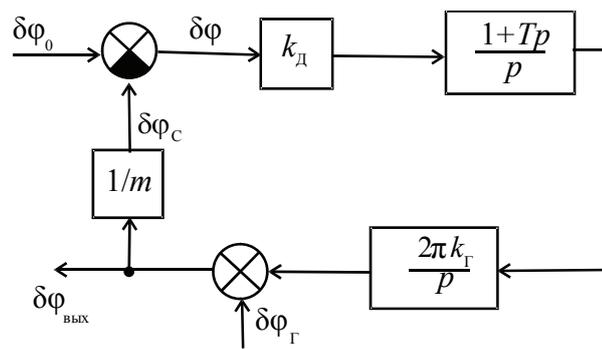


Рис. 2.27

**Р е ш е н и е.** По заданной структурной схеме находим передаточную функцию замкнутой системы:

$$K_3(p) = \frac{K_2(1+Tp)}{p^2 + K_2Tp + K_2},$$

где  $K_2 = 2\pi k_d k_r$  – добротность системы по ускорению.

Шумовая полоса системы (см. п. 1.5)

$$F_{\text{ш}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} K_3^2(\omega) d\omega = \frac{1}{2} I_2,$$

$$I_2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{B_2(\omega) d\omega}{A_2(j\omega)A_2(-j\omega)} = \frac{b_0 + \frac{a_0 b_1}{a_2}}{2a_0 a_1},$$

где  $I_2$  – табличный интеграл, а полиномы

$$A_2(j\omega) = (j\omega)^2 + K_2T(j\omega) + K_2,$$

$$B_2(\omega) = K_2^2 T^2 \omega^2 + K_2^2.$$

Учитывая, что коэффициенты  $a_0 = 1$ ;  $a_1 = K_2T$ ;  $a_2 = K_2$ ;  $b_0 = K_2^2 T^2$ ;  $b_1 = K_2^2$ , находим

$$F_{\text{ш}} = \frac{1 + K_2 T^2}{4T}.$$

Дисперсия составляющей фазового шума, обусловленной шумом опорного генератора, определяется по выражению

$$\sigma_{\varphi 0}^2 = m^2 N_{\varphi 0} F_{\text{ш}} = \frac{m^2 N_{\varphi 0} (1 + K_2 T^2)}{4T},$$

так как передаточная функция от  $\delta_{\varphi 0}$  к  $\delta_{\varphi \text{вых}}$  равна  $mK_3(p)$ .

Дисперсия составляющей фазового шума, обусловленной шумом подстраиваемого генератора

$$\sigma_{\varphi \text{гр}}^2 = N_{\varphi \text{гр}} \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{|1 - K_3(j\omega)|}{\omega^2} d\omega = \frac{N_{\varphi \text{гр}} I_2'}{2},$$

где

$$I_2' = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{B_2'(\omega) d\omega}{A_2(j\omega)A_2(-j\omega)} = \frac{b_0' + a_0 b_1' / a_2}{2a_0 a_1},$$

а полином  $B_2'(\omega) = \omega^2$  ( $b_0' = 1, b_1' = 0$ ).

Отсюда с учётом значений коэффициентов  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = K_2 T$  и  $a_2 = K_2$  находим

$$\sigma_{\varphi\Gamma}^2 = \frac{N_{\varphi\Gamma}}{4K_2 T}.$$

Оптимизация системы по параметру  $K_2$  в соответствии с критерием минимума дисперсии фазового шума

$$\sigma_{\varphi}^2 = \sigma_{\varphi 0}^2 + \sigma_{\varphi\Gamma}^2 = \frac{m^2 N_{\varphi 0} (1 + K_2 T^2)}{4T} + \frac{N_{\varphi\Gamma}}{4K_2 T}$$

сводится к дифференцированию  $\sigma_{\varphi}^2$  по  $K_2$  и приравнению производной к нулю. В результате получаем

$$K_{2\text{опт}} = \frac{1}{mT} \sqrt{\frac{N_{\varphi\Gamma}}{N_{\varphi 0}}}.$$

Оптимальная шумовая полоса

$$F_{\text{ш опт}} = \frac{1 + \frac{T}{m} \sqrt{\frac{N_{\varphi\Gamma}}{N_{\varphi 0}}}}{4T}$$

определяется отношением энергетических спектров фазовых шумов подстраиваемого и опорного генераторов.

### **Контрольные вопросы**

1. Поясните принцип действия системы ФАПЧ.
2. Изобразите структурную схему линейной системы ФАПЧ. При каких условиях она применима?
3. Какой вид имеет дискриминационная характеристика? Как влияет её форма на показатели качества системы (устойчивость, быстродействие, точность, полосу захвата)?
4. Что называется регулировочной характеристикой подстраиваемого генератора? Как влияет её форма на показатели качества системы?
5. Какие требования предъявляются к ФНЧ системы?
6. Как определяется запас устойчивости системы ФАПЧ по логарифмическим частотным характеристикам?
7. Каким требованиям должна удовлетворять ЛАХ разомкнутой системы и почему?

8. Чему равна установившаяся фазовая ошибка при типовых воздействиях (ступенчатое, линейное, квадратичное) для систем с астатизмом первого и второго порядка?

9. Какой смысл имеет шумовая полоса системы? Как она определяется для типовых систем ФАПЧ?

10. Каков смысл понятий полосы захвата и полосы удержания? Как они связаны с параметрами системы?

11. Как формулируется задача оптимизации параметров системы? Приведите примеры оптимизации системы ФАПЧ?

12. Укажите области применения систем ФАПЧ. Поясните особенности применения системы в каждом конкретном случае.

## 2.4. Системы слежения за задержкой сигнала

Системы этого класса (ССЗ) предназначены для слежения за задержкой (временем запаздывания) принятого сигнала. Они широко используются в радиолокации, радионавигации, радиоуправлении в качестве следящих измерителей дальности (СИД), а также в радиосвязи и телевидении – в качестве систем временной синхронизации.

Принцип действия таких систем рассмотрим на примере некогерентной импульсной РЛС следящего типа. Излучаемый (зондирующий) сигнал представляет собой периодическую последовательность радиоимпульсов заданной формы (например, прямоугольной) с постоянной или меняющейся по известному закону частотой заполнения и случайной от импульса к импульсу начальной фазой. Отражённый от цели сигнал поступает в приёмник РЛС, где усиливается, фильтруется от помех и мешающих сигналов и детектируется. В результате на выходе приёмника формируется последовательность видеоимпульсов, задержанных относительно зондирующих импульсов на время  $\tau = 2D/c$ , определяемое дальностью  $D$  до цели ( $c$  – скорость распространения радиоволн, равная скорости света). Поскольку цель движется, то задержка  $\tau$  изменяется от импульса к импульсу. Для измерения  $\tau$  (а следовательно, и дальности) используется следящий измеритель, который отслеживает изменяющуюся задержку (осуществляет автоматическое сопровождение по дальности).

Функциональная схема ССЗ представлена на рис. 2.28.

Сигнал с выхода приёмника (последовательность видеоимпульсов)  $U_c(t - \tau)$  поступает на временной дискриминатор (ВД), где сравнивается по задержке с двумя селекторными импульсами: ранним  $U_0(t - \hat{\tau} + \tau_n/2)$  и

поздним  $U_0(t - \hat{\tau} - \tau_n/2)$ . Селекторные импульсы представляют пару тесно примыкающих друг к другу прямоугольных импульсов той же длительности  $\tau_n$ , что и сигнал. Формируются эти импульсы генератором (ГСИ), запускаемым выходным импульсом схемы управляемой задержки (СУЗ). В зависимости от величины и знака временного рассогласования  $\Delta\tau = \tau - \hat{\tau}$  ( $\tau$  и  $\hat{\tau}$  – соответственно задержка сигнального и селекторных импульсов) на выходе дискриминатора формируется постоянное (точнее медленно меняющееся напряжение)  $U(t)$ , которое используется для управления положением селекторных импульсов. Достигается это путём изменения задержки опорного импульса  $U_{оп}(t)$ , подаваемого на схему управляемой задержки от устройства поиска сигнала (на схеме не показано).

Зависимость  $U(\Delta\tau)$  – ДХ – представлена на рис. 2.29 (соответствует прямоугольному сигнальному импульсу).

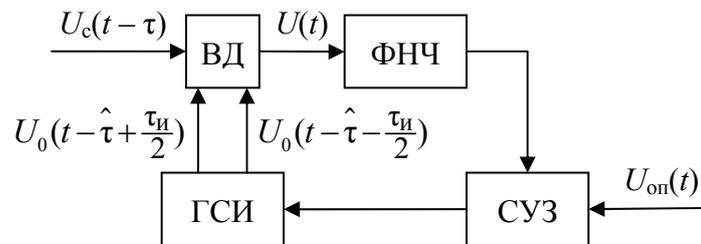


Рис. 2.28

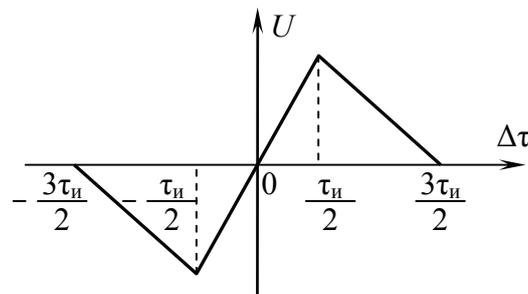


Рис. 2.29

Если начальное рассогласование не превышает половины раскрытия ДХ, то есть величины  $3\tau_n/2$  (в любую сторону от нуля), то на выходе дискриминатора имеется напряжение, которое, воздействуя на СУЗ, смещает селекторные импульсы, совмещая их с сигнальным импульсом (устанавливается  $\Delta\tau = 0$ ). Знак напряжения определяет направление перемещения селекторных импульсов (в сторону опережения или запаздывания).

Измерение дальности осуществляется путём измерения времени запаздывания селекторных импульсов относительно синхроимпульса, опре-

деляющего момент излучения сигнала. ФНЧ ослабляет мешающее действие помех и формирует управляющее напряжение, компенсирующее начальное временное рассогласование, а также ошибку, обусловленную движением цели. Поскольку в режиме слежения ( $\Delta\tau \rightarrow 0$ ) напряжение на выходе дискриминатора отсутствует (это равносильно разомкнутой цепи «дискриминатор – ФНЧ»), фильтр обязательно содержит интегрирующие звенья (обычно одно или два), т. е. обладает «памятью». В противном случае управляющее напряжение было бы равно нулю и автосопровождение цели было бы невозможно.

Один из возможных вариантов построения временного дискриминатора представлен на рис. 2.30. Дискриминатор состоит из двух идентичных каналов, в каждом из которых содержатся временной селектор (ключ) и интегратор со сбросом. Выходное напряжение дискриминатора формируется вычитанием напряжений на выходах интеграторов.

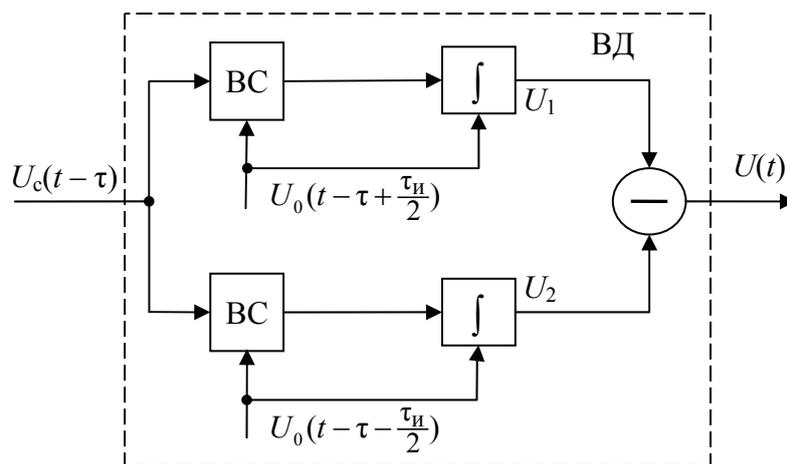


Рис. 2.30

Временные диаграммы (рис. 2.31) поясняют работу дискриминатора. Сигнал на выходе ВС каждого канала представляет последовательность импульсов, длительность которых определяется знаком и величиной расстройки  $\Delta\tau$ . Интеграторы формируют постоянное напряжение, пропорциональное длительности импульсов ВС (сброс интеграторов производится по переднему фронту селекторных импульсов). «Память» интеграторов равна периоду повторения импульсов. Поэтому изменение задержки сигнала из-за движения цели будет отслеживаться системой безошибочно (при условии, что характеристики ФНЧ согласованы с характером движения).

В системах точного измерения дальности (например, спутниковых системах радионавигации) используются псевдослучайные фазоманипулированные (ФМ) сигналы. Такие сигналы представляют собой непрерывный

периодический сигнал, полученный путём фазовой манипуляции (фаза принимает два значения:  $0$  и  $\pi$ ) стабильного несущего колебания псевдослучайной последовательностью (ПСП) символов  $\pm 1$ . Эта последовательность формируется цифровым генератором, выполненным на основе регистра сдвига с обратной связью. Длина регистра определяет период ПСП (период повторения сигнала)  $T_n = N\tau_0 = (2^n - 1)\tau_0$  ( $N$  – длина ПСП;  $n$  – число триггеров в регистре;  $\tau_0$  – длительность символа ПСП, равная  $1 / f_T$ ;  $f_T$  – тактовая частота генератора ПСП).

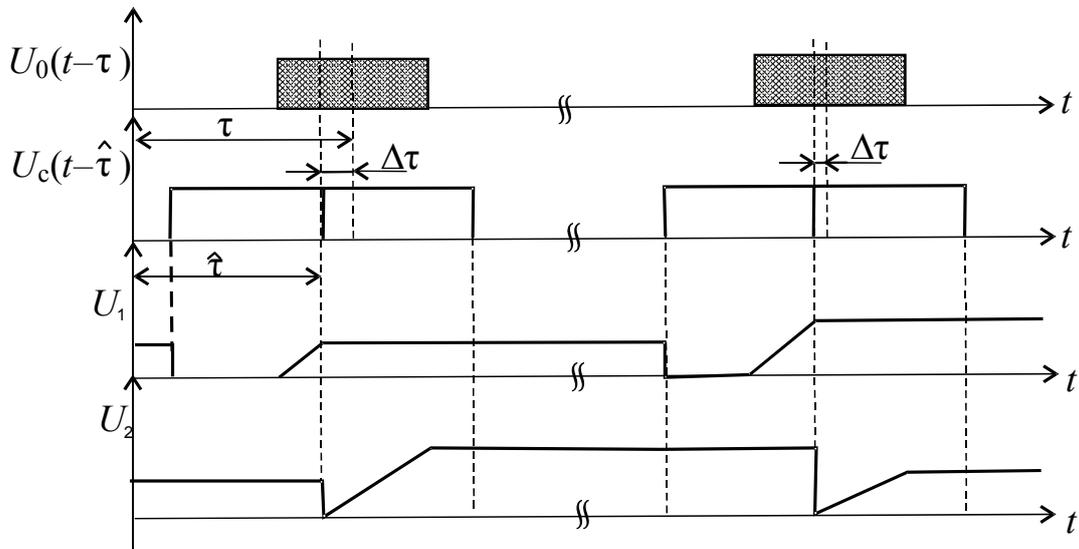


Рис. 2.31

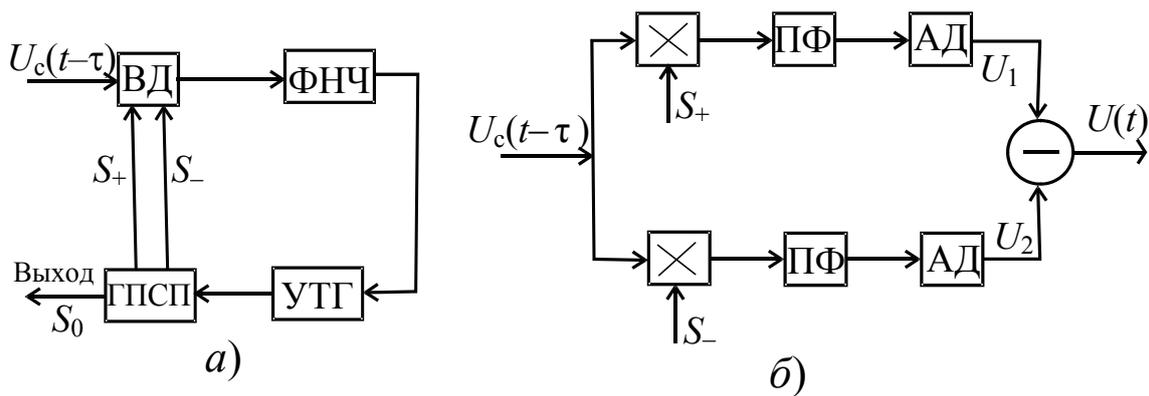


Рис. 2.32

Функциональная схема ССЗ псевдослучайного ФМ-сигнала представлена на рис. 2.32, *a*.

На вход ССЗ поступает сигнал промежуточной частоты  $U_c(t - \tau)$  с выхода УПЧ приёмника. Предварительное детектирование этого сигнала,

как правило, невозможно, так как полоса пропускания УПЧ велика (равна  $2/\tau_0$  и более, а  $\tau_0$  может составлять доли микросекунды). Кроме того, расстояние до передатчика, установленного на спутнике, велико (десятки тысяч километров). В связи с этим обычное амплитудное детектирование невозможно, так как при малых отношениях сигнал/шум происходит подавление сигнала шумом. Синхронное (когерентное) детектирование (при котором подавление сигнала не происходит при любых отношениях сигнал/шум) также невозможно, так как до установления временной синхронизации фаза сигнала неизвестна.

Временной дискриминатор (рис. 2.32, б) состоит из двух каналов, в каждом из которых имеется перемножитель, полосовой фильтр (ПФ) и амплитудный детектор (АД). В верхнем канале ВД сигнал перемножается с опережающей копией  $S_+$  опорной ПСП, а в нижнем канале – с запаздывающей копией  $S_-$ . Обе опорные последовательности вырабатываются генератором (ГПСП), идентичным генератору, используемому в передатчике (обычно эти последовательности берутся с выходов последнего и предпоследнего триггеров регистра, так что их относительный временной сдвиг равен  $\tau_0$ ).

Перемножитель, полосовой фильтр и детектор каждого канала дискриминатора образуют коррелятор, напряжение на выходе которого пропорционально значению автокорреляционной функции (АКФ) ПСП соответственно в точках  $\Delta\tau + \tau_0/2$  (для верхнего канала) и  $\Delta\tau - \tau_0/2$  (для нижнего канала). АКФ имеет вид треугольника с основанием равным  $2\tau_0$ .

Формирование ДХ поясняется на рис. 2.33, где изображены зависимости выходных напряжений каналов от временного рассогласования  $\Delta\tau$ , а также сама характеристика (как разность напряжений на выходах каналов).

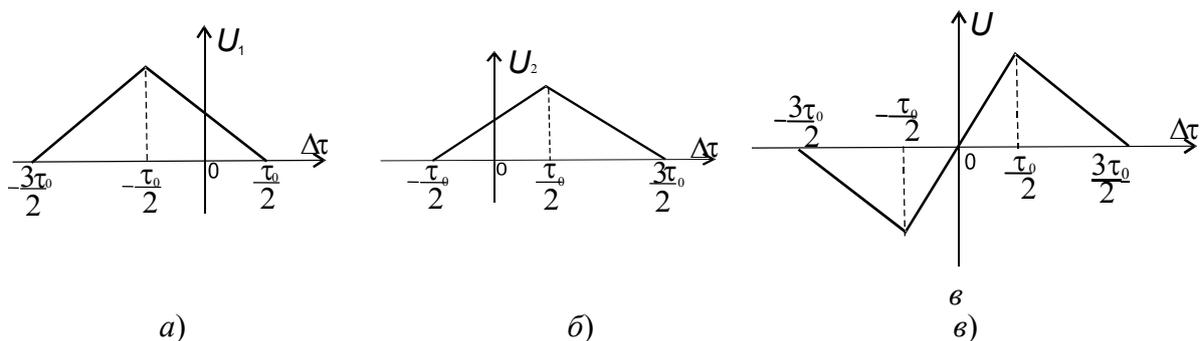


Рис. 2.33

Использование амплитудных детекторов в дискриминаторе возможно потому, что сигнал в результате перемножения с каждой из опорных ПСП сжимается по спектру (максимуму напряжения в канале соответствует совпадение сигнала и опорной ПСП по задержке – при этом сигнал на

входе ПФ имеет вид гармонического колебания промежуточной частоты). Благодаря сжатию по спектру полоса ПФ может быть выбрана значительно меньше, чем полоса УПЧ. Поэтому отношение сигнал/помеха на входе детектора существенно больше, чем на входе дискриминатора.

Если начальное временное рассогласование не превышает значения  $3\tau_0/2$  по абсолютной величине (обычно стремятся обеспечить начальную ошибку не более  $\pm\tau_0/2$ ), то на выходе дискриминатора имеется постоянное напряжение, которое воздействует на управляемый тактовый генератор (УТГ), изменяя его частоту  $f_T$  таким образом, чтобы свести ошибку к нулю. Изменение положения опорных ПСП на временной оси за счет изменения  $f_T$  возможно благодаря связи фазы (задержки) и частоты колебания УТГ: увеличение частоты  $f_T$  влечёт смещение опорных ПСП в сторону опережения, а уменьшение – в сторону запаздывания.

Функции ФНЧ в данной схеме те же, что и в ССЗ, рассмотренной ранее. Характеристики фильтра выбираются таким образом, чтобы, с одной стороны, ослабить действие помех, а с другой – уменьшить динамическую ошибку, обусловленную движением объекта. Наличие интегрирующих звеньев в составе ФНЧ позволяет осуществлять автосопровождение по дальности (благодаря «памяти» фильтра по положению дальности и скорости).

Ввод системы в режим слежения осуществляется устройством поиска (на схеме не показано). В режиме поиска цепь управления частотой тактового генератора от ФНЧ разрывается. В качестве управляющего напряжения используется напряжение генератора поиска (обычно это напряжение пилообразной формы), под действием которого обе опорные ПСП смещаются до тех пор, пока временная расстройка не уменьшится до значения  $\pm\tau_0/2$ . Происходит захват сигнала и система переходит в режим слежения: генератор напряжения поиска отключается, а цепь управления генератором тактовой частоты от ФНЧ замыкается (при этом «запоминается» значение напряжения поиска в момент захвата сигнала).

Измерение дальности сводится к измерению задержки выходной ПСП генератора  $S_0$ , совпадающей с сигналом, относительно ПСП, модулирующей сигнал передатчика. Последовательность  $S_0$  может быть получена за счет задержки на  $\tau_0/2$  последовательности  $S_+$ .

Если передатчик и приёмник установлены в разных местах (как, например, в спутниковых радионавигационных системах (РНС)), то для формирования опорной ПСП, имитирующей модулирующую последовательность передатчика, в приёмнике используется дополнительный генератор ПСП, работающий синхронно с аналогичным генератором передатчика. Достигается это применением стабильных эталонов частоты и времени (атомного на спутнике и кварцевого на подвижном объекте) и «привязкой» их временных шкал к шкале точного времени.

Система тактовой (символьной) синхронизации демодулятора цифровых сигналов представлена функциональной схемой на рис. 2.34.

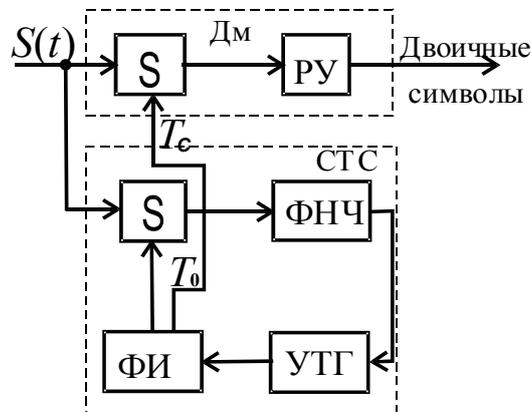


Рис. 2.34

Двоичный сигнал  $S(t)$  (последовательность символов  $\pm 1$ ) с выхода приёмника (например, с выхода системы Костаса в случае использования сигнала ОФМ) поступает на вход демодулятора (Дм) и временной дискриминатор системы тактовой синхронизации (СТС), представляющий интегратор со сбросом (сброс осуществляется непосредственно перед началом интегрирования). Формирователь интервалов (ФИ) вырабатывает импульсы длительностью  $T_c$  и  $T_0 < T_c$ , определяющие время интегрирования входного сигнала соответственно в интеграторах демодулятора и СТС. В режиме слежения опорный импульс (формат  $T_0$ ) устанавливается таким образом, что его середина совпадает с моментом смены символов (рис. 2.35). Достигается это за счет управления частотой тактового генератора (аналогично рассмотренной ранее ССЗ). Управляющее напряжение на выходе ФНЧ формируется из напряжения дискриминатора, величина которого зависит от рассогласования  $\Delta t$ , а знак определяется знаком рассогласования (рис. 2.36).

Решающее устройство (РУ) анализирует сигнал на выходе интегратора и в зависимости от его знака в конце интервала интегрирования (формат  $T_c$ ) формирует тот или иной двоичный символ. Поскольку в информационном сигнале могут встречаться серии из большого числа подряд следующих символов одного знака, то для облегчения вхождения СТС в синхронизм обычно передаётся специальный сигнал синхронизации в виде чередующихся противоположных символов.

Составим структурную схему системы слежения за задержкой, используя функциональную схему (рис. 2.28) и полагая для простоты все функциональные элементы, за исключением ФНЧ, безынерционными.

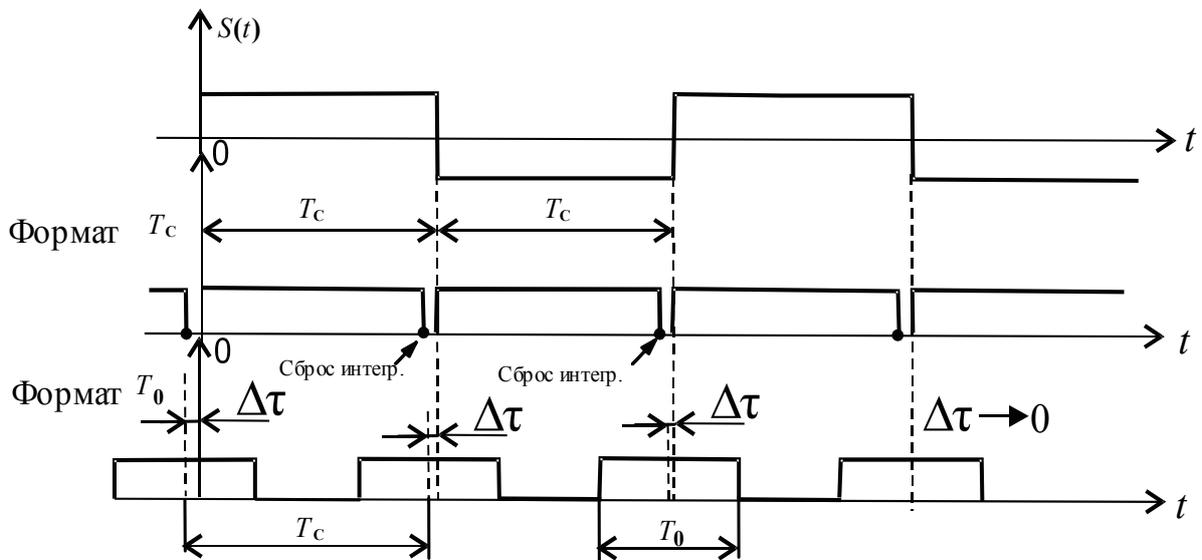


Рис. 2.35

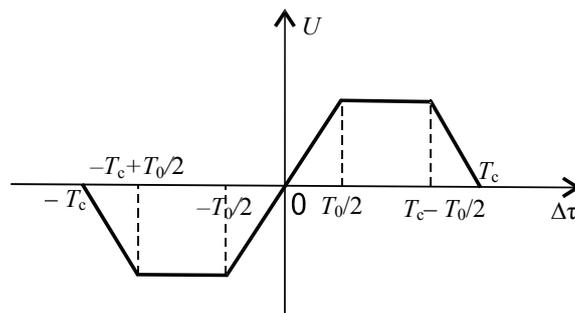


Рис. 2.36

Временное рассогласование принятого сигнала и селекторных импульсов

$$\Delta\tau = \tau - \hat{\tau}. \tag{2.28}$$

Выходное напряжение дискриминатора представим в виде

$$U_d(t) = U(\Delta\tau) + n(t, \Delta\tau), \tag{2.29}$$

где  $U(\Delta\tau)$  – полезная составляющая (результат сравнения задержки сигнала и селекторных импульсов), определяющая форму ДХ;  $n(t, \Delta\tau)$  – помеха (продукт взаимодействия входного шума, сигнала и селекторных импульсов).

Форма ДХ, а также характеристики помехи зависят от вида сигнала, отношения сигнал/шум на выходе приёмника и других факторов.

Зависимость управляющего напряжения от выходного напряжения дискриминатора представляется уравнением

$$U_y(t) = K_\Phi(p)U_d(t), \quad (2.30)$$

где  $K_\Phi(p)$  – передаточная функция ФНЧ.

Регулировочная характеристика схемы управляемой задержки (при работе на линейном участке характеристики)

$$\hat{\tau}(t) = \hat{\tau}_0 + k_p U_y(t), \quad (2.31)$$

где  $\hat{\tau}_0$  – значение задержки при разомкнутой обратной связи ( $U_y = 0$ ), определяемое положением опорного импульса (формируется устройством поиска);  $k_p = \left. \frac{d\hat{\tau}(U_y)}{dU_y} \right|_{U_y=0}$  – крутизна регулировочной характеристики (коэффициент передачи СУЗ, имеющий размерность мкс/В).

Структурная схема ССЗ, построенная в соответствии с уравнениями (2.28)–(2.31), представлена на рис. 2.37.

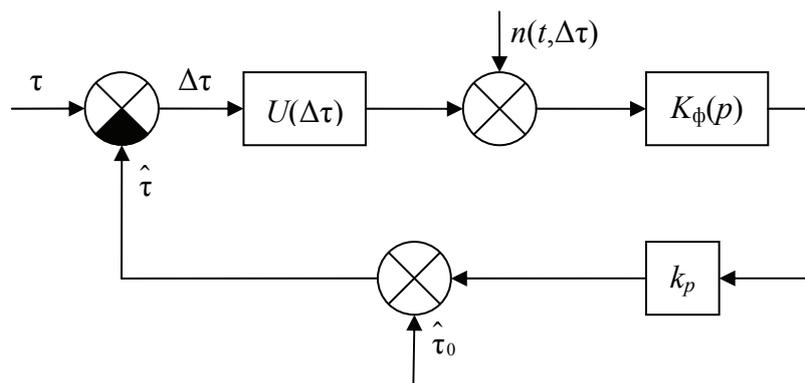


Рис. 2.37

Аппроксимируя зависимость  $U(\Delta\tau)$ , что справедливо при малых рассогласованиях  $\Delta\tau$  (для сигнала прямоугольной формы – не более  $\tau_n/2$ ), можем записать

$$U(\Delta\tau) \cong k_d \Delta\tau, \quad (2.32)$$

где

$$k_d = \left. \frac{dU(\Delta\tau)}{d(\Delta\tau)} \right|_{\Delta\tau=0}$$

– крутизна ДХ (коэффициент передачи дискриминатора, имеющий размерность В/мкс).

С учётом выражения (2.32) преобразуем структурную схему к виду, показанному на рис. 2.38.

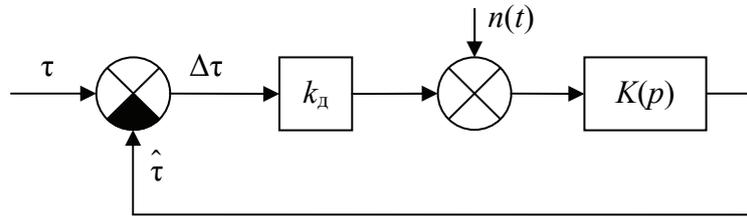


Рис. 2.38

Схема на рис. 2.38 совпадает с обобщённой структурной схемой линейной следящей системы. Передаточная функция  $K(p) = k_p K_\Phi(p)$  описывает схему управляемой задержки и ФНЧ. Сумматор в цепи обратной связи отсутствует, так как под переменными  $\tau$  и  $\hat{\tau}_0$  понимаются не сами задержки, а их отклонения относительно известного значения  $\hat{\tau}_0$ .

Линейная модель ССЗ позволяет решать такие задачи, как определение запаса устойчивости, быстродействия, точности и др. Полоса захвата системы определяется раскрытием ДХ (обычно стремятся обеспечить начальное рассогласование  $|\Delta\tau| \leq \tau_w/2$  на этапе поиска сигнала, после чего система автоматически переходит в режим слежения).

**Пример 2.7.** Выбрать структуру ФНЧ и параметры ССЗ (рис. 2.38), обеспечивающие заданные показатели качества: шумовую полосу  $F_{\text{ш}} \leq 10$  Гц; ошибку слежения  $\Delta\tau \leq 0,1$  мкс при ускорении  $\dot{v}_\tau = 20$  мкс/с<sup>2</sup>.

**Решение.** Указанным требованиям по точности удовлетворяет система второго порядка астатизма с ФНЧ, описываемым передаточной функцией

$$K_\Phi(p) = \frac{K_\Phi(1 + T_1 p)}{p^2(1 + T_2 p)}.$$

Шумовая полоса системы определяется выражением (см. п. 1.5)

$$F_{\text{ш}} = \frac{1 + K_2 T_1^2}{4(T_1 - T_2)}, \quad (2.33)$$

где  $K_2 = k_d k_p K_\Phi$  – добротность по ускорению.

По заданной динамической ошибке находим требуемое значение  $K_2$ :

$$K_2 \geq \frac{\dot{v}_\tau}{\Delta\tau} = 200 \text{ с}^{-2} \quad (\text{выбираем } K_2 = 250 \text{ с}^{-2}).$$

Полагая  $T_1 = 10T_2$ , что гарантирует хорошее качество переходного процесса (см. пример 2.5), перепишем формулу (2.33) в виде

$$F_{\text{ш}} \cong \frac{1 + K_2 T_1^2}{4T_1}. \quad (2.34)$$

По заданной полосе  $F_{\text{ш}}$  и выбранному значению выражения  $K_2$  из (2.34) находим постоянную времени  $T_1 \cong 0,12$  с (решая квадратное уравнение). Постоянная  $T_2 = T_1/10 \approx 0,012$  с.

Используя ЛАХ разомкнутой системы (рис. 2.26), определяем частоту среза  $\omega_{\text{ср}}$  из уравнения

$$L(\omega_{\text{ср}}) = L(\omega_1) - 20 \lg \left( \frac{\omega_{\text{ср}}}{\omega_1} \right) = 0$$

или

$$40 \lg(\omega_0 T_1) - 20 \lg(\omega_{\text{ср}} T_1) = 0,$$

где  $\omega_0 = \sqrt{K_2}$ . Отсюда  $\omega_{\text{ср}} = \omega_0^2 T_1 \cong 30 \text{ с}^{-1}$ .

Запас устойчивости по фазе

$$\Delta\varphi \cong \arctg(\omega_{\text{ср}} T_1) \cong \arctg(3,6) \cong 70^\circ,$$

а запас по усилению определять не требуется (ЛФХ не пересекает прямой  $\varphi(\omega) = -\pi$ ).

Для косвенной оценки качества переходного процесса находим отношением  $\omega_{\text{ср}}/\omega_0 \cong 2$ , что гарантирует перерегулирование  $\varepsilon < 30\%$  (см. п. 1.5).

### **Контрольные вопросы**

1. Укажите области применения ССЗ.
2. Поясните принцип действия систем слежения за задержкой импульсного сигнала.
3. Какой вид имеют ДХ для ВД указанных систем?
4. Из каких соображений выбирается структура и параметры ФНЧ систем слежения за задержкой? Какой смысл имеет понятие «память» астатических ССЗ?
5. Как осуществляется поиск сигнала по задержке? Чем определяется полоса захвата ССЗ?
6. Как определяются динамические ошибки ССЗ при типовых воздействиях: ступенчатым, линейным, квадратичным?

7. Какими показателями характеризуется качество переходного процесса в ССЗ?
8. Как определяется дисперсия шумовой ошибки ССЗ?
9. Изобразите структурную схему ССЗ. При каких допущениях она справедлива?
10. Когда применяется линейная модель ССЗ? Какие задачи она позволяет решать?

## 2.5. Системы слежения за направлением прихода сигнала

Системы этого класса (иначе угломерные следящие системы) широко используются в радиолокации, радионавигации для автоматического сопровождения по направлению, в радиоуправлении (наведение управляемых снарядов, ракет на цели), в радиосвязи (наведение приёмных антенн космических систем связи).

Независимо от назначения угломерной следящей системы в ней осуществляется слежение за направлением прихода радиоволн. Информация о направлении (угле) может содержаться в амплитуде (амплитудные пеленгаторы) и фазе сигнала (фазовые пеленгаторы).

Рассмотрим принцип действия амплитудного пеленгатора, использующего так называемый суммарно-разностный метод пеленгования (наиболее точный из амплитудных методов). Функциональная схема пеленгатора представлена на рис. 2.39.

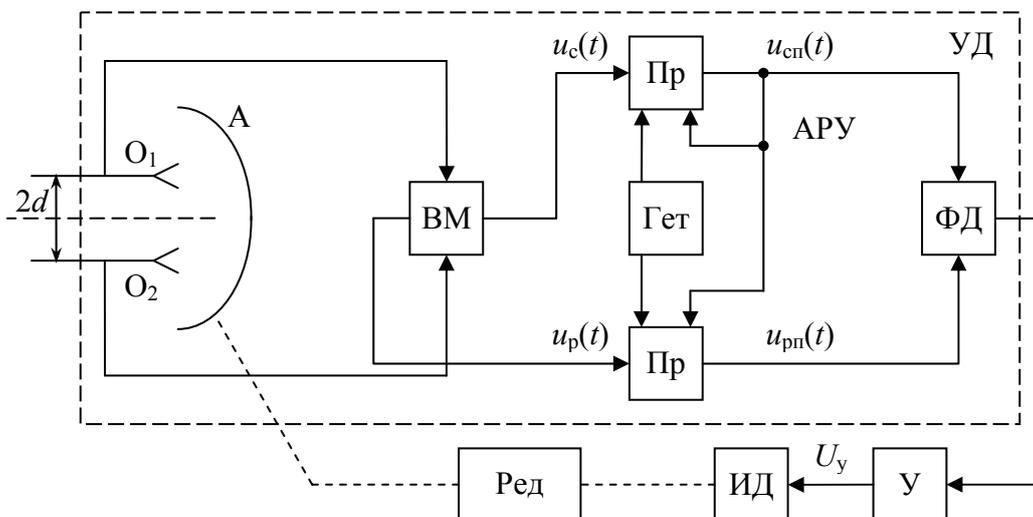


Рис. 2.39

Принятый сигнал с выходов облучателей  $O_1$  и  $O_2$ , смещённых относительно оси отражателя антенны на  $\pm d$ , поступает на волноводный мост (ВМ), где формируются суммарный  $u_c(t)$  и разностный  $u_p(t)$  сигналы. Каждый из них обрабатывается своим приёмником (оба приёмника идентичны, а гетеродин является общим для обоих каналов). Для ослабления влияния флуктуаций амплитуды сигнала на точность пеленгования используется система АРУ, работающая по сигналу суммарного канала. Система АРУ стабилизирует амплитуду колебания на выходе каждого канала (выход УПЧ приёмника) на определённом уровне при изменении амплитуды принятого сигнала в широких пределах.

Колебания с выходов приёмников обоих каналов поступают на фазовый детектор (ФД). Колебание  $u_{cp}(t)$  является опорным (его амплитуда в режиме слежения не зависит от направления прихода сигнала), а колебание  $u_{pp}(t)$  имеет амплитуду, зависящую от угла: если ось антенны точно совпадает с направлением на источник сигнала, то  $u_{pp} = 0$ , так как сигналы, принятые на облучатели  $O_1$  и  $O_2$  равны по амплитуде; если же положение оси антенны не совпадает с направлением на источник (радиомаяк), то амплитуда  $u_{pp} > 0$ . Чем больше угловое рассогласование между равносигнальным направлением (РСН) и направлением на источник, тем больше амплитуда выходного сигнала разностного канала. В зависимости от знака углового отклонения меняется фаза колебания  $u_{pp}(t)$ , так как изменение знака угла влечёт изменение фазы на  $\pi$ , что необходимо для работы автоматической системы.

На выходе ФД формируется постоянное напряжение, величина которого определяется значением углового рассогласования, а полярность – знаком рассогласования. Это напряжение усиливается и поступает в цепь управления исполнительным двигателем (ИД). Под действием управляющего напряжения  $U_y$  ротор двигателя начинает вращаться и через редуктор поворачивает отражатель антенны в сторону уменьшения рассогласования. В установившемся режиме антенна ориентируется так, что РСН совпадает с направлением на источник сигнала (с точностью до ошибки слежения). Измеряемый пеленг отсчитывается по углу поворота антенны относительно её платформы (если пеленг измеряется относительно направления на север, он называется истинным).

Составим структурную схему ССН, для чего проведём её математическое описание.

Диаграмма направленности антенны (рис. 2.40, *a*) имеет двухлепестковый вид:  $f_1(\alpha)$  и  $f_2(\alpha)$  – так называемые парциальные диаграммы, соответствующие облучателям  $O_1$  и  $O_2$ . Угол  $\alpha$ , отсчитываемый относительно РСН (соответствует  $\alpha = 0$ ), определяет угловое рассогласование антенны. Разнос лепестков пропорционален смещению  $d$  облучателей, а ширина каждого из лепестков определяется относительным размером антенны  $D/\lambda$

( $D$  – диаметр отражателя,  $\lambda$  – длина волны): чем больше  $D/\lambda$ , тем уже диаграмма.

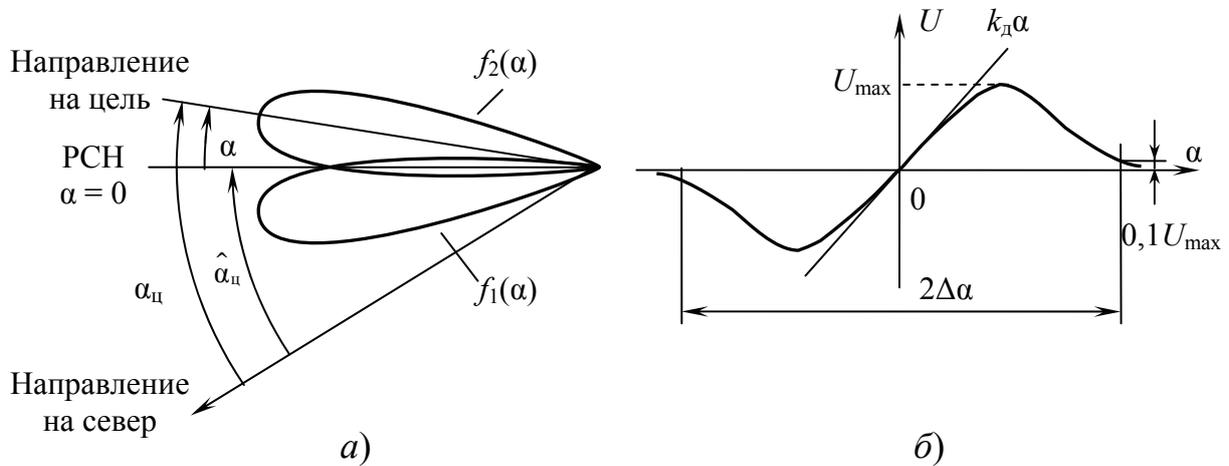


Рис. 2.40

Обозначим через  $\alpha_{ц}$  – азимут (пеленг) цели, отсчитанный от направления на север, а через  $\hat{\alpha}_{ц}$  – оценку азимута, определяемую положением РСН (оси антенны). Тогда угловое рассогласование антенны относительно цели представим в виде

$$\alpha = \alpha_{ц} - \hat{\alpha}_{ц}. \quad (2.35)$$

Напряжение, пропорциональное  $\alpha$ , формируется на выходе фазового детектора. Поэтому весь тракт от выхода антенны до выхода ФД можно полагать угловым дискриминатором (УД). Напряжение на выходе УД представим как

$$U_d(t) = U(\alpha) + n(t, \alpha), \quad (2.36)$$

где  $U(\alpha)$  – постоянная (медленно меняющаяся) составляющая, обусловленная сигналом (дискриминационная характеристика);  $n(t, \alpha)$  – помеха, обусловленная собственным шумом приёмников, а также внешними шумами (характеристики её в общем случае зависят от ошибки  $\alpha$ ).

Определим дискриминационную характеристику  $U(\alpha)$ , полагая, что ФД – перемножитель с коэффициентом передачи  $k_\phi$ , а УД – безынерционный (по сравнению со следящим приводом, состоящим из усилителя, двигателя и редуктора)

$$U(\alpha) = k_\phi U_{рп}(t, \alpha) U_{сп}(t). \quad (2.37)$$

Колебания  $U_{\text{рп}}(t, \alpha)$  и  $U_{\text{сп}}(t)$  синхронные (одна и та же промежуточная частота, так как гетеродин общий) и синфазные (фазовые характеристики приёмников идентичны) и отличаются лишь амплитудами:

$$\left. \begin{aligned} U_{\text{сп}} &= U_0 = \text{const}(\alpha), \\ U_{\text{рп}} &= U_0 \frac{U_{\text{р}}(\alpha)}{U_{\text{с}}(\alpha)} = U_0 \frac{f_{\text{р}}(\alpha)}{f_{\text{с}}(\alpha)} \end{aligned} \right\}. \quad (2.38)$$

Здесь  $U_0$  – амплитуда сигнала на выходе суммарного канала (стабилизируется системой АРУ);  $U_{\text{р}}(\alpha)$  и  $U_{\text{с}}(\alpha)$  – зависимости амплитуды сигнала на входе от  $\alpha$  соответственно для разностного и суммарного каналов;  $f_{\text{р}}(\alpha) = f_2(\alpha) - f_1(\alpha)$  и  $f_{\text{с}}(\alpha) = f_1(\alpha) + f_2(\alpha)$ .

С учётом выражения (2.38) перепишем выражение (2.37) в виде

$$U(\alpha) = k_{\phi} U_0^2 \frac{f_{\text{р}}(\alpha)}{f_{\text{с}}(\alpha)}. \quad (2.39)$$

Благодаря системе АРУ (при записи выражений (2.38) полагали, что она осуществляет идеальную стабилизацию), ДХ (рис. 2.40, б) не зависит от амплитуды принятого сигнала. Форма её определяется лишь видом парциальных диаграмм направленности  $f_1(\alpha)$  и  $f_2(\alpha)$ , а также их угловым разнесом. Если уровень сигнала достаточен для нормальной работы АРУ, то крутизна ДХ в точке  $\alpha = 0$  сохраняется неизменной, что гарантирует постоянство характеристик следящей системы при флуктуациях амплитуды.

Ширина (раскрыв) ДХ  $2\Delta\alpha$  определяет полосу захвата ССН. Если начальное угловое рассогласование превышает значение  $\Delta\alpha$  (по абсолютной величине), то для вхождения системы в режим слежения требуется осуществить предварительно поиск сигнала по направлению (путём поворота антенны до совмещения РСН с направлением на цель с точностью не хуже  $\pm\Delta\alpha$ ). При срыве слежения (из-за воздействия помех или вследствие потери сигнала) также возникает необходимость повторного поиска сигнала.

Полагая усилитель безынерционным, для управляющего напряжения запишем

$$U_{\text{у}}(t) = k_{\text{у}} U_{\text{д}}(t), \quad (2.40)$$

где  $k_{\text{у}}$  – коэффициент усиления (на практике обычно используются корректирующие звенья, включённые в цепь отрицательной обратной связи усилителя; в этом случае вместо  $k_{\text{у}}$  используется операторный коэффициент передачи  $K_{\text{у}}(p)$ ).

Исполнительный двигатель описывается дифференциальным уравнением

$$T_d \frac{d\Omega_d(t)}{dt} + \Omega_d(t) = k_d U_y(t),$$

где  $\Omega_d(t)$  – управляемая переменная (скорость вращения ротора двигателя);  $k_d$  – коэффициент передачи, имеющий размерность рад/сВ;  $T_d$  – постоянная времени, учитывающая инерционность как самого двигателя, так и следящей антенны.

Последнее уравнение представим в операторной форме:

$$\Omega_d(t) = K_d(p)U_y(t), \quad (2.41)$$

где  $K_d(p) = \frac{k_{ид}}{1 + T_d p}$  – передаточная функция инерционного звена, отображающего на структурной схеме исполнительный двигатель.

Редуктор осуществляет преобразование вращения ротора двигателя в угловое положение антенны. Математическим эквивалентом этого преобразования является операция

$$\hat{\alpha}_n(t) = \frac{k_p}{p} \Omega_d(t), \quad (2.42)$$

где  $k_p$  – коэффициент передачи редуктора (интегрирующего звена).

Используя формулы (2.35), (2.36), (2.40)–(2.42), запишем следующее уравнение:

$$\hat{\alpha}_n(t) = k_y k_p K_d(p) \frac{U(\alpha) + n(t, \alpha)}{p}. \quad (2.43)$$

Структурная схема ССН, построенная в соответствии с выражением (2.43), представлена на рис. 2.41, а.

Аппроксимируя дискриминационную характеристику линейной зависимостью  $U(\alpha) = k_d \alpha$  ( $k_d$  – крутизна ДХ при  $\alpha = 0$ ), что справедливо при малых ошибках  $\alpha$  (режим слежения), приходим к структурной схеме линейной системы (рис. 2.41, б). Она совпадает с обобщённой структурной схемой следящей системы (рис. 1.5), если полагать, что  $K(p) = \frac{k_y k_p K_d(p)}{p}$ .

На основе линейной модели ССН можно решать такие задачи, как определение запаса устойчивости, качества переходного процесса (быстродействия, перерегулирования), точности слежения.

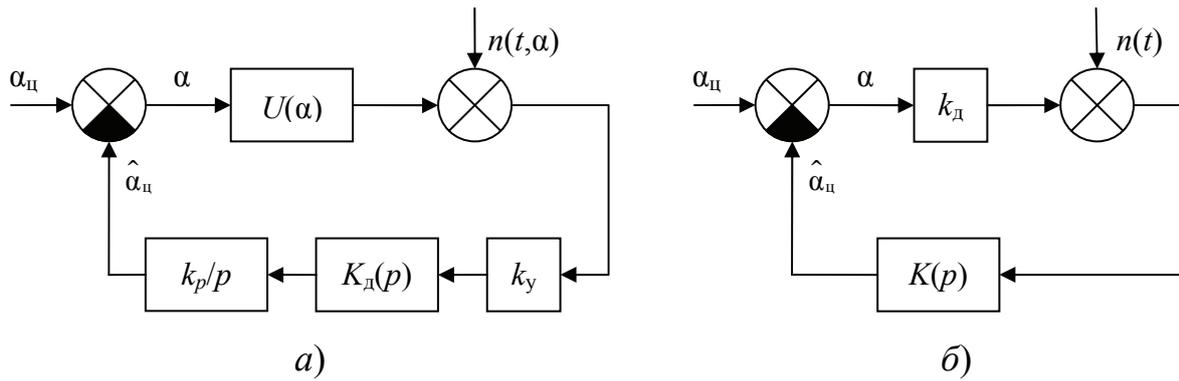


Рис. 2.41

**Пример 2.8.** Для ССН, представленной структурной схемой на рис. 2.42, а, определить параметр  $K_1 = k_d K$ , при котором обеспечиваются заданные показатели качества: быстродействие  $t_n \leq 2$  с, перерегулирование  $\epsilon = 0$ ; угловая ошибка  $\alpha_d \leq 2$  град при скорости  $v_\alpha = 3$  град/с.

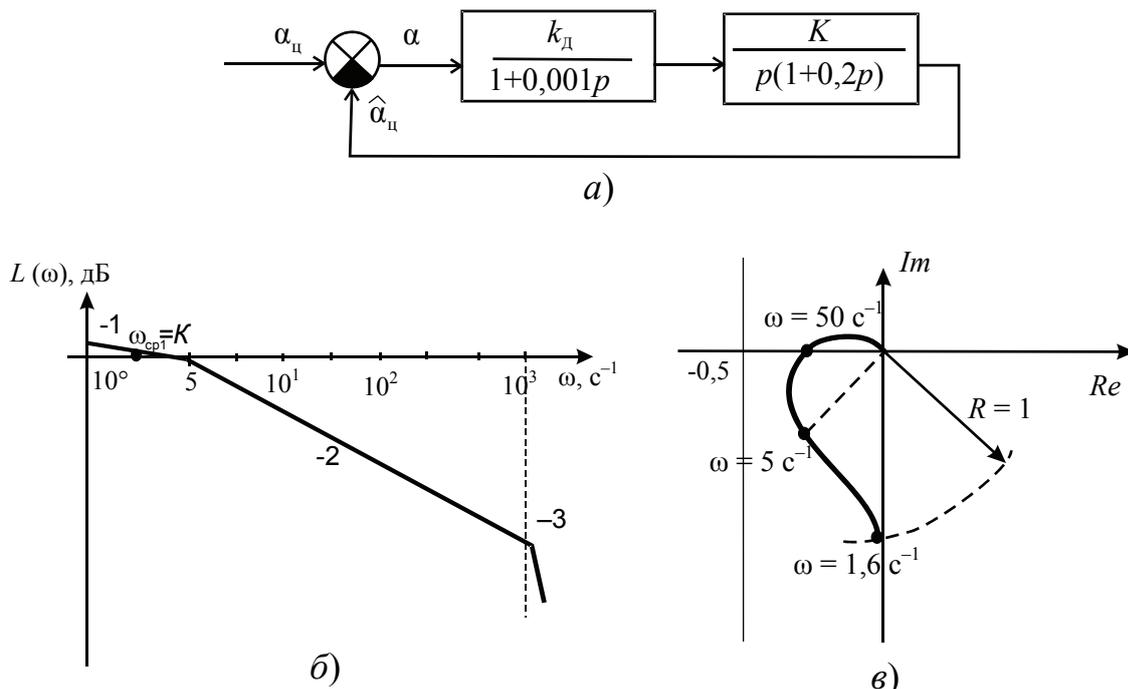


Рис. 2.42

**Решение.** Рассматриваемая система (в разомкнутом состоянии) имеет ЛАХ вида (рис. 2.42, б).

Частоту среза определим из условия  $\omega_{cp} \geq \pi/t_n \cong 1,57 c^{-1}$  (выбираем  $\omega_{cp} = 1,6 c^{-1}$ ).

Добротность системы по скорости  $K_1 = \omega_{cp} = 1,6 \text{ с}^{-1}$ .  
Динамическая ошибка системы первого порядка (см. п. 1.5)

$$\alpha_d = \frac{\vartheta_a}{K_1} \cong 1,9 \text{ град.}$$

Качество переходного процесса определяем косвенным методом: по АФХ разомкнутой системы (рис. 2.42, в). Монотонному переходному процессу (без перерегулирования) соответствует АФХ, расположенная справа от вертикальной линии  $-0,5$  (см. п. 1.5). Как видим из рисунка, в данном случае это требование удовлетворяется.

Запас устойчивости по фазе равен  $\Delta\varphi \cong \frac{\pi}{2} - \arctg(0,2\omega_{cp}) \cong 1,26 \text{ рад}$ ,  
а по усилению – более 40 дБ.

### *Контрольные вопросы*

1. Укажите области применения ССН.
2. Поясните принцип действия амплитудного пеленгатора с суммарно-разностной обработкой сигнала.
3. Какой вид имеет диаграмма направленности антенны автоматического радиопеленгатора?
4. Дайте математическое описание ССН.
5. Составьте структурную схему ССН.
6. Какой вид имеет структурная схема линейной ССН? При каких условиях она применяется и какие задачи позволяет решать?
7. Как определяются динамические ошибки ССН при типовых воздействиях: скачкообразном, линейном, квадратичном?
8. Чем характеризуется точность ССН при воздействии помех? Какой смысл имеет шумовая полоса системы и как она определяется?
9. Как осуществляется поиск сигнала по направлению? Чем определяется полоса захвата ССН?

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Содержание учебного пособия убедительно подтверждает необходимость всестороннего (системного) рассмотрения всей совокупности проблем, возникающих при разработке любой радиотехнической автоматической системы. Для такого подхода разработчик должен четко представлять назначение и условия эксплуатации проектируемой системы, определяющих выбор принципа действия, тактико-технических характеристик и структуры автоматической системы. При разработке системы необходимо учитывать исторический опыт и перспективы развития систем не только рассматриваемого класса, но и других (альтернативных) систем, о которых разработчик должен иметь достаточно глубокое представление. Особенно важно это при создании комплексных автоматических систем, включающих разнородные системы радиоавтоматики.

Рациональный выбор принципа действия и структуры автоматической системы не может быть сделан без глубокого знания современной элементной базы и перспектив её развития. Разработчик автоматических систем должен внимательно следить за результатами фундаментальных исследований и учитывать их при проектировании. Использование современной цифровой элементной базы позволило существенно улучшить характеристики радиотехнических автоматических систем.

Радиоинженер должен уметь применять методы оптимизации систем радиоавтоматики так же, как и методы проектирования таких систем от эвристических оценок и физического эксперимента до математического моделирования и автоматизированного проектирования.

Методы и средства, используемые при создании радиотехнических автоматических систем, непрерывно расширяются. В радиотехнике используются последние достижения многих областей науки и техники. Это предъявляет высокие требования к образованию современного радиоинженера, в котором курс «Радиоавтоматика» играет важную роль, объединяя в единую систему знания, получаемые студентом в процессе обучения.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бесекерский, В.А. Теория систем автоматического управления / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. 4-е изд., перераб. и доп. – СПб. : Профессия, 2003. – 747 с.
2. Коновалов, Г.Ф. Радиоавтоматика / Г.Ф. Коновалов. – М.: Высш. шк., 1990. – 335 с.
3. Ерофеев, А.А. Теория автоматического управления / А.А. Ерофеев. – СПб. : Политехника, 1998. – 294 с.
4. Бесекерский, В.А. Радиоавтоматика / под ред. В.А. Бесекерского. – М. : Высш. шк., 1985. – 271 с.
5. Коломиец, А.П. Автоматика / А.П. Коломиец, А.В. Шавров. – М. : Колос, 2000. – 262 с.
6. Радиотехнические системы / Ю.М. Казаринов. – М. : Высш. шк., 1990. – 496 с.
7. Глобальная спутниковая радионавигационная система ГЛОНАСС / ред. В.Н. Харисов, А.И. Перов. – М.: ИПРЖР, 1999. – 400 с.
8. Рыжков, А.В. Синтезаторы частот в технике радиосвязи / А.В. Рыжков, В.Н. Попов. – М. : Радио и связь, 1991. – 264 с.

## ПРИНЯТЫЕ СОКРАЩЕНИЯ

АД	– амплитудный детектор
АПЧ	– автоподстройка частоты
АРУ	– автоматическая регулировка усиления
АС	– автоматическая система
АСД	– автосопровождение по дальности
АСН	– автосопровождение по направлению
АЦП	– аналого-цифровой преобразователь
АФХ	– амплитудно-фазовая характеристика
АЧХ	– амплитудно-частотная характеристика
БО	– блок обработки
ВБ	– вычислительный блок
ВД	– временной дискриминатор
ВС	– временной селектор
ГЛОС	– главная обратная связь
ГОС	– генератор опорного сигнала
Дк	– дискриминатор
ДХ	– дискриминационная характеристика
ИД	– измеритель дальности
ИУ	– исполнительное устройство
ИХ	– импульсная характеристика
ЛАХ	– логарифмическая амплитудно-частотная характеристика
ЛФХ	– логарифмическая фазочастотная характеристика
МЧМ	– минимальная частотная манипуляция
ОГ	– опорный генератор
ОС	– обратная связь
ОУ	– объект управления
ОФМ	– относительная фазовая манипуляция
ПГ	– подстраиваемый генератор
ПЗУ	– постоянное запоминающее устройство
ПИ	– приемоиндикатор

ПИФ	– пропорционально-интегрирующий фильтр
Пр	– приемник
ПУИ	– пульт управления и индикации
ПХ	– переходная характеристика
РА	– радиоавтоматика
РНС	– радионавигационная система
РСН	– равносигнальное направление
РТС	– радиотехническая система
САУ	– система автоматического управления
САР	– система автоматического регулирования
СИД	– следящий измеритель дальности
СКО	– среднеквадратическое отклонение
ССЗ	– система слежения за задержкой
ССН	– система слежения за направлением
СФ	– согласованный фильтр
УД	– угловой дискриминатор
УП	– устройство поиска
УПТ	– усилитель постоянного тока
УПЧ	– усилитель промежуточной частоты
УС	– устройство синхронизации
Фм	– фазометр
ФАПЧ	– фазовая автоподстройка частоты
ФАР	– фазированная антенная решетка
ФД	– фазовый дискриминатор
ФМ	– фазоманипулированный сигнал
ФНЧ	– фильтр нижних частот
ФХ	– флуктуационная характеристика
ФЧХ	– фазочастотная характеристика
ЦАП	– цифроаналоговый преобразователь
ЦФм	– цифровой фазометр
ЦФД	– цифровой фазовый детектор
ЦФ	– цифровой фильтр
ЧД	– частотный дискриминатор
ЧЭ	– чувствительный элемент
ЭА	– элемент автоматики
ЭС	– элемент сравнения

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение 1 ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

#### К разделу 1

##### 1.1. Передаточная функция звена

$$K(p) = \frac{1 + T_1 p}{1 + T_2 p}.$$

Записать дифференциальное уравнение.

1.2. Дифференциальное уравнение, описывающее линейное звено, имеет вид

$$T_1 T_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + (T_1 + T_2) \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t).$$

Найти передаточную функцию звена.

1.3. ЛАХ звена имеет вид, представленный на рис. П1.

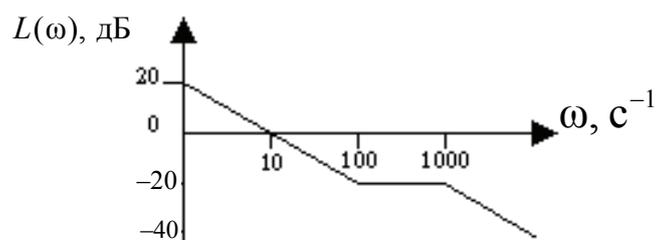


Рис. П1

Найти передаточную функцию звена.

1.4. ЛАХ звена имеет вид, представленный на рис. П2.

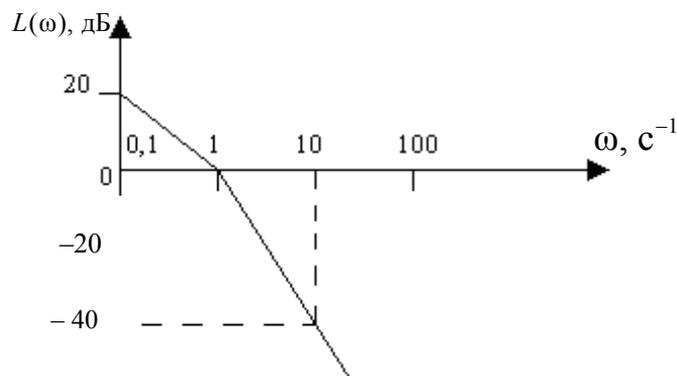


Рис. П2

Найти передаточную функцию звена.

1.5. Передаточная функция звена

$$K(p) = \frac{10(1+p)}{p^2}.$$

Записать выражения для асимптотической ЛАХ и ФЧХ. Построить графики ЛАХ и ЛФХ звена.

1.6. ЛАХ звена имеет вид, представленный на рис. П3.

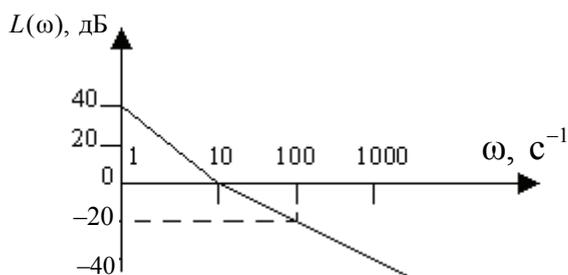


Рис. П3

Найти передаточную функцию.

1.7. Передаточная функция звена

$$K(p) = \frac{2(1+0,01p)}{(1+p)(1+0,1p)}.$$

Записать выражения для асимптотической ЛАХ и ФЧХ. Построить графики ЛАХ и ЛФХ звена.

**1.8.** Найти передаточную функцию звена, представленного структурной схемой на рис. П4.

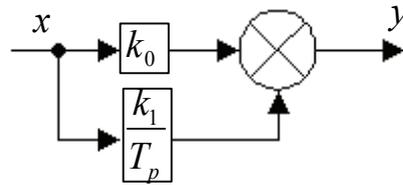


Рис. П4

Построить график АФХ (годограф) при  $k_0 = 10$ ,  $k_1 = 2$ ;  $T = 1$  с.

**1.9.** Найти передаточную функцию, АЧХ и ФЧХ звена, представленного структурной схемой на рис. П5. Построить графики АЧХ и ФЧХ.

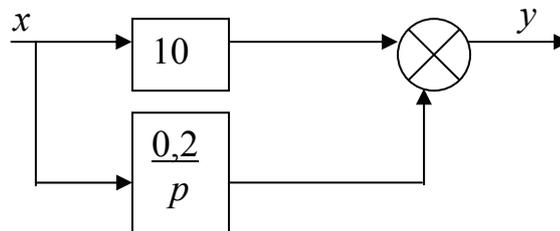


Рис. П5

**1.10.** ЛАХ звена имеет вид, показанный на рис. П6.

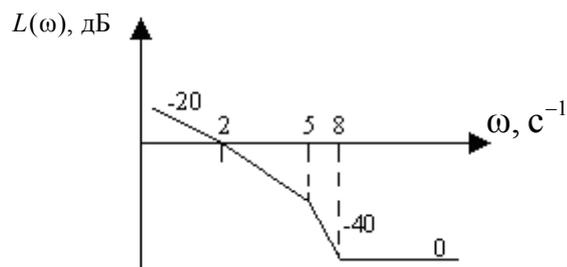


Рис. П6

Найти передаточную функцию звена.

**1.11.** Передаточная функция звена

$$K(p) = \frac{10(1 + 0,1p)}{p(1 + p)}.$$

Найти переходную характеристику  $h(t)$  и построить ее график.

### 1.12. Передаточная функция звена

$$K(p) = \frac{5 + 0,005p}{(1 + 0,1p)(1 + 0,05p)}$$

Записать выражения для асимптотической ЛАХ и ФЧХ. Построить графики ЛАХ и ЛФХ звена.

### 1.13. Определить АЧХ замкнутой системы, приведенной рис. П7.

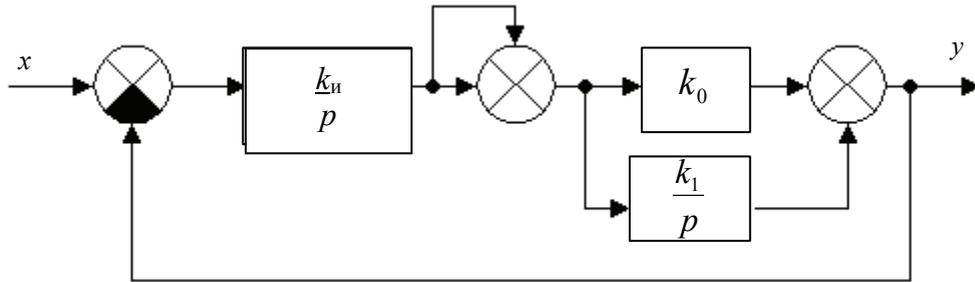


Рис. П7

Построить график  $K_3(\omega)$  при значениях параметров  $k_0 = 1$ ;  $k_1 = 10 \text{ с}^{-1}$ ;  $k_n = 2 \text{ с}^{-1}$ .

### 1.14. Определить АЧХ и ФЧХ системы, заданной структурной схемой, приведенной на рис. П8.

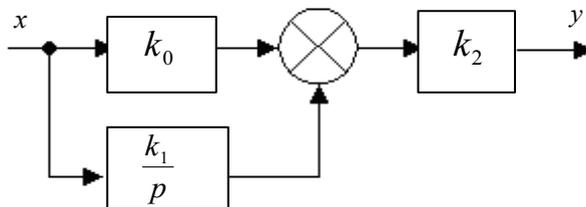


Рис. П8

Построить графики  $K(\omega)$  и  $\varphi(\omega)$  при значениях параметров  $k_0 = 10$ ;  $k_1 = 100 \text{ с}^{-1}$ ,  $k_2 = 0,2$ .

### 1.15. Определить ЛАХ и ФЧХ системы, заданной структурной схемой, приведенной на рис. П9.

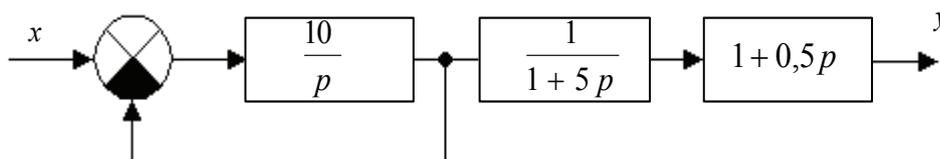


Рис. П9

Построить графики ЛАХ и ЛФХ.

1.16. Найти передаточную функцию  $K_{xy}(p)$  замкнутой системы, приведенной на рис. П10.

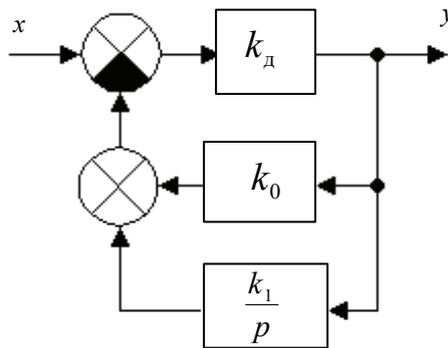


Рис. П10

1.17. Для замкнутой системы (рис. П11) найти АЧХ  $K_{xy}(\omega)$  и построить ее график при значениях параметров  $k = 10 \text{ с}^{-1}$ ,  $T = 0,1 \text{ с}$ .

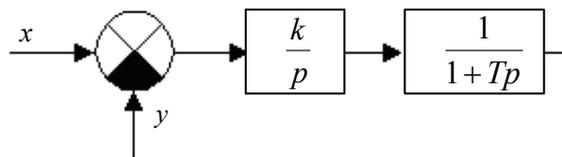


Рис. П11

1.18. Для замкнутой системы (рис. П12) найти переходную характеристику и построить ее график.

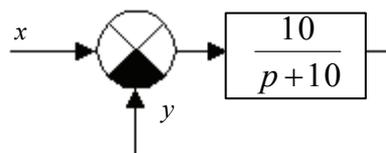


Рис. П12

1.19. ЛАХ разомкнутой системы имеет вид, показанный на рис. П13.

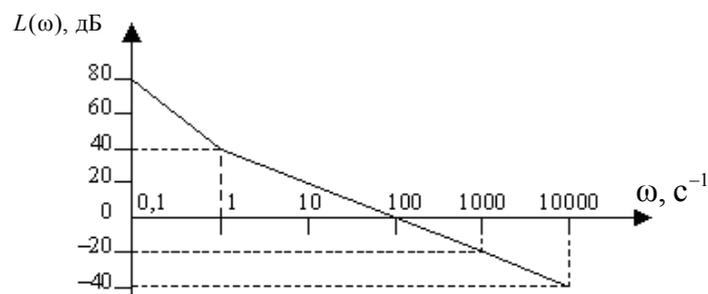


Рис. П13

Найти ФЧХ разомкнутой системы и построить ее график.

1.20. ЛАХ разомкнутой системы имеет вид, показанный на рис. П14.

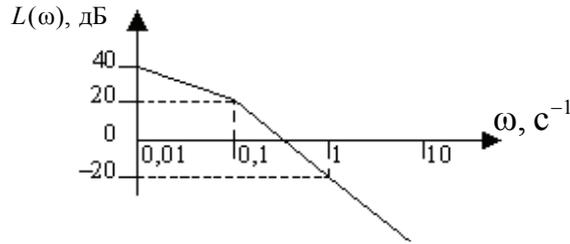


Рис. П14

Найти АЧХ замкнутой системы и построить ее график.

1.21. Найти передаточную функцию разомкнутой системы, ЛАХ которой представлена на рис. П15. Построить годограф  $K_p(j\omega)$ .

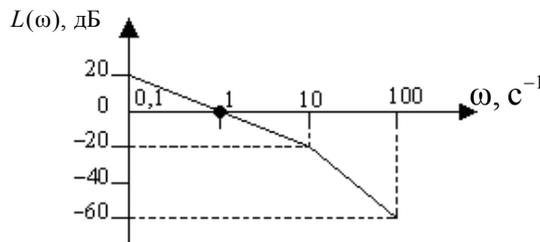


Рис. П15

1.22. Для заданной структурной схемы (рис. П16) найти передаточную функцию, ЛАХ и ФЧХ разомкнутой системы. Построить графики ЛАХ и ЛФХ разомкнутой системы, полагая  $k_d = 0,1$ ;  $k_0 = 10$ ;  $k_1 = 10$ ;  $T = 0,1$  с;  $k_2 = 100$  с<sup>-1</sup>.

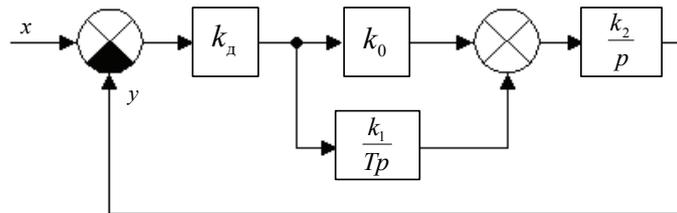


Рис. П16

1.23. ЛАХ разомкнутой системы имеет вид, представленный на рис. П17.

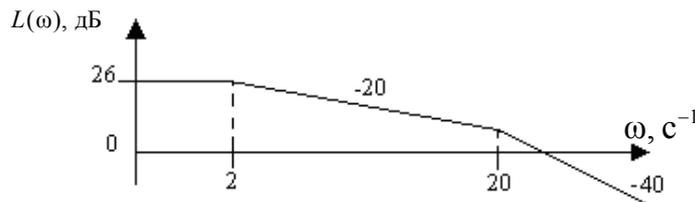


Рис. П17

Найти: а) АЧХ и ФЧХ разомкнутой системы и построить их графики; б) передаточную функцию замкнутой системы.

**1.24.** ЛАХ разомкнутой системы имеет вид, представленный на рис. П18.

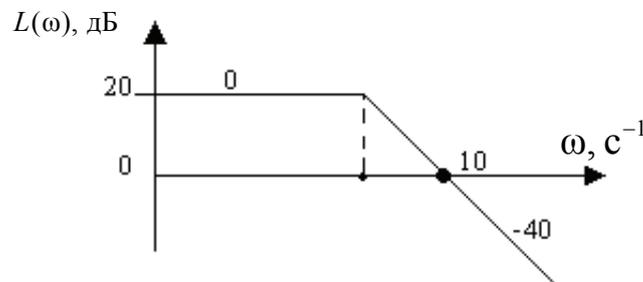


Рис. П18

Найти: а) АЧХ разомкнутой системы, построить ее график; б) передаточную функцию замкнутой системы.

**1.25.** ЛАХ разомкнутой системы имеет вид, представленный на рис. П19.

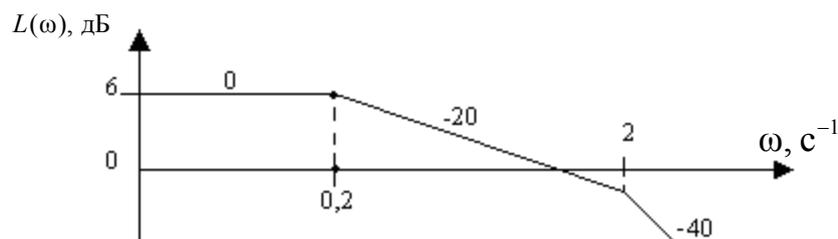


Рис. П19

Найти передаточную функцию и АЧХ замкнутой системы.

**1.26.** Найти передаточную функцию замкнутой системы, если асимптотическая ЛАХ разомкнутой системы

$$L(\omega) = \begin{cases} -40 \lg(0,1\omega), & \text{при } \omega \leq 2 \text{ c}^{-1}, \\ -40 \lg(0,1\omega) + 20 \lg(0,5\omega), & \text{при } \omega > 2 \text{ c}^{-1}. \end{cases}$$

**1.27.** Передаточная функция разомкнутой системы

$$K(p) = \frac{8}{(1+p)^3}.$$

Найти: а) АФХ разомкнутой системы и построить ее график (годограф); б) передаточную функцию замкнутой системы.

1.28. Найти АЧХ замкнутой системы (рис. П20) и построить ее график.

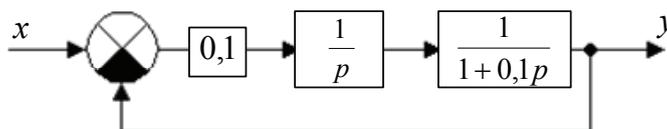


Рис. П20

1.29. Для заданной структурной схемы (рис. П21) построить ЛАХ и ЛФХ разомкнутой системы. Определить запас устойчивости по фазе и усилению при  $k_0 = 0,01$ ;  $k_1 = 10 \text{ с}^{-1}$ .

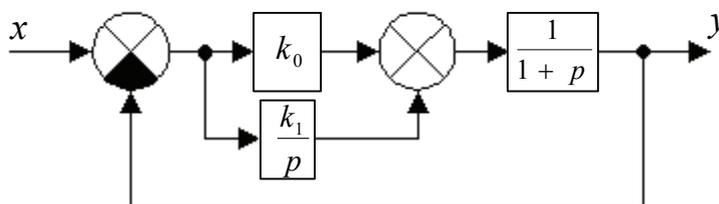


Рис. П21

1.30. Выбрать значение параметра  $T$ , при котором обеспечивается приемлемый запас устойчивости системы (рис. П22).

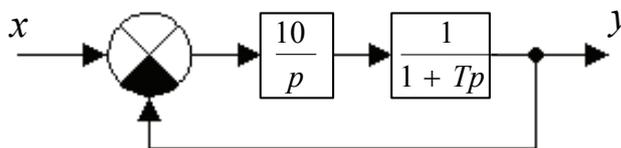


Рис. П22

1.31. Передаточная функция разомкнутой системы

$$K_p(p) = \frac{100(1 + 0,05p)}{p^2(1 + 0,01p)}.$$

Определить запас устойчивости для замкнутой системы.

1.32. Передаточная функция разомкнутой системы

$$K_p(p) = \frac{K}{p(1 + 20p)}.$$

Выбрать значение параметра  $K$ , обеспечивающее приемлемый запас устойчивости для замкнутой системы.

**1.33.** Передаточная функция разомкнутой системы

$$K_p(p) = \frac{K}{(1+p)^3}.$$

Найти значение параметра  $K$  из условия, что запас по фазе для замкнутой системы  $\Delta\varphi \geq \pi/4$  рад, а запас по усилению  $\Delta L \geq 6$  дБ.

**1.34.** ЛАХ разомкнутой системы имеет вид, показанный на рис. П23.

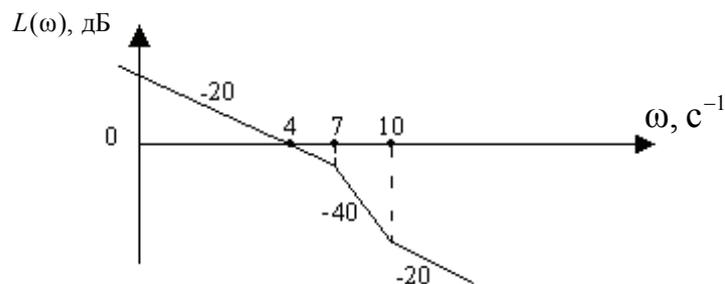


Рис. П23

Определить запас устойчивости замкнутой системы.

**1.35.** ЛАХ разомкнутой системы имеет вид, показанный на рис. П24.

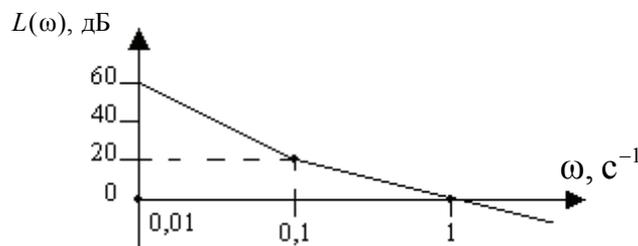


Рис. П24

Определить запас устойчивости замкнутой системы.

**1.36.** ЛАХ разомкнутой системы имеет вид, представленный на рис. П25.

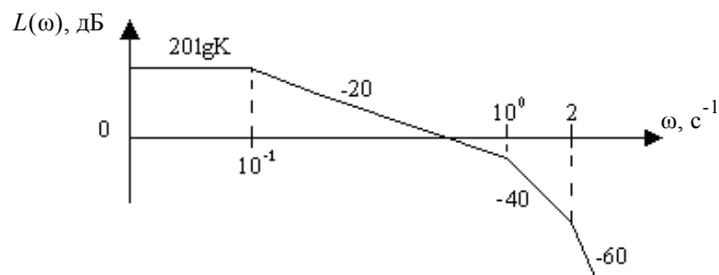


Рис. П25

Определить значение параметра  $K$ , при котором обеспечиваются запас устойчивости по усилению не менее 6 дБ и по фазе не менее 30 град (для замкнутой системы).

1.37. ЛАХ разомкнутой системы имеет вид, показанный на рис. П26.

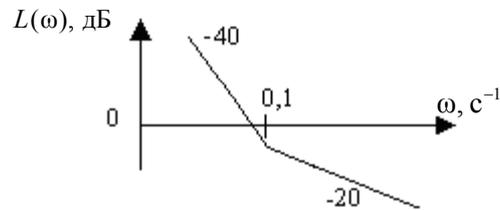


Рис. П26

Определить значение коэффициента усиления разомкнутой системы, при котором запас по фазе  $\Delta\varphi = \pi/6$  рад (для замкнутой системы).

1.38. Для замкнутой системы (рис. П27) найти переходную характеристику, определить быстродействие и перерегулирование при  $T = 0,2$  с.

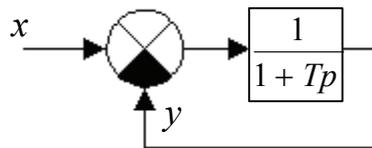


Рис. П27

1.39. Для замкнутой системы (рис. П28) определить значение параметра  $k$ , при котором обеспечивается заданное время переходного процесса:  $t_{\text{п}} < 0,01$  с.

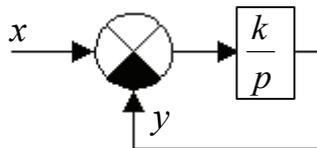


Рис. П28

1.40. Найти установившуюся ошибку в следящей системе (рис. П29), полагая, что воздействие  $x(t) = 20 + 2t - 0,5t^2$ .

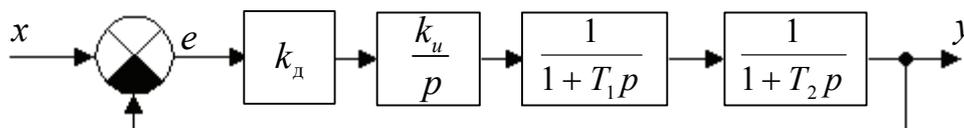


Рис. П29

1.41. Для системы с передаточной функцией

$$K_{xe}(p) = \frac{T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2) p^2 + p}{T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2) p^2 + p + K_1}$$

найти статическую ошибку, ошибку по скорости и ошибку по ускорению.

1.42. Для систем, ЛАХ которых представлены на рис. П30, а, б, в, г, найти установившуюся ошибку слежения при задающем воздействии  $x(t) = x_0 + v_x t + 0,5 \dot{v}_x t^2$ .

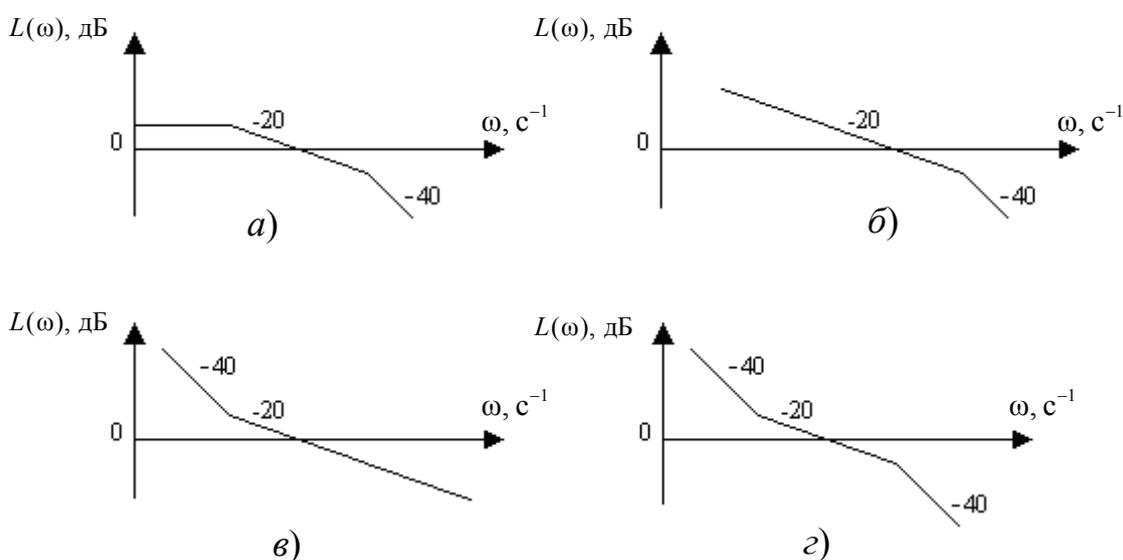


Рис. П30

1.43. Для замкнутой системы (рис. П31) найти шумовую полосу, а также установившуюся ошибку при задающем воздействии  $x(t) = 1 + 0,5t$ .

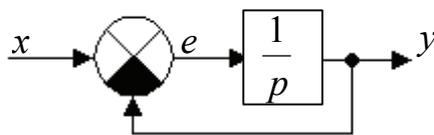


Рис. П31

1.44. Передаточная функция разомкнутой системы

$$K_p(p) = \frac{K_1}{p(1+p)}$$

Найти шумовую полосу замкнутой системы при условии, что запас устойчивости по фазе  $\Delta\varphi = \pi/4$  рад.

**1.45.** Передаточная функция разомкнутой системы

$$K_p(p) = \frac{K_1}{p}.$$

Найти шумовую полосу замкнутой системы при условии, что скоростная ошибка слежения  $e_{ск} < 0,01$  % от скорости  $v_x$  изменения параметра  $x$ .

**1.46.** Для замкнутой системы (рис. П32) найти шумовую полосу, а также установившуюся ошибку при задающем воздействии  $x(t) = 20 - t$ .

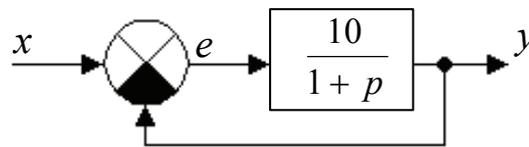


Рис. П32

**1.47.** Для замкнутой системы (рис. П33) определить значение параметра  $K_0$ , при котором обеспечивается заданная точность: дисперсия шумовой ошибки равна квадрату установившейся статической ошибки. Задающее воздействие  $x(t) = 10$ , а спектральная плотность белого шума  $N_0 = 0,1 \text{ Гц}^{-1}$ .

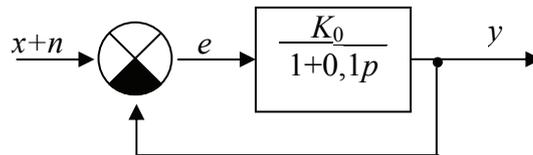


Рис. П33

**1.48.** ЛАХ разомкнутой системы показана на рис. П34.

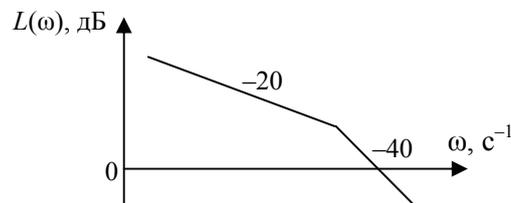


Рис. П34

Определить параметры системы, при которых шумовая полоса замкнутой системы равна 1 Гц, а запас устойчивости по фазе  $\Delta\varphi \geq \pi/6$  рад.

**1.49.** Провести оптимизацию системы (рис. П35) по параметру  $K$ , используя критерий минимума среднего квадрата ошибки. Воздействие  $x(t) = x_0$ , а помеха – белый шум с энергетическим спектром  $N_0 \text{ Гц}^{-1}$ .

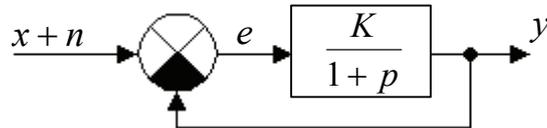


Рис. П35

**1.50.** Провести оптимизацию системы (рис. П36) по параметру  $K$ , используя критерий минимума среднего квадрата ошибки. Воздействие  $x(t) = 0,2 - t$ , а помеха – белый шум с энергетическим спектром  $N_0 = 0,5 \text{ Гц}^{-1}$ .

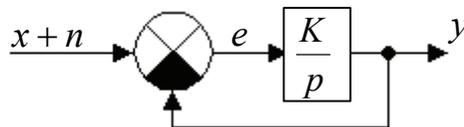


Рис. П36

## К разделу 2

**2.1.** Определить запас устойчивости и ошибку слежения системы АПЧ (рис. П37), полагая задающее воздействие  $\Delta f_c(t) = 10 - v_f t$  ( $v_f = 5 \text{ Гц/с}$ );  $k_d = 0,5 \text{ В/кГц}$ ;  $k_r = 25 \text{ кГц/В}$ .

$$K_\Phi(p) = \frac{10(1 + 0,1p)}{p(2 + 1,6p)}$$

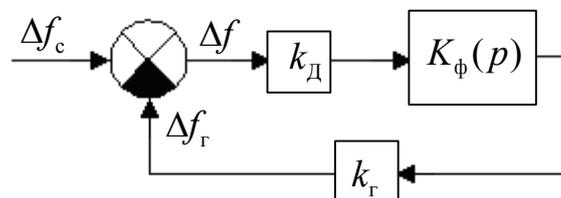


Рис. П37

**2.2.** Выбрать структуру ФНЧ и параметры системы ФАПЧ (рис. П38), обеспечивающие заданные показатели качества: быстродействие  $t_n \leq 10^{-2} \text{ с}$ ; перерегулирование  $\varepsilon \leq 30 \%$ ; ошибку слежения  $\varphi \leq 0,01 \text{ рад}$  при скорости  $v_\varphi = 0,5 \text{ рад/с}$ .

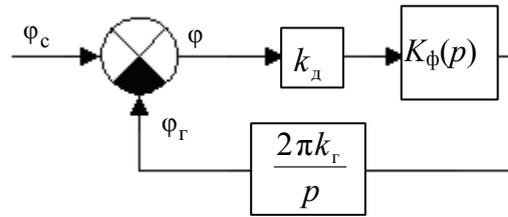


Рис. П38

**2.3.** Для системы слежения за задержкой, представленной структурной схемой (рис. П39) определить значение параметра  $K_1 = k_d K$ , при котором обеспечиваются заданные показатели качества: быстродействие  $t_n \leq 10^{-2}$  с; перерегулирование  $\varepsilon \leq 30\%$ ; ошибка слежения  $\Delta\tau \leq 0,2$  мкс при скорости  $v_\tau = 1,2$  мкс/с.

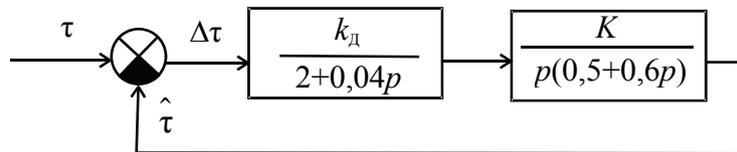


Рис. П39

**2.4.** Определить запас устойчивости, шумовую полосу и ошибку системы слежения за задержкой (рис. 2.47), полагая задающее воздействие  $\tau(t) = 0,1 + v_\tau t$ ;  $v_\tau = 0,5$  мкс/с;  $k_d = 5$  В/мкс;  $K = 40$ ;  $k_p = 0,2$  мкс/В;  $T_1 = 0,001$  с;  $T_2 = 0,02$  с.

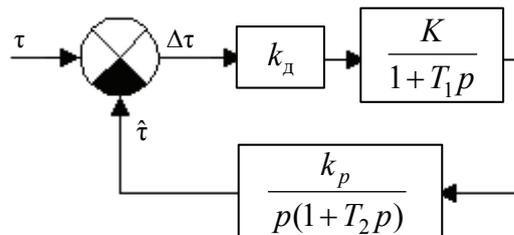


Рис. П40

**2.5.** Определить запас устойчивости, шумовую полосу, быстродействие и ошибку системы ССН (рис. П41), полагая воздействие  $\alpha(t) = v_\alpha t - \dot{v}_\alpha t^2 / 2$ ;  $v_\alpha = 10$  град/с;  $\dot{v}_\alpha = 2$  град/с<sup>2</sup>;  $k_d = 0,25$  В/град;  $k_{ny} = 0,5$  град/В;

$$K_\varphi(p) = \frac{100(1 + 0,5p)}{p}$$

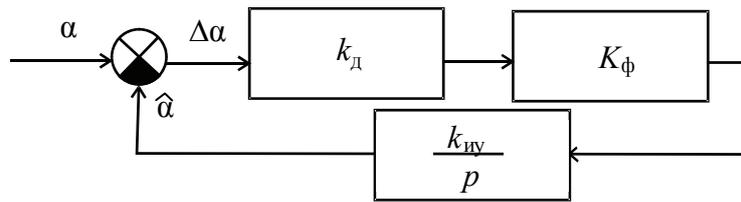


Рис. П41

**2.6.** Выбрать структуру ФНЧ и параметры системы АПЧ (рис. П42), обеспечивающие заданные показатели качества: быстродействие  $t_{п} \leq 10^{-3}$  с; перерегулирование  $\varepsilon = 0$ ; ошибку слежения  $\Delta f \leq 1$  Гц при скорости  $v_f = 100$  Гц/с.

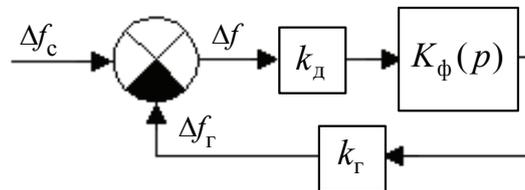


Рис. П42

**2.7.** Определить запас устойчивости, шумовую полосу и ошибку слежения системы ФАПЧ (рис. П43), полагая воздействие  $\varphi_c(t) = \Omega t + \dot{\Omega} t^2 / 2$ ;  $\Omega = 0,4$  рад/с;  $\dot{\Omega} = 0,2$  рад/с<sup>2</sup>;  $k_d = 5$  В/рад;  $k_r = 45$  Гц/В;

$$K_{\phi}(p) = \frac{(0,2 + 0,05p)}{p}$$

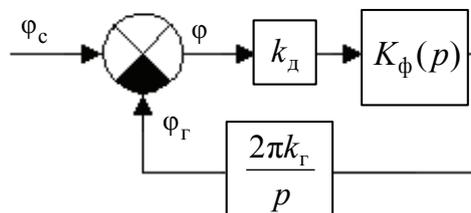


Рис. П43

## Приложение 2 ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА

Таблица П.1

№	$f(t)$	$F(p) = L\{f(t)\}$
1	$\delta(t)$	1
2	$1(t)$	$\frac{1}{p}$
3	$t$	$\frac{1}{p^2}$
4	$t^n/n!$	$1/p^{n+1}$
5	$e^{\alpha t}$	$\frac{1}{p - \alpha}$
6	$\frac{t^n}{n!} e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{(p - \alpha)^{n+1}}$
7	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
8	$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$
9	$\sin(\omega t - \varphi)$	$\frac{\omega \cos \varphi - p \sin \varphi}{p^2 + \omega^2}$
10	$e^{-\alpha t} \cdot \sin(\omega t - \varphi)$	$\frac{\omega \cos \varphi - (p - \alpha) \sin \varphi}{(p - \alpha)^2 + \omega^2}$

**Приложение 3**  
**ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ**  
**ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ**

**Ответы к задачам раздела 1**

1.1.  $T_2 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = T_1 \frac{dx(t)}{dt} + x(t).$

1.2.  $K(p) = \frac{1}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}.$

1.3.  $K(p) = \frac{10(1 + 0,01p)}{p(1 + 0,001p)}.$

1.4.  $K(p) = \frac{1}{p(1 + p)}.$

1.5.  $L(\omega) = \begin{cases} 20 - 40 \lg \omega, & \omega \leq 1 \text{ c}^{-1}, \\ 20 - 20 \lg \omega, & \omega > 1 \text{ c}^{-1}. \end{cases}$   
 $\varphi(\omega) = -\pi + \arctg \omega.$

1.6.  $K(p) = \frac{10(1 + 0,1p)}{p^2}.$

1.7.  $L(\omega) = \begin{cases} 6, & \omega \leq 1 \text{ c}^{-1}, \\ 6 - 20 \lg \omega, & 1 \leq \omega \leq 10, \text{ c}^{-1}, \\ 6 - 20 \lg \omega - 20 \lg 0,1 \omega, & 10 < \omega \leq 100, \text{ c}^{-1}, \\ 6 - 20 \lg \omega - 20 \lg 0,1 \omega + 20 \lg 0,01 \omega, & \omega > 100 \text{ c}^{-1}. \end{cases}$

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg}\omega - \operatorname{arctg}0,1\omega + \operatorname{arctg}0,01\omega.$$

$$1.8. K(p) = \frac{k_1(1 + \frac{k_0}{k_1}Tp)}{Tp}.$$

$$1.9. K(p) = \frac{0,2(1 + 50p)}{p},$$

$$K(\omega) = \frac{0,2}{\omega} \sqrt{1 + (50\omega)^2},$$

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}50\omega.$$

$$1.10. K(p) = \frac{2(1 + 0,125p)^2}{p(1 + 0,2p)}.$$

$$1.11. h(t) = 10t - 9(1 - e^{-t}).$$

$$1.12. L(\omega) = \begin{cases} 14, & \omega \leq 10 \text{ c}^{-1}, \\ 14 - 20 \lg 0,1\omega, & 10 < \omega \leq 20, \text{ c}^{-1}, \\ 14 - 20 \lg 0,1\omega - 20 \lg 0,05\omega, & 20 < \omega \leq 10^3, \text{ c}^{-1}, \\ 14 - 20 \lg 0,1\omega - 20 \lg 0,05\omega + 20 \lg 0,001\omega, & \omega > 10^3 \text{ c}^{-1}. \end{cases}$$

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg}0,1\omega - \operatorname{arctg}0,05\omega + \operatorname{arctg}0,001\omega.$$

$$1.13. K_3(\omega) = \frac{\sqrt{1 + (T_\phi \omega)^2}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4\gamma^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}},$$

$$T_\phi = \frac{k_0}{k_1}, \quad \omega_0 = \sqrt{2k_1 k_n}, \quad \gamma = k_0 \sqrt{\frac{k_n}{2k_1}}.$$

$$1.14. K(\omega) = \frac{k_1 k_2 \sqrt{1 + T^2 \omega^2}}{\omega},$$

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\omega T, \quad T = \frac{k_0}{k_1}.$$

$$1.15. L(\omega) = \begin{cases} 20 - 20 \lg \omega, & \omega \leq 0,2 \text{ c}^{-1}, \\ 20 - 20 \lg \omega - 20 \lg 5\omega, & 0,2 < \omega \leq 2, \text{c}^{-1}, \\ 20 - 20 \lg \omega - 20 \lg 5\omega + 20 \lg 0,5\omega, & \omega > 2 \text{c}^{-1}. \end{cases}$$

$$1.16. K_{xy}(p) = \frac{k_d p}{p + k_d k_1 \left(1 + \frac{k_0}{k_1} p\right)}.$$

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \text{arctg} 5\omega + \text{arctg} 0,5\omega.$$

$$1.17. K_{xy}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4\gamma^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}},$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{T}}, \quad \gamma = \frac{1}{2\sqrt{kT}}.$$

$$1.18. h(t) = \frac{1}{2}(1 - e^{-20t}).$$

$$1.19. \varphi(\omega) = -\pi + \text{arctg} \omega.$$

$$1.20. K_3(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4\gamma^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}},$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{10}} \cong 0,32 \text{ c}^{-1}, \quad \gamma = \frac{1}{2\sqrt{10}} \cong 0,16.$$

$$1.21. K_p(p) = \frac{1}{p(1 + 0,1p)}.$$

$$1.22. K_p(p) = \frac{k_d k_1 k_2 \left(1 + \frac{k_0}{k_1} T p\right)}{T p^2},$$

$$L(\omega) = \begin{cases} 20 \lg k - 40 \lg \omega, & \omega \leq \omega_c, \\ 20 \lg k - 40 \lg \omega + 20 \lg \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right), & \omega > \omega_c, \end{cases}$$

$$k = \frac{k_d k_1 k_2}{T}, \quad \omega_c = \frac{k_1}{k_0 T},$$

$$\varphi(\omega) = -\pi + \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right).$$

$$1.23: a) \quad K_p(\omega) = \frac{20}{\sqrt{[1 + (0,5\omega)^2][1 + (0,05\omega)^2]}},$$

$$\varphi_p(\omega) = -\operatorname{arctg}(0,5\omega) - \operatorname{arctg}(0,05\omega),$$

$$б) \quad K_3(p) = \frac{20}{(1 + 0,5p)(1 + 0,05p) + 20}.$$

$$1.24: a) \quad K_p(\omega) = \frac{10}{1 + (0,3\omega)^2},$$

$$б) \quad K_3(p) = \frac{10}{(1 + 0,3p)^2}.$$

$$1.25. \quad K_3(p) = \frac{2}{(1 + 0,5p)(1 + 5p) + 2}, \quad T_1 = 0,5 \text{ с}, T_2 = 5 \text{ с};$$

$$K_3(\omega) = \frac{2}{3\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4\gamma^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}} \cong 0,63 \text{ с}^{-1},$$

$$\gamma = \frac{T_1 + T_2}{2\sqrt{T_1 T_2}} \cong 1,74.$$

$$1.26. \quad K_3(p) = \frac{10(1 + 0,5p)}{p^2 + 10(1 + 0,5p)}.$$

$$1.27: a) \quad K_p(j\omega) = \frac{8}{\sqrt{(1 + \omega^2)^3}} e^{-j3\operatorname{arctg}\omega},$$

$$б) \quad K_3(p) = \frac{8}{(1 + p)^3 + 8}.$$

$$1.28. \quad K_3(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4\gamma^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}, \quad \omega_0 = 1 \text{ с}^{-1}, \gamma = 5.$$

**1.29.**  $\Delta\varphi \cong 0,3$  рад (так как ФЧХ не пересекает линию  $-\pi$ , запас по усилению не определяется).

**1.30.**  $T \leq 0,3$  с (запас по фазе  $\Delta\varphi \geq \pi/6$  рад).

**1.31.**  $\Delta\varphi \cong 0,46$  рад (так как ФЧХ не пересекает линию  $-\pi$ , запас по усилению не определяется).

**1.32.**  $K \leq 0,3\text{ с}^{-1}$  (запас по фазе  $\Delta\varphi \geq \pi/6$  рад).

**1.33.**  $K \leq 1,7$ .

**1.34.**  $\Delta\varphi \cong 1,43$  рад (так как ФЧХ не пересекает линию  $-\pi$ , запас по усилению не определяется).

**1.35.**  $\Delta\varphi \cong 1,47$  рад (так как ФЧХ не пересекает линию  $-\pi$ , запас по усилению не определяется).

**1.36.**  $K \leq 9$ .

**1.37.**  $K \cong 3,4 \cdot 10^{-3}$ .

**1.38.**  $h(t) = \frac{1}{2}(1 - e^{-\frac{2t}{T}})$ ,  $t_{\text{п}} \cong 0,3$  с,  $\varepsilon = 0$ .

**1.39.**  $k > 300\text{ с}^{-1}$ .

**1.40.**  $e_{\text{уст}} \cong \frac{2}{k_{\text{д}}k_{\text{и}}}(1 - \frac{1}{2}t)$ .

**1.41.**  $e_{\text{ст}} = 0$ ,  $e_{\text{ск}} = \frac{v_x}{K_1}$ ,  $e_{\text{уск}} = \frac{\dot{v}_x t}{K_1}$ .

**1.42:** а)  $e_{\text{ст}} \cong \frac{1}{1 + K_0}(x_0 + v_x t + 0,5 \dot{v}_x t^2)$ ;

б)  $e_{\text{ст}} \cong \frac{1}{K_1}(v_x + \dot{v}_x t)$ ;

в)  $e_{\text{ст}} \cong \frac{\dot{v}_x}{K_2}$ ; г)  $e_{\text{ст}} \cong \frac{\dot{v}_x}{K_2}$ .

1.43.  $F_{\text{ш}} = 0,25 \text{ Гц}$ ;  $e_{\text{уст}} = 0,5$ .

1.44.  $F_{\text{ш}} = 0,25 \text{ Гц}$ .

1.45.  $F_{\text{ш}} = 2500 \text{ Гц}$ .

1.46.  $F_{\text{ш}} = 4,5 \text{ Гц}$ ;  $e_{\text{уст}} = \frac{1}{11}(20 - t)$ .

1.47.  $K_0 \cong 14$ .

1.48.  $K_1 = 4 \text{ с}^{-1}$ ;  $T = 0,75 \text{ с}$ .

1.49.  $k_{\text{опт}} = \sqrt[3]{\frac{x_0^2}{N_0}} - 1$ .

1.50.  $k_{\text{опт}} = 2,5 \text{ с}^{-1}$ .

## Ответы к задачам раздела 2

2.1.  $\Delta\varphi \cong 1,46 \text{ рад}$  ( $\Delta L$  определять не требуется, так как ФЧХ не достигает значения  $-\pi$ ),  $\Delta f_{\text{уст}} = -0,08 \text{ Гц}$ .

2.2.  $K_{\phi}(p) = \frac{1}{1 + Tp}$ ;  $T = 10^{-3} \text{ с}$ ;  $K_1 = 2\pi k_d k_r \geq 300 \text{ с}^{-1}$  – добротность по скорости (система 1-го порядка астатизма).

2.3.  $K_1 \geq 300 \text{ с}^{-1}$ .

2.4.  $\Delta\varphi \cong 0,86 \text{ рад}$ ;  $\Delta L \cong 20 \text{ дБ}$ ;  $F_{\text{ш}} \cong 12 \text{ Гц}$ ;  $\Delta\tau_{\text{уст}} \cong 0,0125 \text{ мкс}$ .

2.5.  $\Delta\varphi \cong 1,26 \text{ рад}$  ( $\Delta L$  определять не требуется, так как ФЧХ не достигает значения  $-\pi$ );  $F_{\text{ш}} \cong 1 \text{ Гц}$ ;  $t_n \cong 0,5 \text{ с}$ ;  $\Delta\alpha_{\text{уст}} \cong 0,16 \text{ град}$ .

2.6.  $K_{\phi}(p) = \frac{1}{p}$ ;  $K_1 = k_d k_r \geq 3 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$  – добротность по скорости (система 1-го порядка астатизма).

2.7.  $\Delta\varphi \cong 1,5 \text{ рад}$  ( $\Delta L$  определять не требуется, так как ФЧХ не достигает значения  $-\pi$ );  $F_{\text{ш}} \cong 10 \text{ Гц}$ ;  $\varphi_{\text{уст}} \cong 2,5 \text{ град}$ .

## Приложение 4

### КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ О СИГНАЛАХ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В РТС

#### Некогерентная последовательность радиоимпульсов

Сигнал такого вида представляет последовательность радиоимпульсов заданной формы (прямоугольной, гауссовой и др.), следующих с периодом повторения  $T_n$  (обычно составляет единицы миллисекунд) и имеющих случайные начальные фазы. Обработка такого сигнала на приемной стороне включает в себя внутрипериодную и межпериодную. Внутрипериодная обработка осуществляется с помощью согласованных фильтров (СФ), обеспечивающих наилучшее выделение сигнала из шумов (максимально возможное отношение сигнал/шум). Поскольку начальные фазы радиоимпульсов неизвестны и случайны, сигнал с выхода согласованного фильтра подвергается амплитудному детектированию, в результате чего выделяется огибающая сигнала (последовательность видеоимпульсов). Структура СФ существенно зависит от того, используется внутримпульсная модуляция сигнала или нет. Соответственно различают сложные и простые сигналы. Для формирования сложных сигналов используется внутримпульсная фазовая или частотная модуляция. В первом случае фаза сигнала меняется дискретно (обычно на  $\pi$ ) через равные интервалы  $\tau_0 = \tau_n / M$  ( $\tau_n$  – длительность импульса;  $M$  – длина кодовой последовательности, определяющей закон фазового кодирования), а во втором случае – непрерывно (вследствие линейного изменения частоты).

Применение сложных сигналов позволяет улучшить ряд качественных показателей РТС (точность, разрешающая способность, помехоустойчивость и др.), однако достигается это ценой усложнения устройств формирования и обработки сигналов (требуются стабильные генераторы, широкополосные усилители, фильтры сжатия сигнала и пр.).

Межпериодная обработка сигнала сводится к накоплению последовательности видеоимпульсов с выхода детектора приемника (в устройстве поиска и обнаружения сигнала) и фильтрации сигнала ошибки, выделенно-

го дискриминатором (в следящей системе). В силу естественной дискретизации, обусловленной импульсным характером сигнала, следящая система является импульсной (период дискретизации).

Однако на практике, как правило, выполняется условие  $F_{\text{ш}} \ll 1/T$ , позволяющее заменить импульсную следящую систему непрерывной моделью и использовать методы анализа непрерывных систем.

Некогерентные импульсные сигналы широко используются в радиолокации (некогерентные импульсные РЛС обнаружения воздушных целей, автосопровождения по дальности и направлению и др.) и радионавигации (системы управления воздушным движением, системы посадки и пр.).

### **Когерентная последовательность радиоимпульсов**

В отличие от некогерентного импульсного сигнала радиоимпульсы когерентной последовательности имеют одну и ту же или меняющуюся по известному закону начальную фазу (например, фазовая манипуляция заданным кодом). Сигналы такого вида используются в радиолокации (когерентные импульсные РЛС, предназначенные для измерения скорости, селекции движущихся целей и др.), в радионавигации (импульсно-фазовые системы дальней навигации). Помимо указанных возможностей (изменение скорости, селекция движущихся целей) использование когерентных импульсных сигналов позволяет повысить помехоустойчивость систем за счет когерентного (синхронного) детектирования радиоимпульсов, а также точность измерения дальности (благодаря применению фазового метода). Однако эти преимущества, когерентных РЛС достигаются ценой усложнения устройств формирования и обработки сигналов (повышенные требования к стабильности частоты генераторов, необходимость применения систем ФАПЧ для формирования опорного колебания синхронного детектора и измерения фазы и пр.).

### **Сигнал с относительной фазовой манипуляцией (ОФМ)**

ОФМ-сигналы широко используются в системах передачи информации (радиосвязь, телеметрия, передача данных и пр.). Сигнал такого вида представляет непрерывный ФМ-сигнал, фаза которого изменяется дискретно со скоростью, определяемой скоростью передачи информации (двоичных сообщений 1 и 0). В отличие от обычной ФМ, при которой символу 1 соответствует одна фаза (например, 0), а символу 0 – противоположная, при ОФМ используется другой алгоритм фазового кодирования: символу 1 соответствует изменение фазы на  $\pi$  в смежных посылках сигнала, а при передаче символа 0 фаза не меняется. Это позволяет устранить нежелательное явление, которое может возникать при приеме ФМ-сигналов. Оно заключается в том, что изменение фазы опорного колебания демодулятора на

$\pi$  (такая возможность обусловлена особенностями работы системы ФАПЧ) приводит к тому, что будут приняты противоположные символы вместо переданных (эффект *обратной работы*). В случае ОФМ информация заключена не в самой фазе, а в ее изменениях, поэтому сбой опорного генератора демодулятора не приводит к ошибочному приему двоичных сообщений.

Сигналы с ФМ или ОФМ (при изменении фазы на  $\pi$ ) не имеют спектральной составляющей, за которой могла бы следить обычная система ФАПЧ (несущая подавлена в силу того, что число символов 1 и 0 в передаваемом сообщении приблизительно одинаково). Поэтому для слежения за такими сигналами используются специальные схемы фазовой синхронизации (система *Костаса*, система с удвоением частоты и др.), работа которых основана на восстановлении несущей в спектре сигнала.

### **Фазоманипулированный псевдослучайный сигнал**

ФМ псевдослучайный сигнал представляет непрерывный периодический сигнал, полученный путем фазовой манипуляции стабильного когерентного колебания псевдослучайной кодовой последовательностью символов  $\pm 1$ .

Сигналы такого вида широко используются в радионавигации (ГНСС, системы траекторных измерений и пр.), в радиосвязи (многоадресные системы с кодовым разделением), в радиолокации (непрерывные РЛС бокового обзора).

Перспективность ФМ псевдослучайных сигналов обусловлена их преимуществами (высокая точность измерения дальности и скорости, высокая разрешающая способность, помехоустойчивость и пр.) по сравнению с простыми ФМ- или ОФМ-сигналами, а также широкими возможностями для использования средств цифровой техники в устройствах их формирования и обработки. Указанные преимущества достигаются ценой усложнения аппаратуры (прежде всего обработки сигналов), так как для снятия широкополосной кодовой модуляции требуется сформировать опорную кодовую последовательность, синхронную с принятым сигналом. Задачу кодовой синхронизации решает система слежения за задержкой сигнала. Кроме того, как и при использовании простого ФМ-сигнала (без кодовой модуляции), для фазовой синхронизации демодулятора требуется система ФАПЧ, способная отслеживать сигнал с подавленной несущей (например, система *Костаса*). Широкая полоса приемного тракта (до схемы снятия кодовой модуляции), достигающая значений в несколько десятков МГц, высокие требования к стабильности частоты опорного генератора (относительная нестабильность может достигать значений  $10^{-12}$ ), высокие требования к точности систем ФАПЧ и ССЗ – вот основные факторы, определяющие сложность приемной аппаратуры РТС с псевдослучайными сигналами.

### Псевдослучайный сигнал с МЧМ

Псевдослучайный сигнал с минимальной частотной манипуляцией (МЧМ) представляет непрерывный периодический сигнал, полученный путем частотной манипуляции стабильного когерентного колебания псевдослучайной кодовой последовательностью символов  $\pm 1$ . В отличие от традиционных сигналов с частотной манипуляцией сигналы с МЧМ не имеют разрывов фазы, благодаря чему достигается их высокая спектральная эффективность. Так, если в основном лепестке спектра ФМ псевдослучайного сигнала заключено около 90% мощности сигнала, то в случае МЧМ сигнала практически вся мощность сосредоточена в основном лепестке спектра.

Сигналы такого вида благодаря высокой спектральной эффективности используются в радионавигации (широкополосные РНС средневолнового и длинноволнового диапазонов), в радиосвязи (сотовые телекоммуникационные системы, многоадресные системы с кодовым разделением).

Перспективность МЧМ псевдослучайных сигналов обусловлена их преимуществами (высокая точность измерения дальности и скорости, высокая разрешающая способность, помехоустойчивость и пр.) по сравнению с простыми ФМ или МЧМ-сигналами. Указанные преимущества достигаются ценой усложнения аппаратуры приема и обработки сигналов, так как для снятия широкополосной кодовой модуляции требуется сформировать опорную кодовую последовательность, синхронную с принятым сигналом. Как и для псевдослучайных ФМ-сигналов задачу кодовой синхронизации решает система слежения за задержкой сигнала, а фазовой синхронизации – система ФАПЧ, способная отслеживать сигнал с подавленной несущей (например, система *Костаса*).

Основные факторы, определяющие сложность приемной аппаратуры РТС с псевдослучайными МЧМ-сигналами те же, что и для ФМ-сигналов: широкая полоса приемного тракта (до схемы снятия кодовой модуляции), достигающая значений в несколько десятков МГц, высокие требования к стабильности частоты опорного генератора (относительная нестабильность может достигать значений  $10^{-12}$ ), высокие требования к точности систем ФАПЧ и ССЗ.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ПРЕДИСЛОВИЕ</b> .....	3
<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	6
<b>1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ</b> .....	8
1.1. Общая характеристика автоматических систем.....	8
1.1.1. Основные понятия и определения.....	8
1.1.2. Функциональная схема замкнутой автоматической системы.....	9
1.1.3. Классификация автоматических систем.....	11
<i>Контрольные вопросы</i> .....	13
1.2. Типовые звенья систем радиоавтоматики.....	14
1.2.1. Безынерционное (усилительное, пропорциональное) звено.....	15
1.2.2. Инерционное звено (апериодическое звено первого порядка).....	15
1.2.3. Интегрирующее звено.....	19
1.2.4. Форсирующее звено.....	20
1.2.5. Колебательное звено.....	23
<i>Контрольные вопросы</i> .....	30
1.3. Передаточные функции систем радиоавтоматики.....	30
1.3.1. Обобщённые функциональная и структурная схемы радиотехнической следящей системы.....	31

1.3.2. Правила преобразования структурных схем .....	36
1.3.3. Передаточные функции замкнутой системы.....	39
1.3.4. Следящая система как фильтр .....	42
<i>Контрольные вопросы</i> .....	45
1.4. Устойчивость автоматических систем .....	46
1.4.1. Общие требования к устойчивости автоматических систем.....	46
1.4.2. Алгебраические критерии устойчивости .....	48
1.4.3. Частотные критерии устойчивости .....	53
1.4.4. Запас устойчивости .....	54
<i>Контрольные вопросы</i> .....	58
1.5. Показатели качества систем радиоавтоматики .....	59
1.5.1. Оценка качества автоматических систем в переходном режиме .....	59
1.5.2. Точность автоматических систем при типовых воздействиях.....	70
1.5.3. Точность автоматических систем при воздействии помех.....	76
1.5.4. Оптимизация параметров радиотехнической следящей системы.....	82
<i>Контрольные вопросы</i> .....	86
<b>2. ТИПОВЫЕ СИСТЕМЫ РАДИОАВТОМАТИКИ.....</b>	<b>87</b>
2.1. Системы автоматической регулировки усиления .....	87
<i>Контрольные вопросы</i> .....	92
2.2. Системы автоматической подстройки частоты .....	93
<i>Контрольные вопросы</i> .....	105
2.3. Системы фазовой автоподстройки частоты .....	106
<i>Контрольные вопросы</i> .....	120
2.4. Системы слежения за задержкой сигнала .....	121
<i>Контрольные вопросы</i> .....	131

Оглавление	171
2.5. Системы слежения за направлением прихода сигнала .....	132
<i>Контрольные вопросы</i> .....	138
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b> .....	139
<b>БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК</b> .....	140
<b>ПРИНЯТЫЕ СОКРАЩЕНИЯ</b> .....	141
<b>ПРИЛОЖЕНИЯ</b> .....	143
Приложение 1 ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ .....	143
Приложение 2 ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА .....	158
Приложение 3 ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ .....	159
Приложение 4 КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ О СИГНАЛАХ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В РТС.....	165

Учебное издание

Бондаренко Валерий Николаевич  
Дмитриев Дмитрий Дмитриевич  
Галеев Ринат Гайсеевич  
Гребенников Андрей Владимирович  
Фатеев Юрий Леонидович

Тяпкин Валерий Николаевич  
Гарин Евгений Николаевич  
Градусов Владимир Юрьевич  
Владимиров Валерий Михайлович  
Фомин Алексей Николаевич

# РАДИОАВТОМАТИКА

Учебное пособие

*Под общей редакцией доктора технических наук профессора  
В.Н. Бондаренко*

Редактор *Л.И. Вейсова*  
Компьютерная верстка *И.В. Манченковой*

Подписано в печать 11.03.2013. Печать плоская. Формат 60×84/16  
Бумага офсетная. Усл. печ. л. 10,75. Тираж 500 экз. Заказ №

Издательский центр  
Библиотечно-издательского комплекса  
Сибирского федерального университета  
660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 79  
Тел./факс (391) 206-21-49, e-mail: rio@lan.krasu.ru

Отпечатано Полиграфическим центром  
Библиотечно-издательского комплекса  
Сибирского федерального университета  
660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 82а  
Тел./факс (391) 206-26-49, 206-26-67  
E-mail: print\_sfu@mail.ru; <http://lib.sfu-kras.ru>